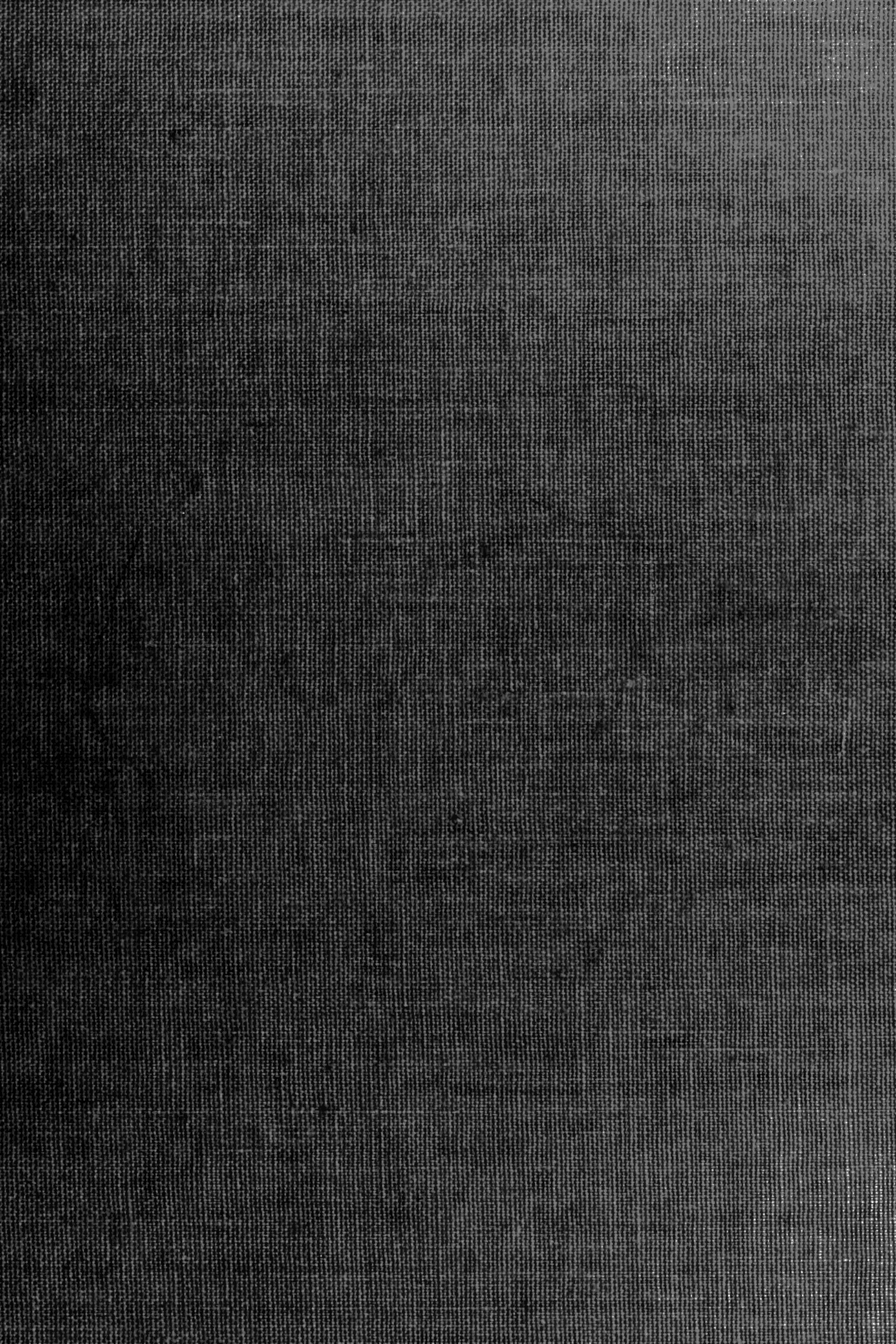


MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST. PÉTERSBOURG

TOME I.

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR LES ANNÉES 1803 — 1806.

ST. PÉTERSBOURG,

DE L'IMPRIMÉRIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1809.

TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences.

Années 1803 — 1806.

*

MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

TOME I.

Section des Sciences mathématiques

II. Section des Sciences physiques.

III. Section des Sciences politiques.

Errata:

Pag. 314.	loco Fig. IV. lege Tab. IV.			
— 324.	lin. 7	loco circumferentiam palis	lege:	palis circumferentiam.
— 359.	lin. 21	— observatorum	—	observatarum.
— 383.	lin. 2	— Tab. XVIII.	—	Tab. XIX.
— 424.	lin. 9	— elucitando	—	elucidando.
— 440.	lin. 12	— haec	—	hae.
— 443.	liu. 5	— Fevriet	—	Fevrier.
— 446.	lin. 6	— Tab. VIII.	—	Tab. XVIII.

[illegible]

[illegible]

PRÉFACE.

En présentant au public le premier volume d'une nouvelle collection de ses oeuvres, l'Académie Impériale des Sciences croit devoir expliquer les motifs qui l'ont porté à terminer par le quinzième volume la quatrième collection de ses mémoires ayant pour titre : NOVA ACTA, de même que les changemens qu'elle a résolu de faire dans la cinquième collection, laquelle va suivre les précédentes dans une suite de volumes qui porteront le titre de MÉMOIRES.

Au motif unique que l'Académie avoit eu jusqu'ici de changer de tems en tems le titre de ses collections de mémoires: celui d'en faciliter aux amateurs l'acquisition, toujours onéreuse, et souvent impossible, lorsque le nombre des volumes s'accroît outre mesure, se joint, pour la déterminer à recommencer une nouvelle suite avec l'an 1803, un autre motif bien plus puissant:

celui de dater cette suite de l'année heureuse et à jamais mémorable qui a donné à l'Académie une nouvelle existence par son nouveau reglement, et de se menager par là la facilité de faire dans la forme de cette nouvelle collection les changemens que le nouvel ordre de choses exige et que le reglement préscrit.

Tous les mémoires qui auront été présentés à l'Académie, soit par des Académiciens ou des Adjoints, soit par des Associés honoraires ou Correspondans, seront insérés, dans cette collection, après avoir été jugés dignes de la publication *), à l'exception des mémoires en langue Russe, qui entreront dans une autre collection uniquement destinée à recevoir les mémoires écrits en cette langue.

Les autres mémoires, sans distinction de langue, seront divisés en trois sections. La section des Sciences mathématiques comprendra les mémoires de Mathématiques pures et appliquées, y compris ceux d'Astronomie théorétique et pratique; la section des Sciences physiques renfermera les mémoires de Physique expéri-

*) Il s'entend que l'Académie, en insérant un mémoire intéressant et digne de paroître au jour, n'adopte pas les opinions de l'auteur qui seul est responsable de son ouvrage.

mentale, de Météorologie, de Zoologie, de Botanique, de Mineralogie, de Chymie, de Technologie, d'Anatomie et Physiologie; la section des Sciences politiques comprendra les mémoires d'Economie politique, de Statistique, d'Histoire, auxquels seront joints de tems en tems des recherches sur la Géographie ancienne, la Numismatique, et sur les langues et littérature orientales.

Il paroîtra un volume tous les ans, et les mémoires seront précédés de l'Histoire de l'année. Le premier volume fait une exception de cette regle, parceque la fonte de nouveaux caractères, et d'autres obstacles, provenant de l'organisation de l'Imprimerie académique, mais qui n'auront plus lieu à l'avenir, ont retardé la publication de ce volume au point, que pour ne pas rester trop en arrière, il a falu mettre à sa tête l'histoire de quatre années.

Les extraits des mémoires contenus dans le volume, qui terminoient dans la collection précédente la partie historique de chaque volume, seront supprimés, parceque leur utilité est nulle, ou du moins très problématique. Le lecteur que le sujet d'un mémoire interesse aimera mieux lire le mémoire même, et celui qu'il n'intéresse pas, ne lira pas l'extrait.

La partie supplémentaire qui a été ajoutée á l'Histoire dans beaucoup de volumes, et qui a été formée des mémoires des Correspondans, sera supprimée également, attendu que de pareils mémoires trouveront place indistinctement parmi ceux des autres membres de l'Académie.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES

ANNÉES 1803—1806.

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉES 1803 — 1806.

I.

Evènemens mémorables.

I. *Nomination d'un nouveau Président.*

S. E. Mr. le Conseiller privé et Chevalier Baron de Nicolay ayant demandé et obtenu sa dimission de toutes ses charges, afin de mettre un intervalle de repos entre une vie laborieuse et la mort, la place de Président de l'Académie des Sciences, qu'il avoit remplie avec tant de distinction, fut conférée par SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR à S. E. Mr. le Chambellan actuel de Novosiltsoff, Seigneur que l'Académie comptoit deja depuis quelques années au nombre de ses membres honoraires, et dont l'amour pour les Sciences, les connoissances aussi vastes que profondes et le patriotisme éclairé étoient avantageusement connus à tous les Académiciens. Le nouveau Chef étant venu le 23 Fevrier 1803 occuper le Fauteuil de Président, le Secrétaire perpétuel ouvrit la Séance en lui adressant, au nom de la Conférence, un petit discours conçu en ces termes:

„Monsieur le Président,

„En conférant à V. E. la direction de SON Aca-„démie des Sciences, notre AUGUSTE SOUVERAIN et „PROTECTEUR vient de nous donner la marque la plus „éclatante de SA haute bienveuillance. Les voeux de „tous les Académiciens ont été pour Vous, Monsieur, et „ils sont remplis ces voeux. Votre nomination à cette „place ranime des espérances que nous avions nourries „depuis quelque tems: celles de voir la première et la „plus ancienne Institution savante de l'Empire ravivée et „réorganisée par le bienfait d'un nouveau réglement. En „effet que ne pouvons, que ne devons nous pas attendre „d'un Chef qui, dans l'exercice de ses autres fonctions „importantes, a déjà donné tant de preuves de son amour „ardent pour les Sciences, et de son empressement à pro-„téger tous ceux qui les cultivent avec quelque succès? „Si jamais l'Académie régénérée peut espérer de se repla-„cer au rang qu'elle a occupé à côté des premieres So-„ciétés savantes de l'Europe, ce sera sous la direction „d'un Chef aussi zélé pour l'avancement des Sciences, et „aussi digne par tant de qualités brillantes du choix de „notre *Auguste Monarque.*

„Permettez, Monsieur le Président, qu'en ce jour si „heureux pour l'Académie, j'offre à V. E. au nom de tous

„les Académiciens, de l'aveu unanime desquels je n'ai „jamais été plus assuré qu'en cette occasion, l'hommage „des sentimens d'estime que l'étendue de Vos connoissances „et le digne emploi que Vous en faites, nous ont inspi-„rés depuis longtems, sentimens qui ne peuvent que „s'accroître par les nouvelles relations dans lesquelles Vous „entrez aujourd'hui avec l'Académie, et que nous nous „estimons heureux d'avoir dorénavant les occasions et le „droit de Vous témoigner personnellement.

„Puisse l'Académie refleurir sous les auspices de „V. E.! Puisse-t'elle, par des traveaux utiles et des dé-„couvertes importantes, contribuer aussi de son côté à la „gloire d'un regne, auquel non seulement la Russie heu-„reuse et reconnoissante, mais tout ami de l'humanité „souhaite ardemment la plus longue durée!"

S. E. Mr. le Président daigna répondre à ce discours de la manière la plus gracieuse, en assurant la Conférence qu'il se sentoit très flatté d'être à la tête d'une Société savante aussi distinguée, et que l'Académie le trouvera toujours empressé à favoriser tout ce qui peut la mettre en état de remplir avec succès le but de son institution.

II. *Nouveau Réglement.*

Bientôt l'Académie vit cette promesse se réaliser. Dans la séance du 14 Août 1803 Mr. le Président anonça à la Conférence l'accomplissement de ses voeux (la confirmation SUPREME d'un nouveau Réglement) par un discours conçu en ces termes:

„Avant de passer à la lecture du journal de la „dernière séance, permettez moi, honorables Collègues, „que je vous annonce avec les sentimens de la plus vive „joye, la grace SUPREME que SA MAJESTÉ IMPÉRIALE „vient d'accorder à cette Académie. L'action glorieuse „de notre Monarque, dont je m'empresse de Vous donner „connoissance, en affermissant cet antique et fameux temple „érigé aux Sciences en Russie, sur des fondemens im„muables et conformes à sa sublime destination, va vous „offrir de nouveaux moyens de devenir utiles à la patrie, „de nouvelles voyes pour atteindre le plus haut degré de „perfection et de gloire, et pour témoigner, par là même, „votre reconnoissance d'une maniere digne de votre grand reformateur.

„Etranger au principe pernicieux qui, à la honte „des derniers tems, a préféré un sombre fantome aux pro„grès des sciences et des arts, qui a fermé tous les che„mins à la propagation des lumières; persuadé que la

„connoissance des vérités dans leur ordre naturel et leur „liaison naturelle, unique objet de toutes les sciences, „enrichit et orne l'esprit, élève l'ame, le sentiment et la „vertu de l'homme; et qu'éclairé sur ses propres intérêts, „il est forcé d'obéir aux lois, d'aimer la patrie, d'être „sujet fidèle et bon citoyen — persuadé de tout celà notre „sage Monarque traça ce plan de l'instruction nationale „qui sera à jamais mémorable dans l'histoire de l'Empire „de Russie. Peu de tems après, porté par une impul-„sion de sa grande ame, IL a tourné SON attention vers „la source principale de cette instruction, vers l'Académie „Impériale des Sciences. Il a examiné son reglement, „mésuré la sphère de son activité, calculé les moyens „qui lui étoient accordés, pénétré ses besoins, comparé „son état actuel avec les circonstances du tems, et l'a „enfin confirmée, réorganisée, relevée, par un acte solemnel „qui porte l'empreinte de SA générosité sans exemple.“

La Conférence reçut l'heureuse nouvelle que ce discours lui annonçoit avec toutes les marques de la plus réspectueuse reconnoissance. Le Secrétaire témoigna à S. E. Mr. le Président, au nom de ses Confrères, les sentimens de gratitude dûs à un Chef dont l'activité pleine de zèle et de sagesse venoit d'obtenir pour l'Académie un bienfait aussi signalé de la part de Son AUGUSTE SOUVERAIN et

PROTECTEUR. Il ajouta que le corps des Académiciens en général, et chacun des membres qui le composent en son particulier, profondement pénétrés et de cette grace IMPÉRIALE et de la sainteté de leurs devoirs, feront tous leurs efforts pour se rendre dignes de la bienveuillance de leur Monarque adoré.

Après cette réponse du Secrétaire S. E. Mr. le Président passa à la lecture du nouveau Reglement, dont voici la traduction.

PAR LA GRACE SECOURABLE DE DIEU

NOUS ALEXANDRE PREMIER

EMPEREUR ET AUTOCRATEUR DE TOUTES LES RUSSIES,

De Moscou, Kief, Vladimir, Novgorod, Tsar de Kazan, Tsar d'Astrakhan, Tsar de Sibirie, Tsar de la Presq'île de la Tauride, Seigneur de Pskof et Grand-Duc de Smolensk, de Lithuanie, de Volhynie et de Podolie, Prince d'Esthonie, de Livonie, de Courlande et de Semgalle, de Samogitie, de Carélie, de Tver de l'Jougorie, de Permie, de Viatka, de Bolgarie et d'autres; Seigneur et Grand-Prince de Novgorod des terres basses, de Tchernigof, Riäzan, Polotzk, Rostof, Jaroslav, Bielozero, de l'Oudorie, de l'Obdorie, de la Condinie, de Vitebsk, Mstislav, et Maitre de toute la Région du Nord. Seigneur des pays de l'Ibérie, du Kartuel, de la Géorgie et de la Kabardie; Seigneur héréditaire et Régent des Princes Tscherkassiens et des Princes Montagnards et autres; Héritier de Norvege, Duc de Schleswik-Holstein, Stormarn, Ditmarsen et Oldenbourg, et Seigneur de Jever, etc. etc. etc.

Toutes les nations éclairées ont éprouvé tour-à-tour, combien le concours de plusieurs Savans, animés du même zèle pour le perfectionnement des Sciences, peut contribuer à en assûrer les progrès. Les Académies et Sociétés savantes, établies dans le sein de ces nations, et protégées par les Souverains, en dirigeant l'activité de leurs membres vers un même but, ont entrepris et exécuté des choses importantes et enrichi les Sciences de découvertes qui, sans cette réunion d'efforts et de lumières, eussent peutêtre été perduës à jamais pour le genre humain.

Aussi la Russie partage avec les autres nations éclairées la gloire d'avoir étendu les bornes des Sciences. PIERRE LE GRAND d'immortelle mémoire, témoin oculaire, pendant SES voyages, de l'utilité de ces institutions savantes, et jaloux d'ériger, dans SA nouvelle Capitale, un temple aux Sciences, afin que leurs effets bienfaisans se repandissent de là au loin sur la vaste surface de SON Empire, conçut le projet d'y établir une Académie. IL en avoit dejà dressé les statuts et appellé les membres, lorsque la mort termina SA glorieuse vie. L'Impératrice CATHERINE I. acheva ce que SON Epoux n'avoit pû qu'ébaucher; ELLE fonda cette Académie des Sciences qui, protegée par SES Successeurs au Thrône de Russie et pourvue par l'Impératrice ELISABET de glorieuse mé-

moire d'un Reglement propre à étendre la sphère de son activité, a prouvé depuis plus d'une fois, et particulièrement sous le regne glorieux de l'Impératrice CATHERINE II, l'utilité que de pareilles institutions bien dirigées et puissamment soutenues peuvent procurer à l'Empire, ce qu'attestent plusieurs de ses entreprises utiles; et principalement les voyages fructueux entrepris avec succès pour la recherche et la déscription des productions naturelles de la Russie, de même que les expéditions astronomiques de ce tems là.

PERSUADÉS que la propagation des lumières et le perfectionnement des Sciences utiles contribuent le plus à l'affermissement de la prospérité des peuples, NOUS avons tourné NOTRE attention vers l'Académie des Sciences, et ayant trouvé que son ancien reglement n'est plus conforme aux tems présens; que la somme qui a été assignée à l'Académie pour son entretien, n'est plus suffisante, et que plusieurs obstacles, dérivant de là, ont, par la suite du tems, affoibli son activité: NOUS avons trouvé bon de lui donner un nouveau Reglement et un nouvel Etât conformes aux circonstances présentes et au but de son institution.

CHAPITRE I.

DES DEVOIRS DE L'ACADÉMIE.

§. 1.

Les principaux devoirs de l'Académie (comme Corps) découlent du but même de son institution. Reculer les bornes des connoissances humaines; perfectionner les Sciences, en les enrichissant de nouvelles découvertes; propager les lumières, et les faire tourner, le plus directement possible, au bien général, en appliquant à l'usage pratique les spéculations de la théorie et les résultats fructueux de l'observation et de l'expérience: c'est en peu de mots le code de ses devoirs.

§. 2.

A ces obligations, qui lui sont communes avec les autres Académies, se joint le devoir de rendre ses travaux le plus immédiatement utiles à la Russie; d'étendre la connoissance des productions naturelles de l'Empire; de rechercher les moyens d'augmenter celles qui sont un objet de l'industrie nationale et du commerce; de perfectionner les fabriques, les manufactures, les arts et les métiers, comme les vrayes sources de la force et de la richesse des états.

§. 3.

Les Sciences au perfectionnement desquelles l'Académie doit travailler, sont les suivantes: Les Mathématiques pures et les Physico-Mathématiques, la Mécanique des corps solides et fluides, l'Astronomie, la Chymie, la Minéralogie, la Botanique, la Zoologie, l'Anatomie et Physiologie, la Technologie, l'Histoire, la Statistique et l'Economie politique.

§. 4.

L'Académie sera composée pour cet effet de dixhuit Académiciens ordinaires et de vingt Adjoints, parmi lesquels se trouvera un nombre indéterminé qui porteront le titre d'Académiciens extraordinaires. Ces trois classes de membres effectifs composent la Conférence académique. L'Académie a un Président, un Secrétaire perpétuel et un Comité d'administration; elle s'associe des membres honoraires et des Correspondans tant indigènes ou regnicoles qu'externes. Les devoirs et les droits de chacun en particulier seront déterminés dans les chapitres suivans de ce reglement.

§. 5.

L'Académie doit former, dans toutes les sciences ci-dessus mentionnées, un nombre déterminé de jeunes gens

de la nation Russe, lesquels, sous le nom d'Elèves de l'Académie, constitueront le plus bas degré académique, et se rendront dignes d'être reçus un jour au nombre des Adjoints.

§. 6.

L'Académie, comme premier Corps savant de l'Empire, décide toutes les discussions et disputes scientifiques et résoud les doutes et les questions de tous ceux qui, dans des cas pareils, auront recours à son jugement. Elle examine, d'une maniere impartiale, toutes les machines et inventions qui seront soumises à son examen.

§. 7.

L'Académie est obligée de communiquer au Gouvernement toute nouvelle découverte faite, soit par un de ses membres, soit par quelque Savant étranger, sitôt qu'elle juge que l'application à la pratique puisse en être de quelque utilité, soit pour la conservation de la santé, des hommes, soit pour le perfectionnement de l'industrie, des arts, fabriques, manufactures, commerce, navigation etc. Dans des cas pareils elle adressera ses communications au département qui peut en faire l'usage le plus immédiat.

§. 8.

L'Académie ayant elle même une part active à la propagation des connoissances utiles, entrera dans tout ce qui concerne l'instruction publique. Pour cet effet elle

entretiendra des relations avec toutes les Univertités de l'Empire, lesquelles, de leur côté, s'adresseront à l'Académie dans tous les cas où sa coopération, ou ses conseils, peuvent leur devenir utiles. De son côté l'Académie s'adressera aux Universités, pour en obtenir des renseignemens, des notices et des objets d'Histoire naturelle de leur arrondissement, de même que pour connoître les étudians qui seroient propres à devenir Elèves de l'Académie.

§. 9.

L'Académie, à l'exemple des autres Sociétés savantes, continue à publier annuellement un volume de ses recherches théorétiques écrites soit en Russe, soit en Latin, ou en quelque autre langue moderne assez répandue. Elle publiera pareillement chaque année un volume de mémoires en langue Russe, sur des matières propres à intéresser le public par leur utilité pratique, sous le titre de Journal de Technologie.

§. 10.

Comme il n'y a rien de plus avantageux aux progrès des Sciences que l'échange mutuel des idées et la connoissance prompte des inventions et découvertes qui se font chez les autres nations éclairées, l'Académie entretiendra non seulement les liaisons, dans lesquelles elle se trouve déjà avec les autres Académies et institutions sa-

vantes de l'Europe, mais elle tâchera de rendre ces liaisons encore plus étroites par le moyen d'une correspondance reglée et non interrompue.

§. 11.

Comme le perfectionnement de la Géographie et de la connoissance physique de l'Empire doit être un des principaux objets de son attention, l'Académie fera voyager de têms à autre des Astronomes et des Naturalistes dans les provinces dont la position géographique et les richesses naturelles ne sont pas encore bien connues et determinées. NOUS serons toujours disposés à favoriser ces entreprises utiles et à en faciliter l'exécution par tous les moyens qui ne sont pas au pouvoir de l'Académie.

§. 12.

L'Académie, à l'exemple des autres Sociétés savantes, publiera annuellement un programme, par lequel elle invitera les Savans de tous les pays à répondre à des questions proposées. Elle choisira pour cet effet des sujets intéressans et nouveaux, concernant les Sciences que l'Académie cultive elle-même; et elle aura soin de varier ces sujets de maniere que chaque Science ait son tour et que toutes participent également aux avantages

qu'on est en droit d'attendre de cette mesure. Les prix seront de trois-cents à cinq cents Roubles, selon l'importance et la difficulté du sujet de la question.

CHAPITRE II.

DES PRIVILÈGES DE L'ACADÉMIE.

§. 13.

NOUS prenons l'Académie des Sciences et tous ses membres sous NOTRE protection particulière, lui ordonnant de demeurer sous la jurisdiction du Ministre de l'Instruction nationale, lequel est obligé de mettre immédiatement, et sans délai, sous NOS yeux toutes les affaires de l'Académie qui demandent NOTRE décision.

§. 14.

La somme que NOUS avons très-gracieusement accordée pour l'entretien de l'Académie, de même que les revenus de son imprimerie et de sa librairie, qui sont versés dans une caisse séparée, nommée économique, seront confiés à sa propre disposition et administration. A la fin de chaque année elle NOUS rendra compte de l'emploi de ces sommes, par le Ministre de l'instruction nationale.

§. 15.

Le maintien du bon ordre et la police intérieure sont confiés à l'Académie elle même. Si hors de l'Académie

un de ses Employés sera accusé et arrêté pour un délit grave; l'Académie doit en être avertie sur le champ. Dans des cas de moindre importance le sujet arrêté est renvoyé à l'Académie. Le Comité d'administration examine tous les délits commis dans l'Intérieur de l'Académie; mais si le cas est grave, il renvoye le coupable au tribunal duquel l'affaire ressortira.

§. 16.

A l'exception du Saint Synode et du haut et dirigeant Sénat tous les tribunaux confèrent avec l'Académie par des communications; et dans toutes les occurrences où l'Académie demandera leur cooperation ou secours, ils seront tenus de lui répondre sans délai.

§. 17.

L'Académie a le droit de s'adresser au Directoire général des Ecoles, au sujet des écoliers dont l'aptitude aux Sciences est venue à sa connoissance et qu'elle juge propres à être reçus à son service en qualité d'Elèves.

§. 18.

Tous les paquets et toutes les lettres expédiées dans l'intérieur de l'Empire au nom de l'Académie et cachetées de son sceau, de même que tous les envois qu'elle expédie ou qui lui sont adressés, et dont le poids n'excède pas un poude, seront reçus franc de port dans tous les bureaux de poste.

§. 19.

Tout Académicien effectif qui a servi vingt ans en cette qualité, à dater du jour où il a reçu le diplome d'Académicien, a droit de prétendre à une augmentation de ses appointemens, de cinq-cens Roubles, qui sera prise de la somme assignée dans l'état pour cet objet. Tout Académicien effectif qui, après avoir servi vingt ans, désire d'obtenir sa dimission, à cause soit de vieillesse soit de maladie, sera congédié avec la moitié des appointemens comme pension. Mais s'il continue à servir, en qualité d'Académicien jusqu'à vingt cinq ans accomplis, il pourra recevoir sa dimission avec les appointemens entiers en guise de pension.

§. 20.

La veuve ou les enfans mineurs d'un Académicien ou Adjoint qui a servi vingt cinq ans en cette qualité, à dater du jour où il a reçu le diplome, reçoivent, outre une année complette des appointemens du Défunt, payée à la fois, encore la moitié de ces appointemens comme pension, la veuve tant qu'elle ne contracte pas de nouveau mariage, les enfans jusqu'à leur âge de majorité, ou jusqu'à leur établissement, si celui-ci devance cet age. Si la veuve meurt ou se remarie, sa pension sera partagée également, entre les enfans mineurs. La veuve ou

les enfans d'un Académicien ou Adjoint qui a servi vingt ans, recoivent, outre une année entiere des appointemens du Défunt, payée à la fois, encore la troisième partie de ses appointemens comme pension. La veuve et les enfans d'un Académicien ou Adjoint qui a servi dix ans en cette qualité obtiendront, outre une année d'appointemens payée à la fois, encore le quart des appointemens du Défunt comme pension. La veuve et les enfans d'un Académicien ou Adjoint qui a servi moins que dix ans recoivent, une fois pour toutes, une année des appointemens du Défunt. Les années de service sont comptées du jour d'où date le diplome qui donne, avec le tître de membre effectif, le droit de siéger dans les Conférences.

§. 21.

Tous les autres Employés de l'Académie, de quelque rang qu'ils soyent, ont droit de prétendre à la moitié de leurs gages comme pension viagère après trente cinq ans de service.

§. 22.

Les Académiciens ordinaires seront de la sixième classe, les extraordinaires de la septième, et les Adjoints de la huitième, s'ils n'ont pas de rangs plus élevés.

§. 23.

NOUS accordons à l'Académie le droit d'élection, lorsqu'une place d'Académicien ou d'Adjoint devient va-

cante, persuadés que leur propre honneur engagera les Académiciens à faire des choix dignes d'eux et dignes de la première institution savante de l'Empire. A mérite égal un Savant de la nation doit être préféré à un étranger.

§. 24.

Quoique le nombre des Académiens ordinaires ait été fixé à dixhuit (§. 4.), cela non obstant, si l'Académie trouve l'occasion d'associer à ses travaux un Savant d'un mérite éminent et d'une grande célébrité, de quelque nation qu'il soit, NOUS lui permettons non seulement de le recevoir Académicien ordinaire, quoiqu'il n'y eut pas de place vacante, mais NOUS déclarons qu'un tel choix NOUS sera toujours très agréable. NOUS lui permettons également de recevoir un Savant de réputation cultivant une Science qui n'est pas indiquée dans le §. 3., si elle juge avantageuse la réunion de cette Science aux objets de ses études. Dans l'un et l'autre cas les appointemens seront assignés sur la caisse économique.

§. 25.

Le Ministre de l'Instruction nationale NOUS présentera les noms de ceux qui ont été élus Académiciens ordinaires, extraordinaires, ou Adjoints, pour recevoir NOTRE confirmation, après quoi la Heraldie leur fera expédier les patentes conformes aux classes de leur rang.

CHAPITRE III.

DU PRÉSIDENT.

§. 26.

Le Président de l'Académie sera nommé par NOUS et choisi parmi les personnes des quatre premieres classes de l'Empire.

§. 27.

Comme la personne que NOUS choisissons pour cette place, doit en être digne par l'étendue de ses connoissances et par son amour pour les Sciences, la confiance dont NOUS l'honorons NOUS sera garant de son zèle et des soins qu'il employera à ce que l'Académie remplisse l'objet de son institution, qu'elle soit utile aux Sciences en général et à NOTRE Empire en particulier.

§. 28.

Le Président veillera à ce que tous les articles du présent Reglement soyent inviolablement observés. Il est le défenseur des droits de l'Académie et le garant de l'accomplissement de ses devoirs.

§. 29.

Il préside dans les Conférences académiques dont il dirige les travaux, et dans le Comité d'administration, avec lequel il veille au maintien du bon ordre et à ce

que les déniers de la caisse académique soyent employés au véritable bien de l'Académie et administrés avec ordre et économie.

§. 30.

Le Président, siégeant au Comité d'administration, a le droit d'engager au service de l'Académie toutes les personnes dont les fonctions se rapportent à l'administration et dont l'élection ne dépend pas de la Conférence.

§. 31.

Le Président NOUS fera présenter, par le Ministre de l'Instruction nationale, ses raports sur l'état de l'Académie, sur les travaux les plus importans de ses membres, sur les nouvelles élections, sur les voyages scientifiques à entreprendre, et en général sur toutes les affaires qui pourroient exiger NOTRE décision immédiate.

§. 32.

Le Président NOUS fera de même connoître, par le Ministre, les membres de l'Académie qui, par l'importance de leurs services, par leur savoir, leur zèle et leur activité ont mérité des distinctions et des récompenses. Il NOUS fera parvenir aussi ses observations, appuyées de preuves, sur ceux qui négligent leurs devoirs.

§. 33.

Quant aux autres Employés de l'Académie, qui ont

mérité son approbation ou sa répréhension, le Président en agira à leur égard selon la teneur des ordonnances générales.

§. 34.

En cas de violation du bon ordre et de la police intérieure NOUS conférons au Président le pouvoir de prendre pour le rétablissement du bon ordre et la punition du coupable, les mesures qui seront conformes aux loix, à la gravité du cas et aux circonstances.

§. 35.

Le Président seul a le droit de convoquer des Assemblées extraordinaires, ce qu'il fait, dans des cas urgens, par la voye du Secrétaire perpétuel de l'Académie.

§. 36.

Le Président seul a le droit de faire, dans les Conférences, des propositions concernant l'administration de l'Académie. En cas d'absence il en charge le Secrétaire, ou un autre Académicien.

§. 37.

Conformément aux loix existantes le Président a deux voix tant dans les séances de la Conférence que dans celles du Comité d'administration.

CHAPITRE IV.

DU SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

§. 38.

Le Secrétaire doit entretenir une correspondance reglée avec les autres Académies et Sociétés savantes de l'Europe, avec les membres externes et les Correspondans de l'Académie, principalement avec ceux qui sont pensionnés.

§. 39.

De là il suit que le Secrétaire doit être lui-même un Savant distingué et connu; c'est pourquoi il sera toujours choisi parmi les Académiciens. En cas de vacance l'élection se fera en pleine Conférence à la pluralité des voix.

§. 40.

Le Secrétaire étant aussi membre de la Conférence académique, il a sa place à côté du Président, et donne, dans toutes les délibérations et élections, sa voix comme les autres Académiciens.

§. 41.

Le Secrétaire tient le protocole dans les séances académiques; il y fait, au nom du Président, les propositions dont celui-ci le charge en cas d'absence; il indique les objets de délibération qui se sont présentés d'une sé-

ance à l'autre; il fait la lecture des lettres qui lui sont adressées pour l'Académie, de même que les réponses qu'il y a faites à la suite des résolutions de la Conférence.

§. 42.

Le Secrétaire soigne l'impression des Actes de l'Académie et compose son histoire qui précède chaque volume; il en expédie des exemplaires, au nom de l'Académie, à toutes les Sociétes savantes, avec lesquelles elle est en relation, et qui de leur côté observent la réciprocité; il expédie les certificats et extraits des protocoles qui sont demandés à l'Académie; il expédie enfin et contresigne les diplomes de l'Académie, dont le grand et le petit sceau est sous sa garde.

§. 43.

Le Secrétaire a l'inspection de l'Archive de la Conférence, et veille à ce qu'il soit toujours tenu en bon ordre. Il ne lui est pas permis d'en délivrer, sans récipisse, aucun des papiers qui s'y gardent, pas même à un Académicien.

§. 44.

Il a sous lui un Archivaire et un Translateur que la Conférence choisit parmi les Elèves à la pluralité des voix, et deux Ecrivains qu'il nomme lui-même.

§. 45.

L'Archivaire qui a l'Archive sous sa garde immédiate, et qui répond de son intégrité et de son bon ordre, de même que le Translateur qui doit traduire les mémoires des Académiciens étrangers destinés à paroître en Russe, sont de la neuvième classe, s'ils n'ont pas de rang plus élevé.

CHAPITRE V.

DES ACADÉMICIENS.

§. 46.

L'Académie sans aucune division des Sciences en classes, sera composée des Académiciens ordinaires suivans: pour les hautes Mathématiques, l'Astronomie, la Chymie, la Zoologie, la Technologie, la Mécanique des corps solides et fluides il y aura deux Académiciens pour chaque Science; pour la Physique, l'Anatomie, la Botanique, la Minéralogie, l'Economie politique et Statistique, et enfin pour l'Histoire il y en aura un pour chaque Science.

§. 47.

Le premier devoir de l'Académicien est de travailler de toutes forces au perfectionnement de sa science, de l'en-

nchir de nouvelles découvertes, et de contribuer ainsi à l'augmentation de la masse des connoissances humaines.

§. 48.

Le second devoir de l'Académicien est de guider, par ses conseils, l'Adjoint qui est nommé son aide, de l'admettre à ses recherches et expériences, et de lui faciliter de toutes les manières les moyens de parvenir dans sa Science au degré de perfection qu'il doit travailler d'atteindre, afin de mériter un jour la dignité d'Académicien.

§. 49.

Chaque Académicien devant avoir auprès des lui un Elève, qui sera confié à sa surveillance toute particulière, ce sera encore un de ses devoirs de former cet Elève, par ses leçons, et de le rendre digne de devenir un jour Adjoint de l'Académie. Il rendra tous les ans compte de ses progrès à l'Académie.

§. 50.

Chaque Académicien est tenu de présenter pour le moins deux mémoires annuellement pour les Actes que l'Académie publie.

§. 51.

Tout Académicien qui a fait quelque nouvelle découverte, quelque expérience ou observation intéressante, est tenu d'en faire la première ouverture à l'Académie et

de la lui communiquer ensuite par un mémoire qu'elle insérera dans les Actes, ou qu'elle publiera séparément, selon que la Conférence jugera à propos. Ce n'est qu'après avoir rempli cette obligation qu'il lui est permis de répandre le résultat de ses recherches dans l'étranger par la correspondance ou par les Journaux.

§. 52.

Pareillement tout Académicien qui a composé ou traduit un ouvrage, sur quelque matiere que se soit (à l'exception des réponses aux questions proposées par quelque Société savante) est tenu d'en présenter le manuscrit à la Conférence, pour être imprimé, si elle le juge bon, au profit de l'Académie, contre une gratification soit en argent, soit en exemplaires, proportionnée à l'importance du travail de l'auteur ou traducteur; si non, le manuscrit lui sera rendu pour être imprimé où bon lui semble.

§. 53.

Si le Président et la Conférence jugent à propos de charger un Académicien de quelque travail analogue à sa vocation: il ne sauroit s'en dispenser sans des raisons très graves qu'il indiquera incontinent au Président et à la Conférence, afin qu'ils puissent juger de leur validité.

§. 54.

De l'autre côté si un Académicien, tout en remplissant ses devoirs envers l'Académie, a du tems de reste pour d'autres emplois analogues à ses occupations, il lui sera libre d'y vaquer, à condition pourtant que ces emplois secondaires ne l'empêchassent point de s'acquitter de ses devoirs académiques.

§. 55.

Si un Académicien est d'intention de quitter l'Académie, il doit en prévenir le Président six mois d'avance.

§. 56.

Dans un cas pareil, aussi bien que dans le cas qu'une place viendroit à vaquer par la mort d'un Académicien, le Président en avertit la Conférence et fixe un terme de six mois au moins pour la confection de la liste des Candidats.

§. 57.

Ce terme échu, trois Académiciens à la fois ont le droit de proposer à la Conférence depuis un jusqu'à trois Candidats. Chaque proposition sera signée de trois Académiciens et contiendra un court exposé des mérites et du savoir de chaque Candidat.

§. 58.

Le premier devoir de l'Académicien indiqué au §. 47. exclud de cette liste tout homme obscur et médiocre. Le Savant qui aspire à l'honneur d'être reçu Académicien, doit avoir de la réputation dans le monde savant et être connu par ses ouvrages, ou par des découvertes utiles.

§. 59.

Pas plus tard que six semaines après la confection de la liste des Candidats, la Conférence passe à l'élection par le scrutin. Le nombre des votans, y compris le Président, ne doit pas être moindre que les deux tiers du nombre des Académiciens.

§. 60.

Celui qui a obtenu la pluralité des voix est proclamé, après la confirmation du Président, qui charge le Secrétaire d'annoncer à l'Elû le choix de l'Académie.

§. 61.

En cas qu'il y eût des empêchemens qui ne permissent pas à l'Elû d'accepter la vocation de l'Académie, le Secrétaire en avertit le Président et la Conférence, qui le chargeront de se mettre en rapport avec celui des Concurrens qui a eu le plus grand nombre de suffrages après celui qui décline la vocation.

§. 62.

Au reste la Conférence peut aussi passer à une nouvelle élection, si sur ces entrefaites elle a eu connoissance d'un nouveau sujet digne de concourir.

§. 63.

Si, contre toute NOTRE attente, un Académicien se fut rendu indigne de porter ce nom: le Président a le droit de NOUS proposer son exclusion; mais cette proposition doit être confirmée par une résolution de la Conférence, prise à la pluralïté des voix d'au moins les deux tiers du nombre de tous les Académiciens.

CHAPITRE VI.

DES ACADÉMICIENS EXTRAORDINAIRES ET DES ADJOINTS.

§. 64.

Chacun des Académiciens désignés au §. 46. doit avoir son Adjoint; mais les Académiciens pour la Botanique et pour la Minéralogie en auront deux chacun, désorte que le nombre de tous les Adjoints montera à vingt, parmi lesquels ceux qui auront servi six ans en cette qualité avec un zèle distingué, seront avancés au rang d'Académiciens extraordinaires.

§. 65.

Le devoir des Adjoints est d'aider leurs Académiciens dans leurs occupations savantes, particulièrement dans l'enseignement de leurs Elèves, dont la premiere instruction sera confiée aux Adjoints. Guidés par les conseils de leurs Académiciens les Adjoints travailleront à leur propre perfectionnement dans la Science qu'ils ont embrassée.

§. 66.

Chaque Adjoint est obligé de présenter à la Conférence tous les ans pour le moins un mémoire digne d'être inséré dans les Actes que l'Académie publie.

§. 67.

Les Adjoints ont le droit d'assister aux Conférences académiques et de dire leurs avis dans les délibérations scientifiques, mais ils ne prennent point part aux élections.

§. 68.

Lorsqu'une place d'Adjoint devient vacante et qu'il n'y a pas d'Elève académique assez avancé pour la remplir dignement, l'Académie ouvrira un concours, en publiant par les gazettes que chaque savant indigène qui se croit en état de se mettre sur les rangs, puisse envoyer, dans le terme de six mois, pour preuve de son savoir, soit un ouvrage imprimé, soit un mémoire manuscrit de sa composition.

§. 69.

Ces ouvrages et mémoires seront examinés par les Académiciens, et à l'échéance du terme la Conférence passera à l'élection, comme il a été dit aux §§. 59 et 60, au sujet des Académiciens ordinaires.

§. 70.

Mais s'il se trouve parmi les Elèves un sujet qui, au jugement de la Conférence, est digne de remplir la place vacante, l'Académie la lui confère sans ouvrir de concours.

§. 71.

Tout Adjoint qui, au jugement de la Conférence, a servi en cette qualité avec distinction pendant six ans, a droit de prétendre au titre et aux émolumens d'Académicien extraordinaire. Cette promotion se fait par la Conférence à la pluralité des voix.

§. 72.

Comme cette dignité académique est créée uniquement dans la vue d'ouvrir une perspective aux Adjoints, il n'y aura jamais de place d'Académicien extraordinaire vacante, vû que le nombre n'en est point déterminé et qu'il dépend uniquement du nombre d'Adjoints qui auront mérité l'approbation constante de leurs Académiciens.

§. 73.

Les devoirs des Académiciens extraordinaires ne dif-

férent en rien de ceux des Adjoints. Aussi la place d'Adjoint, qu'a occupé l'Académicien extraordinaire, n'est pas censée vacante par sa promotion.

§. 74.

Les Académiciens extraordinaires reçoivent une addition aux appointemens d'Adjoint, indiquée dans l'état, et ils ont le droit de voter dans les élections.

§. 75.

Ce qui a été dit au §. 63. au sujet de l'exclusion d'un Académicien ordinaire, sera aussi observé à l'égard des Académiciens extraordinaires et des Adjoints.

CHAPITRE VII.

DES MEMBRES HONORAIRES ET DES CORRESPONDANS.

§. 76.

Outre les trois classes de membres effectifs, dont il a été parlé dans les deux chapitres précédens, l'Académie aura encore deux autres classes de membres, savoir: la classe des membres honoraires et celle des Correspondans.

§. 77.

La classe de membres honoraires sera sousdivisée en Honoraires nationaux et en Honoraires étrangers.

§. 78.

La premiere sera composée d'un nombre indéterminé de personnes de qualité qui, par leurs connoissances et leur amour pour les Sciences, ont inspiré à l'Académie le désir de se les associer, et d'un nombre également indéterminé de Savans Russes qui se sont fait connoître avantageusement par des ouvrages relatifs à quelqu'une des Sciences que l'Académie cultive.

§. 79.

La seconde division sera composée des Savans étrangers le plus célèbres, de l'association desquels l'Académie, tout en honorant le mérite, puisse retirer elle-même de la gloire et se promettre en même tems une sorte de coopération dans ses travaux, ne fut-ce que par la voye de la correspondance. Le nombre n'en doit pas monter au de-là de cinquante.

§. 80.

La réception de ces membres se fait par la Conférence, à la pluralité des voix, sur la proposition du Président, ou de trois Académiciens qui, après en avoir prévenu le Président, présentent par écrit une proposition commune signée de leur main.

§. 81.

L'Académie n'impose point de devoirs à ses membres

honoraires; mais si l'un ou l'autre lui envoye un mémoire, on en fera la lecture en Conférence, et il sera inséré dans les Actes, ou dans quelque autre collection de mémoires, si l'Académie juge que la publication puisse en être utile.

§. 82.

Si l'Académie juge avantageuse l'association d'un savant national ou étranger qui, sans avoir acquis assez de célébrité pour aspirer à l'honneur d'être membre honoraire, s'est distingué par des ouvrages utiles, par ses connoissances, par son zèle à lui rendre des services agréables, et s'est attiré par là l'attention particulière de l'Académie, elle pourra le recevoir dans la classe de ses Correspondans, laquelle est divisée aussi en Correspondans nationaux et étrangers.

§. 83.

Le nombre des Correspondans n'est pas limité. Leur réception se fait par la Conférence, à la pluralité des voix, à la suite d'une proposition du Président, ou avec sa permission, sur la proposition d'un Académicien ordinaire ou extraordinaire.

§. 84.

Dans les Assemblées solemnelles les membres honoraires et les Correspondbns qui se trouvent à St. Petersbourg auront leur place à la table des Académiciens effectifs.

§. 85.

Un membre honoraire, ou Correspondant, qui auroit à faire part à l'Académie d'une nouvelle expérience, ou qui désireroit de la repéter en sa présence, ou lui faire la lecture de quelque mémoire, peut en demander l'agrément au Président, qui lui fixera le jour d'une séance ordinaire, où il pourra venir assister.

§. 86.

Six membres honoraires étrangers ou externes, et six membres honoraires ou Correspondans nationaux, seront Pensionnaires l'Académie et recevront, les premiers trois-cens, les autres deux-cens Roubles de pension par an.

§. 87.

C'est à ces membres honoraires et Correspondans pensionnés que l'Académie impose l'obligation de lui envoyer des mémoires, de lui fournir des notices intéressantes et de l'instruire, par des lettres adressées au Secrétaire, de toutes les nouvelles inventions et découvertes, et en général de tous les évènemens qui peuvent intéresser les sciences.

§. 88.

Dans le choix de ces Pensionnaires l'Académie doit avoir égard à deux choses: 1) au lieu de résidence, vû qu'une ville où se trouve une Académie, une Université, ou autre institution savante, est plus propre à four-

nir matière à la correspondance qu'une ville qui n'a pas ces avantages; 2) à la science que le Récipiendaire cultive; il en faut choisir de différentes sciences, afin que chaque branche des connoissances, à la perfection desquelles l'Académie travaille, puisse participer égalment aux avantages qu'on est en droit de se promettre de cette classe de membres.

§. 89.

Lorsqu'une pension devient vacante, chaque Académicien, à l'invitation du Président, nomme un Candidat du nombre des membres externes, ou des Honoraires et des Corréspondans nationaux, selon la classe dans laquelle la pension est ouverte, et l'élection se fait à la pluralité des voix.

CHAPITRE VIII.

DES ASSEMBLÉES.

---

§. 90.

Il y a trois espèces d'Assemblées académiques, savoir: des Assemblées solemnelles, des Assemblées ou Conférences extraordinaires et des Conférences ordinaires.

§. 91.

Les Assemblées solemnelles se tiendront annuellement le jour de la restauration de l'Académie par ce nouveau Reglement. L'Académie fera annoncer cette solemnité par les gazettes et y invitera non seulement tous les membres honoraires et Correspondans demeurans à St. Petersbourg,

mais aussi d'autres savans et amateurs distingués des sciences. NOUS mêmes, portés à diriger NOTRE attention particulière vers les connoissances utiles, NOUS NOUS ferons un plaisir d'assister à ces Assemblées.

§. 92.

Le Président, ou le Secrétaire, ouvrira la séance par un discours analogue aux circonstances, dans lequel il rendra compte des travaux de l'Académie effectués dans le courant de l'année. Le Secrétaire proclamera les noms des Savans qui ont remporté les prix, et lira un extrait des mémoires couronnés. Il fera aussi la lecture des nouvelles questions proposées par l'Académie pour l'année suivante, et proclamera les noms des Savans que l'Académie s'est associés, à quoi il ajoutera des notices biographiques de ceux que la mort lui a enlevés. A la fin de la séance le Président NOUS présentera les Elèves de l'Académie qui se seront distingués par leur application et leurs succès, en cas que NOUS soyons présens.

§. 93.

Les Assemblées ou Conférences extraordinaires n'ont lieu que dans des cas urgens qui demandent des décisions promptes. Le Président les fera convoquer par le Secrétaire, au moyen d'une lettre circulaire qui en indiquera le motif.

§. 94.

Les Conférences ordinaires se tiennent une fois par semaine, savoir tous les Lundis depuis 10 heures du ma-

tin jusqu'à midi. En cas que quelque jour de fête empèche la séance, le Président peut la remettre à un autre jour.

§. 95.

Ces séances sont destinées uniquement à la lecture des mémoires des Académiciens et Adjoints, à celle de la Correspondance intérieure et étrangère, à l'examen des ouvrages, machines et inventions soumises au jugement de l'Académie, et à d'autres déliberations et discussions scientifiques. Dans les cas qui demandent la réunion de plusieurs Académiciens le Président nommera un Comité.

§. 96.

La Conférence ne doit pas être détournée de ses occupations scientifiques par des affaires d'administration et d'économie. Toutefois, si le tems le permet, et que le Président juge à propos de demander l'avis de la Conférence sur ces objets, elle peut s'en occuper aussi. Mais du reste aucun Académicien ne fera en Conférence des propositions relatives à l'administration, sans le consentement du Président. L'Académicien qui aura fait de semblables propositions au Président, ou au Comité d'administration, pourra, dans le cas qu'elles sont restées sans effet, en donner une copie *ad Acta*.

§. 97.

Le Président, et en son absence le Secrétaire, veillera à ce que personne ne s'arroge dans les Conférences des

droits qui ne lui appartiennent pas, et à ce que les délibérations se fassent avec décence et avec les égards dûs à la dignité du lieu et des personnes. Il appellera à l'ordre celui qui s'oublie dans la chaleur des débats; et si, contre toute attente, la dispute dégénère en querelle, il posera la question et fera décider l'objet à discuter à la pluralité des voix. Il peut enfin lever la séance et remettre la discussion à un autre tems. Au reste NOUS sommes persuadés qu'aucun Académicien n'oubliera la bienséance et sa propre dignité, pas même dans la chaleur de la dispute, d'autant plus que les déliberations académiques ne peuvent avoir d'autre motif que la recherche de la vérité, ni d'autre but que le progrès des Sciences.

§. 98.

Le tems des vacances académiques, pendant lesquelles il n'y a point de Conférence, commence le 10 Juillet et finit le 10 Août.

CHAPITRE IX.

DES ELÈVES.

§. 99.

Comme l'étude de toutes les sciences, au perfectionnement desquelles l'Académie doit travailler en vertu de ce reglement, n'est poussée que jusqu'à un certain point

dans les institutions établies pour l'enseignement de la jeunesse, et même aux Universités, afin d'assûrer à l'Académie les moyens de remplir avec le tems de Savans nationaux les places d'Académiciens NOUS lui ordonnons d'entretenir, sous la dénomination d'Elèves académiques, un nombre de jeunes gens de la nation, choisis avec la circonspection convenable.

§. 100.

Ces Elèves, au nombre de vingt, seront choisis parmi les Etudians des Universités et les Ecoliers qui, en quittant les Gymnases, décèlent un goût décidé et une aptitude distinguée pour l'une ou l'autre des Sciences dont l'Académie s'occupe.

§. 101.

Comme ce choix ne peut avoir son effet que du propre consentement de ces Etudians, lesquels sont reçus au service civil avec le rang de la 14^e^ Classe; afin d'engager ceux qui en ont la capacité, à préférer la carrière académique, ils seront reçus, après avoir subi l'examen, avec le rang de la 12^e^ classe. L'Académie les logera et ils recevront les appointemens stipulés dans l'Etat.

§. 102.

Aussi-tôt après leur engagement ils seront désignes chacun à l'Académicien de la Science à laquelle il s'est

voué. L'Académicien prendra son Elève sous sa direction et surveillance immédiate, et lui donnera des leçons, conjointement avec son Adjoint, en chargeant celui-ci de fortifier l'Elève dans les parties élémentaires, et se reservant les parties les plus sublimes et les plus difficiles.

§. 103.

Si contre toute attente un Elève, soit par manque d'application, soit par mauvaise conduite, se montroit indigne de l'honneur que l'Académie lui a fait par son choix: l'Académicien auquel il est subordonné, après des admonitions réitérées et infructueuses de sa part, en fera son rapport au Président, qui proposera à la Conférence l'exclusion de l'Elève à la pluralité des voix.

§. 104.

Après trois ans d'étude chaque Elève sera examiné en pleine Conférence, et lorsqu'il aura donné des preuves de l'étendue et de la solidité de ses connoissances acquises, le Président, sur le certificat de la Conférence, le proposera pour être avancé à la 11^{me} classe, et lui assignera l'augmentation des appointemens stipulée dans l'Etat. L'Elève continuera cependant ses études sur le même pied.

§. 105.

Du nombre de ces Elèves de la 11^{e} classe l'Académie

désignera trois tous les trois ans, qu'elle fera voyager à ses fraix dans les pays étrangers. Il y a une somme stipulée dans l'Etat pour cet objet, laquelle fournira aux fraix de leur voyage et aux additions d'appointemens qu'il nécessitera.

§. 106.

La Conférence leur donnera à leur départ une instruction détaillée, propre à les guider dans leur voyage et à le rendre aussi utile et aussi conforme que possible aux vues de l'Académie. Elle leur indiquera les pays qu'ils doivent visiter, les villes où ils doivent faire quelque sejour, les institutions savantes dont ils doivent fréquenter les auditoires, et les branches des Sciences qu'ils doivent s'appliquer à étudier encore.

§. 107.

Afin de leur faciliter de toutes les manières les moyens de rendre leurs voyages fructueux, et afin d'écarter tous les obstacles qu'ils pourroient rencontrer, le Ministre de l'Instruction nationale leur fera expédier, à la représentation du Président, des lettres de recommendation à NOS Ministres et Agens diplomatiques.

§. 108.

Ils écriront pour le moins une fois tous les trois mois au Secrétaire des Conférences, en lui faisant part du succès

de leur voyage, de l'emploi de leur tems et des observations qu'ils ont été à même de faire. Ils enverront chaque année un mémoire sur quelque sujet scientifique, afin que l'Académie puisse juger par là jusqu'à quel point ils réalisent ses espérances. Tout ceci sera présenté par le Secrétaire à la Conférence.

§. 109.

A leur retour ils subissent un nouvel examen devant la Conférence, et après avoir donné des preuves suffisantes du bon emploi qu'ils ont fait de leur tems et des moyens que l'Académie leur a fournis pour augmenter leurs connoissances, ils seront avancés à la 10^{e} classe et pourront devenir Adjoints, sitôt qu'il y aura de places ouvertes.

§. 110.

Un Elève qui, par une maladie incurable, deviendroit incapable de continuer son service à l'Académie, ou ailleurs, pourra demander sa dimission et jouir, après l'avoir obtenue, des prérogatives attachées à son rang, sur le pied des autres congédiés du service.

CHAPITRE X.

DES APPARTENANCES SCIENTIFIQUES DE L'ACADÉMIE.

§. 111.

L'Académie a son imprimerie, sa librairie, sa bibliothèque, son musée de Botanique de Zoologie et de Minéralogie, son cabinet de curiosités et de médailles, son observatoire astronomique, une salle de modèles, une autre pour les instrumens de Physique, un théatre anatomique, deux laboratoires chymiques et un jardin botanique. Les deux premières appartenances lui donnent des revenus et doivent être entretenues, avec les personnes attachées à leur service, aux dépens de la caisse économique; les autres seront entretenues au moyen des sommes stipulées dans l'état pour ces objets.

§. 112.

L'imprimerie et la librairie seront sous la direction immédiate du Comité d'administration, qui prendra toutes les mesures convenables pour rendre florissant l'état de ces deux établissemens. Il tâchera surtout de mettre la librairie en rapport avec les librairies étrangères, à l'effet d'ouvrir par des trocs un débouché aux ouvrages de son impression, et de fournir à sa propre librairie des livres

qu'elle puisse vendre à un prix propre à contenir la cupidité des libraires particuliers. De chaque ouvrage qui entrera de cette manière dans la librairie académique, à l'exception de ceux qu'elle fait venir pour d'autres par commission, il sera remis un exemplaire à la bibliothèque, à moins qu'il ne s'y trouve dejà.

§. 113.

Il est défendu à toutes les imprimeries de NOTRE Empire, de réimprimer, sous peine de confiscation au profit de l'Académie, tout ouvrage qui sort de ses presses, à moins qu'elle n'y ait donné expressement sa permission.

§. 114.

L'Académie aura son propre censeur, choisi parmi ses membres. Le devoir de ce censeur sera d'examiner tous les manuscrits qui seront présentés au Comité d'administration pour être imprimés à l'Académie, afin de s'assûrer qu'ils ne contiennent rien qui soit contraire à la religion, au gouvernement et aux moeurs. Il est salarié, pour ce travail, de la caisse économique.

§. 115.

NOUS confirmons à l'Académie, par le présent reglement, le droit exclusif, dont elle a joui jusqu'à ce jour, d'imprimer seule toutes sortes de calendriers en Russe, en

en Allemand et en François, de même que les gazettes politiques de St. Petersbourg.

§. 116.

Toutes les imprimeries de l'Empire sont tenues d'envoyer à l'Académie, pour sa bibliothèque, un exemplaire de chaque ouvrage qui sortira de leurs presses. La contravention à cet ordre sera punie la première fois d'une amende pécuniaire de la valeur de dix exemplaires, la seconde fois de vingt, et ainsi de suite.

§. 117.

La bibliothèque et le musée sont confiés à la surveillance de deux Académiciens élus par la Conférence à la pluralité des voix. Ces Académiciens recevront une addition à leurs appointemens fixée dans l'état.

§. 118.

Le Bibliothécaire et le Sur-Intendant du musée sont responsables de l'intégrité des collections précieuses qui sont confiées à leur garde. Ils ne peuvent faire de leur propre chef aucun changement considérable dans leurs départemens. S'ils ont en vue quelque amélioration ou augmentation, ils en feront la proposition à la Conférence, laquelle l'ayant trouvée avantageuse, la présentera au Président conjointement avec son approbation. Chaque Académicien a le droit de faire des propositions relatives à ces deux collections.

§. 119.

Chacun des deux Académiciens qui dirigent ces appartenances, a ses aides, un écrivain et un nombre suffisant de serviteurs subalternes, qui sont tous placés par le Comité d'administration. Les aides sont de la 10^{me} classe et les écrivains de la 13^{me}, s'ils n'ont pas de rang plus élevé.

§. 120.

Le Président fixera deux jours par semaine, où l'entrée de la bibliothèque et du musée sera libre pour quiconque désirera de les voir. Le Comité d'administration avisera aux moyens de rendre cette permission compatible avec la sûreté de l'Académie.

§. 121.

L'Observatoire supérieur et inférieur sont confiés, avec tous les instrumens qui s'y trouvent, aux deux Académiciens Astronomes, le cabinet de Physique au Physicien, la salle de modèles au Mécanicien, le jardin botanique au Botaniste, les laboratoires chymiques aux deux Chymistes, le théatre anatomique à l'Anatomiste. Tous ces Académiciens reçoivent du Comité d'administration l'argent nécessaire pour l'entretien de ces dépendances, et lui rendent compte de l'emploi de cet argent.

CHAPITRE XI.

DES DÉNIERS ACADÉMIQUES.

§. 122.

Outre les 53298 Roubles que l'Académie a reçu jusqu'à présent, il lui sera encore délivré annuellement la somme de 66702 Roubles, ce qui fait en tout une somme de 120000 Roubles, qui sera employée aux usages détaillés dans l'état annexé à ce Reglement.

§. 123.

Les appointemens de toutes les personnes dépendantes de l'Académie, qui ne sont pas marqués dans cet état, seront tirés de la caisse économique.

§. 124.

Dans cette caisse économique sont versés: 1) les intérêts de deux capitaux faisant ensemble 70000 Roubles et placés à la maison des enfans trouvés; 2) les sommes qui proviennent des annonces et des prénumérations pour les gazettes, de la vente des almanacs et des livres, et de l'impression des ouvrages imprimés aux fraix des auteurs dans l'imprimérie académique; 3) les restes des déniers de la caisse de l'Etat provenans des places vacantes.

§. 125.

Les interêts des 70000 Roubles, conjointement avec les 5000 Roubles stipulés dans l'Etat pour ce même objet, doivent être employés uniquement au payement des pensions, en vertu des §§. 19, 20 et 21 de ce Reglement. Les autres sommes de la caisse économique sont déstinées: 1) à l'entretien de l'imprimerie et de la librairie, y compris les appointemens des personnes que leur service exige; 2) au payement des appointemens des Académiciens non compris dans l'état, qui, en vertu du §. 24., pourroient être engagés par l'Académie; 3) à l'entretien des Storojes et autres gens nécessaires pour le maintien de la propreté, de l'ordre etc.; 4) à l'entretien des bâtimens académiques; 5) à l'augmentation des pensions, en cas que la somme stipulée dans l'état ne fut pas suffisante pas pour cet objet; 6) à toutes les dépenses, pour lesquelles il n'y a rien de fixé dans l'état.

§. 126.

Ce qui reste des déniers économiques, aprés avoir fait face à toutes ces dépenses, sera employé par le Comité d'administration à la construction de nouveaux bâtimens, ou à l'agrandissement des anciens, afin qu'avec le tems tous les Académiciens puissent être logés, et surtout ceux dont les fonctions exigent leur proximité de quelque dépar-

tement académique, tels que les Astronomes, les Chymistes, le Botaniste, l'Anatomiste, le Physicien, le Secrétaire des Conférences, le Bibliothécaire, le Sur-Intendant du musée etc.

CHAPITRE XII.

DU COMITÉ D'ADMINISTRATION.

§. 127.

Le Comité d'administration sera composé du Président, de deux Académiciens ordinaires, et de deux Conseillers versés dans les loix et dans les affaires et formes judiciaires.

§. 128.

Les deux Académiciens siégeans au Comité seront élus par la Conférence à la pluralité des voix. A la première élection après la confirmation de ce Reglement l'un sera élu pour deux ans, l'autre pour une année seulement. Dans la suite il y aura chaque année un nouvel élu pour deux ans, à la place de l'Académicien dont le terme est échu. De cette manière il y aura toujours dans le Comité d'administration un Académicien routiné dans les affaires d'administration.

§. 129.

Le Comité s'occupera du maintien du bon ordre dans tous les départemens de l'Académie, de la conservation et

de l'intégrité de toutes ses propriétés, de ses caisses, de ses collections scientifiques, de ses bâtimens, de leur réparation, embellissement, aggrandissement et de leur destination, et il sera résponsable de tout ceci.

§. 130.

Le Comité seul règle tout ce qui a rapport à la recette et à la dépense: il vérifie les comptes et a soin que les déniers académiques soyent employés conformément au Reglement et à l'Etat.

§. 131.

Dans toutes les affaires qui le concernent, le Comité communique avec les tribunaux en conformité du §. 16. Mais il ne doit s'immiscer en aucune manière dans les affaires qui sont du ressort de la Conférence.

§. 132.

Le Comité NOUS rendra compte, en ce qui concerne ses affaires, par le Ministre de l'Instruction nationale.

§. 133.

Le Comité s'assemble deux fois par semaine, savoir les mardis et les vendredis, depuis 9 heures du matin jusqu'à midi. En cas que le Président ait convoqué une assemblée extraordinaire pour un de ces jours là, la séance du Comité sera remise à un autre jour.

§. 134.

Le Comité aura son Secrétaire, un Protocolliste qui fera en même tems les fonctions de Translateur, un Caissier, un Teneur de livres, un Archivaire, un Exécuteur, un Architecte, et le nombre nécessaire d'officiers subalternes de chancellerie et autres Employés pour l'imprimerie, la librairie, l'expédition des gazettes etc.

§. 135.

Le Secrétaire et le Caissier sont de la 9me Classe, et le Protocolliste-Translateur de la 10me, s'ils n'ont pas de rang plus élevé.

§. 136.

Le Comité tiendra un journal de ses résolutions, et en donnera des extraits, au contreseing du Secrétaire, à qui il convient pour l'exécution. Les recettes et depenses, les sommes de la caisse de reserve, les papiers de différentes espèces, les livres imprimés, les matériaux, les instrumens etc. seront inscrits dans des livres scellés ou à cordon.

§. 137.

Si dans les délibérations du Comité l'avis du Président, sur quelque sujet que ce soit, n'est pas d'accord avec celui de la majorité, les votes seront insérés dans le Protocole et soumises à l'examen du Ministre, duquel on attendra la décision.

§. 138.

Le Comité engage au service les Employés subalternes nécessaires pour les différens services, et il congédie ceux qui, par vieillesse, par maladie, ou par négligence, sont incapables de remplir leurs devoirs. Il choisit préférablement pour ces postes des soldats invalides, et s'adresse, pour en avoir, au Collège de guerre.

§. 139.

Le Comité et la Conférence communiquent entr'eux par des extraits de leurs protocoles; et c'est de la même manière que chaque Académicien est averti des résolutions qui le concernent en particulier.

* * *

Ayant pourvu de cette manière à tout ce qui NOUS a paru de plus propre à réorganiser NOTRE Académie des Sciences et à raviver son zèle et son activité, NOUS NOUS attendons de sa part à un redoublement d'efforts, et particulièrement à une observation scrupuleuse de tous les articles de ce Reglement, dont NOUS ordonnons qu'il soit fait lecture, tant dans la Conférence que dans le Comité administratif, à la premiere séance de chaque année, afin que chacun, en se rappellant ses propres devoirs, puisse examiner en même tems, s'il ne s'est point glissé

d'abus ou de négligence dans quelque branche scientifique ou d'administration.

Afin d'assûrer à ce Reglement sa vigueur et son effet, tant pour le présent que pour l'avenir: NOUS avons daigné TRES-GRACIEUSEMENT le signer de NOTRE main, et avons ordonné de le munir du sceau de l'EMPIRE et de le remettre sous la garde de la Conférence de NOTRE Académie des Sciences. Fait à St. Pétersbourg le 25 Juillet de l'an 1803.

L'original est signé:

ALEXANDRE.

Le Ministre de l'Instruction nationale
COMTE PIERRE ZAVADOVSKY.

La lecture de cet acte précieux étant finie Mr. le Président ajouta ce qui suit:

„Comblés ainsi des bienfaits du Monarque, élançons „nous, membres honorables, avec des forces réunies, avec „une même ame, un même coeur, dans la carriere qui „est devant nous, et efforçons nous de justifier, à la face „de nos concitoyens, et du monde entier, l'attente de „notre *Auguste Souverain*, et de la patrie.“

La Conférence réitera à son illustre Président les expressions de sa profonde et respectueuse reconnoissance et

les assûrances du zèle ardent, avec lequel elle s'efforcera de mériter le regard propice que SA MAJESTÉ IMPÉRIALE a daigné jetter sur SON Académie des Sciences. L'Acte précieux qui lui trace ses devoirs et qui fixe ses prérogatives, fut déposé aux Archives, et la Conférence résolut d'en faire imprimer incessamment un nombre d'exemplaires qui seront distribués à tous ses membres et envoyés à toutes les Académies et Sociétés savantes.

II.
CHANGEMENS.

1) Membres décédés.

a) *Académiciens ordinaires.*

Mr. *Tobie Lowitz*, Académicien ordinaire pour la Chymie, Conseiller d'Etat et Chevalier de l'ordre de Ste Anne de la 2de classe, mourut d'un coup d'Apoplexie le 25 Novembre 1804, dans la 48me année de sa vie. Le Défunt nâquit en 1757 à Göttingue, où son père étoit Professeur de l'Université. A peine sorti de l'enfance lorsque son père, Astronome de réputation, fut appellé par l'Académie en Russie, pour y observer le passage de Venus, le jeune Lowitz fut amené à St. Petersbourg en 1767; de là il passa avec son père dans les provinces méri-

dionales de l'Empire, et eut là douleur de voir l'auteur de ses jours perir, presque sous ses yeux, d'une mort tragique entre les mains des Rebelles de Pugatcheff. Sauvé, pour sa personne, et transporté à St. Petersbourg en 1775, avec les debris de l'expédition astronomique, par l'Adjoint de son père, Mr. Inokhodzoff, le jeune orphelin fut placé, comme Elève de la couronne, au Gymnase académique, où il fit ses premières études. Au sortir de ce Gymnase, feu Mr. l'Académicien Guldenstedt, son tuteur, ayant eu la sagacité de demêler dans son pupille le genre d'application auquel il seroit propre, le plaça, comme apprentif de Pharmacie, dans la grande Apothicairerie Impériale, et les années de son apprentissage finies, il l'envoya à Göttingue, pour y achever ses études et pour faire distraction à une sombre mélancolie, effet de son temperament et de la profonde impression que la mort affreuse de son père avoit faite sur lui. En quittant l'Université le desir de voir les païs les plus intéressans de l'Europe lui fit entreprendre un voyage par l'Allemagne, la Suisse, l'Italie, et même par une partie de l'Angleterre, et il se détermina à faire la plus grande partie de ces voyages à pied, autant par un principe d'économie que par la conviction que cette manière de voyager serviroit au retablissement de sa santé. En effet il revint, pour ainsi dire régénéré,

à St. Petersbourg en 1784, et bientôt après il fut placé auprès du Laboratoire de la grande Apothicairerie Impériale, où il eut l'occasion de déployer et de perfectionner son talent d'expérimenter. Quelques découvertes intéressantes dans le domaine de la Chymie pharmaceutique, avantcoureurs de celles qui lui firent dans la suite une si grande réputation, l'ayant fait connoître à l'Académie d'une maniere avantageuse, il fut reçu en 1787 au nombre des Correspondans, distinction qui fut suivie bientôt après (en 1787) d'une pension, puis de la réception au nombre des Adjoints (en 1790) et de la nomination au grade d'Académicien ordinaire pour la Chymie (en 1793). Le nombre de ses découvertes, et l'importance de quelques unes d'entr'elles, ayant rendu son nom célèbre, plusieurs Académies et Sociétés savantes s'empressèrent de se l'associer; et aux distinctions littéraires se joignirent bientôt des avancemens civils et des décorations. Il passa rapidement des rangs de Conseiller de Cour et de Conseiller de Collège à celui de Conseiller d'Etât, et fut décoré en 1801 de l'ordre de Ste Anne de la 2de classe. Tourmenté du ver solitaire et privé dans ses dernieres années de l'usage de la main gauche par la chûte du battant vitré d'une armoire de son cabinet de minéraux, dont les glaces lui avoient déchiré les tendons et les nerfs de l'avant bras, sa vie

étoit traversée de mille peines et ses jours un tissu de soufrances. Il n'a guères connu d'autre jouissance que celles que lui donnoient ses découvertes chymiques. Sa droiture, sa douceur, ses connoissances et ses malheurs l'ont rendu également intéressant à tous ceux qui l'ont connu, et les succès de ses travaux passés feront cherir longtems sa mémoire aux amis des sciences et particulièrement à l'Académie, dont il a été un des plus beaux ornemens.

Mr. *Pierre Inokhodzoff*, Académicien ordinaire pour l'Astronomie, Conseiller d'Etat et Chevalier des ordres de St. Vladimir du 4me degré et de Ste Anne de la 2de classe, mourut d'une maladie de poitrine le 27 Octobre 1806, agé de 65 ans. Le défunt, du nombre des orphelins militaires, fut placé en 1752 au Gymnase académique, parmi les Elèves de la couronne. Il fut nommé Étudiant en 1760, et chargé en 1762 d'enseigner les Mathématiques dans le même Gymnase. En 1765 l'Académie l'envoyà à Göttingue, pour y achever ses études. De retour en 1767 il se voua à l'Astronomie pratique et se mit en état de prendre part aux expéditions astronomiques qui se préparèrent alors pour observer en plusieurs endroits de l'Empire le passage de Venus qui eut lieu l'an 1769. Il fut chargé en même tems de former, pour le même objet, un

nombre de Pilotes de la Marine Impériale, destinés à devenir les Aides des Astronomes nommés Chefs de ces Expéditions différentes. En 1768 il fut promû au grade d'Adjoint de l'Académie, après avoir donné, la même année, une traduction des Élémens d'Algèbre de L. Euler. En 1769 il se rendit à Dmitriefsk sur le Volga, où il devoit rejoindre Mr. Lowitz, désigné pour observer le passage de Venus à Gourieff, et pour faire, avec cet Adjoint, des nivellemens entre les rivières Kamyshinka et Ilovla que le Gouvernement avoit l'intention de joindre par un canal, afin d'ouvrir, par le Don et le Volga une communication entre la mer noire et la mer caspienne. Le dernier travail étoit presqu'à moitié fini, lorsque l'approche d'un parti de rebelles dévoués à Pugatscheff reduisit les deux Astronomes à se séparer. Mr. Inokhodzoff s'enferma d'abord dans le fort de Dmitriefsk et cacha par précaution sous terre ses instrumens, ses papiers et ses autres effets, ne pouvant, faute de chevaux, les transporter plus loin, après quoi il se vit obligé de se refugier jusqu'à Astrakhan. De retour à St. Petersbourg, avec les debris de l'expédition de Gourieff, et avec le fils de son Académicien, Mr. Inokhodzoff fut chargé de donner un cours public de Mathématiques, et il s'acquitta de cette tâche dans les années 1776 et 1777. En 1779 il fut nommé Acadé-

micien extraordinaire. En 1781 l'Académie chargea Mr. Inokhodzoff d'une seconde expédition astronomique, qui dura quatre ans, et qui eut pour objet le perfectionnement de la Géographie de l'Empire, par la détermination exacte d'un plus grand nombre de points dont la vraye position étoit encore incertaine sur les cartes, Mr. Inokhodzoff fixa, pendant ce voyage la longitude et la latitude des villes de Tzaritzin, Kamyshin, Orel, Koursk, Neshin, Loubni, Kherson, Kharkoff, Voroneje, Tamboff, Kalouga, Yaroslaf, Kostroma, Vologda et Petrozavodsk. De retour de cette expédition, durant laquelle il avoit été avancé au rang de Conseiller de Cour, il fut chargé derechef de donner de leçons d'Astronomie théorétique et pratique à quelques officiers de la marine destinés pour un voyage de longue course, qui devoit être fait dans l'océan oriental. En 1794 l'Académie lui confia l'inspection de son Gymnase, et il fut décoré la même année de l'ordre de St. Vladimir du 4^me^ degré. En 1797 il fut nommé membre de la censure Impériale de Riga, où il se rendit avec la jouissance d'une pension de l'Académie, et il fut avancé la même année au rang de Conseiller de Collège. Le mauvais état de sa santé et l'affoiblissement de sa vue, l'engagèrent en 1799 à demander sa dimission de la place de censeur; elle lui fut accordée, avec la permission de

rentrer dans son poste d'Académicien. En 1800 Mr. Inokhodzoff fut avancé au rang de Conseiller d'Etat, et en 1802 il fut décoré de l'ordre de Ste Anne de la 2[de] classe. Après la mort de Mr. l'Académicien I. A. Euler l'Académie chargea Mr. Inokhodzoff des observations météorologiques, et il s'acquitta de cette tache avec beaucoup de zèle et d'exactitude, tant que l'état de sa santé, chancellante depuis quelque tems, le lui permit. Des accès d'Asthme dont la fréquence et les symptomes allarmans ne présageoient rien de bon, dégénérèrent en phthisie. Sa fin fut douce et calme comme l'avoit été sa vie. La sobriété, l'honnêteté, l'intégrité et la douceur de son caractère lui attirèrent l'estime et l'amitié de tous ceux qui le connurent, et particulièrement celle de tous ses Collègues académiques.

b) *Honoraires de l'Intérieur.*

S. E. Mr. le Prince *Demètre de Golitzyn*, Conseiller privé et Chevalier de l'ordre de Ste Anne de la 1[re] classe, membre honoraire de l'Académie depuis 1778, mort à Brunsvick en 1803 le 21 Mars. Il y a quelques mémoires de lui dans la collection académique publiée sous le titre d'*Acta Acad. Imp. Sc. Petr.*

S. E. Mgr. *Eugène Bolgaris*, Archevêque de Catherinoslav et de Kherson, Chevalier de l'ordre de St. Ale-

xandre Nevski, membre honoraire de l'Académie depuis 1776, mort à St. Petersbourg en 1806, le 27 Mai.

Mr. *Simson Kotelnikoff*, Conseiller de Colléges, membre de la censure Impériale de St. Pétersbourg, ci devant Académicien ordinaire pour les Mathématiques, depuis 1797 membre honoraire pensionné de l'Académie, mort à St. Pétersbourg le 1 Avril 1806. Le défunt avoit été Élève du Gymnase académique. Après y avoir fini ses humanités il fut nommé Étudiant en 1742. Envoyé à Berlin pour s'y perfectionner dans les Mathématiques sous les yeux de Léonard Euler, il y passa quelques années et profita des leçons de cet illustre maître à un tel point qu'en 1751 l'Académie le jugea digne d'une place d'Adjoint qui lui fut conférée. En 1757 il fut avancé au rang d'Académicien extraordinaire et en 1760 à celui Académicien ordinaire. Après avoir été pendant plusieurs années membre de la Commission nommée pour administrer les affaires économiques de l'Académie, Sur-Intendant du Musée et premier Bibliothécaire, il obtint en 1779 le rang de Conseiller de Cour, et en 1797 celui de Conseiller de Collége. Ce fut la même année qu'ayant été nommé membre de la censure Impériale de St. Pétersbourg, il quitta l'Académie qui lui décerna la pension académique et une place parmi les membres honoraires. Il y a quelques

mémoires de lui dans les *Novi Commentarii*, et il a donné au jour plusieurs autres ouvrages estimés qui ont été publiés apart.

c) *Honoraires externes.*

Mr. *Immanuel Kant*, Professeur de Philosophie en l'Université de Königsberg. Reçu au nombre des membres honoraires externes le 28 Juillet 1794, mort à Königsberg le 12 Fevrier n. St. 1804.

Mr. *Joseph Priestley*, Docteur en Théologie et en Droit, membre de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm, de la Société Royale de Londres etc. Reçu le 11 Septembre 1780, mort à Nordhampton, dans les Etats de l'Amérique Septentrionale, le 18 Fevrier 1804.

Mr. *Jean Fréderic Gmelin*, Docteur en Médecine, Conseiller de Cour et Professeur de Philosophie à l'Université de Göttingue. Reçu le 28 Juillet 1794, mort à Göttingue le 28 Octobre 1804. Il y a un mémoire de lui dans le Tome XIV des *Nova Acta*.

Mr. *Alexandre Aubert*, membre de la Société Royale des Sciences et de celle des Antiquaires à Londres. Reçu en 1793, mort en 1805.

Mr. *John Robison*, Professeur de Physique à l'Université d'Edinbourgh. Reçu le 13 Avril 1800, mort à Edinbourgh le . . . .

d) *Correspondans de l'Intérieur.*

Mr. *Jean Lehmann,* Assesseur de Colléges. Reçu Correspondant le 10 Juillet 1794, mort à St. Pétersbourg en 1804.

Mr. *Fréderic Auguste Meyer,* Docteur en Médecine, Conseiller de Collège, Inspecteur de l'administration médicinale du Gouvernement de Saratoff. Reçu le 4 Novembre 1793, mort à Saratoff le 8 Fevrier 1805.

e) *Correspondans externes.*

Mr. *L. F. A. Arbogast,* Professeur de Mathématiques à l'Ecole centrale et à celle d'Artillerie du Département du Bas-Rhin, Correspondant de l'Institut national. Reçu le 22 Août 1791, mort à Strasbourg le 8 Avril 1803. Il avoit obtenu le prix pour la question proposée par l'Académie sur les fonctions discontinues.

Mr. *Antoine Joseph Cavanilles,* Directeur du Jardin botanique à Madrid. Reçu le 13 Août 1792, mort à Madrid en Mai 1804.

2. Nouvelles réceptions.

a) *Au nombre des Académiciens ordinaires.*

Le 1 Fevrier 1804. Mr. *Henry Storch,* Conseiller d'Etat, Chevalier de l'ordre de Ste Anne de la 2de classe; pour l'Economie politique et la Statistique.

Le 15 Fevrier. Mr. *Henry Rudolph,* Conseiller de Collège, Professeur à l'Académie Impériale de Médecine et de Chirurgie; pour la Botanique.

b) *Au nombre des Académiciens extraordinaires.*

Le 14 Août 1803. Mr. l'Adjoint *Alexandre Sevastianoff*, pour l'Histoire naturelle.

Le 14 Août 1803. Mr. l'Adjoint *Timothée Smélovski*, pour la Botanique.

c) *Au nombre des Adjoints.*

Le 14 Août 1803. Mr. *Basile Viscovatoff*, pour les Mathématiques.

Le 14 Decembre 1803. Mr. *Alexis Wolkoff*, pour la Chymie.

Le 15 Fevrier 1804. Mr. *Vincent Wisnievski*, pour l'Astronomie.

Le 1 Septembre 1804. Mr. *Jules Klaproth*, pour les langues et la littérature orientales.

Le 27 Mars 1805. Mr. *Michel Fréderic Adams*, pour la Zoologie.

— — — — —. Mr. *Alexandre Nicolas Scherer*, pour la Chymie.

— — — — —. Mr. *Philipe Krug*, pour l'Histoire.

— — — — —. Mr. *Pierre Zagorski*, pour l'Anatomie et la Physiologie.

— — — — —. Mr. *Charles Theodore Herrmann*, pour l'Economie politique et la Statistique.

Le 27 Mars 1805. Mr. *Guillaume Nasse*, pour la Technologie.

— — — — —. Mr. *Jean Redovski*, pour la Botanique.

Le 15 Octobre 1806. Mr. *Jean Gaspard Horner*, pour l'Astronomie.

— — — — —. Mr. *Guillaume Théophile Tilesius*, pour l'Histoire naturelle.

d) *Au nombre des membres honoraires de l'Intérieur.*

Le 15 Mai 1803. Mr. le Prince *Alexandre d'Ouroussoff*, Conseiller d'Etat.

Le 26 Juin 1803. S. E. Mr. *Nicolas de Rezanoff*, Chambellan actuel et Chevalier de l'ordre de Ste Anne de la 1re classe.

Le 22 Août 1804. S. E. Mr. *de Suchtelen*, Général des Ingénieurs, Quartier-Maître Général, Chevalier des ordres de St. Alexandre Nevski, de Ste Anne de la 1re classe, de St. George du 3e, de St. Vladimir du 2d degré et Commandeur de l'ordre de St. Jean de Jérusalem.

Le 29 Janvier 1806. S. E. Mr. le Comte *Jean de Potozki*, Conseiller privé, Membre du Collège, des affaires étrangeres, Chevalier des ordres de l'aigle blanc et de St. Stanislas.

Le 10 Septembre 1806. Mr. *Adam de Krusenstern*, Capitaine de la Flotte du 2[d] rang, Chevalier des ordres de St. George du 4[e], de St. Vladimir du 3[e] degré et de Ste Anne de la 2[de] classe.

e) *Au nombre des membres honoraires externes.*

Le 5 Octobre 1803. Mr. *Thomas Bugge*, Conseiller de Justice de S. M. le Roi de Danemarc, Directeur de l'Observatoire Royal et du Bureau des Longitudes, Membre et Secrétaire de la Société Royale de Copenhague.

Le 15 Mars 1805. Mr. *Chrêtien Gottlob Heyne*, Conseiller intime de Justice de S. M. Britannique, Membre et Secrétaire de la Société Royale des Sciences de Göttingue.

Le 18 Décembre 1805. Mr. *Martin Henry Klaproth*, Conseiller du Collège suprême de Santé, Membre de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin.

Le 18 Decembre 1805. Mr. *Joseph Piazzi*, Directeur de l'Observatoire Royal de Palerme.

Le 17 Septembre 1806. Mr. *René Juste Haüy*, Membre de l'Institut national des Sciences et des Arts à Paris.

f) *Au nombre des Correspondans de l'Intérieur.*

Le 13 Avril 1803. Mr. *Adam de Krusenstern*, Capitaine-Lieutenant de la flotte, désigné Chef d'une expédition autour du globe.

Le 13 Avril 1803. Mr. *H. C. E. de Köhler*, Conseiller de Collège et Conservateur du Cabinet Impérial de pierres gravées etc.

Le 17 Septembre 1803. Mr. *Pierre Strakhoff*, Conseiller de Collèges et Professeur de l'Université Impériale de Moscou.

Le 25 Janvier 1804. Mr. *Jean Fréderic Bunge*, Assesseur de Collège et Apothicaire à Kieff.

Le 1 Fevrier 1804. Mr. *Michel Fréderic Adams*, Conseiller titulaire, Naturialiste attaché à l'Expédition de Mr. le Comte de Moussin-Pouchkin en Georgie.

Le 29 Fevrier 1804. Mr. *Leon de Waxell*, Conseiller de Collège, fut nommé Correspondant pensionné. Il avoit été reçu Correspondant en 1801.

Le 8 Mai 1805. Mr. *Gotthelf Fischer*, Conseiller de Cour et Professeur d'Histoire naturelle à l'Université Impériale de Moscou.

— — — — —. Mr. *Ferdinand Fréderic Reufs*, Docteur en Médécine, Assesseur de Collège et Professeur extraordinaire de Chymie à l'Université Impériale de Moscou.

g) *Au nombre des Correspondans externes.*

Le 19 Janvier 1803. Mr. *George Henry Langsdorff*, Docteur en Médécine, Naturaliste attaché à l'Expédition de Mr. de Krusenstern autour du globe.

Le 23 Mars 1803. Mr. *Gilbert Blane*, Medecin de S. A. R. Mgr. le Prince de Wales à Londres.

Le 4 Mai 1803. Mr. *Charles Asmond Rudolphi*, Professeur à Greifswald.

Le 17 Septembre 1803. Mr. *Alexandre Crichton*, Medecin à l'hopital de Westmünster à Londres.

Le 21 Mai 1804. Mr. *Frèderic Nicolay*, membre de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin.

Le 22 Août 1804. S. E. Mr. le Baron *de Wolzogen*, Conseiller privé actuel et Grandmaître de la cour de Saxe-Weimar.

Le 18 Septembre 1805. Mr. *Charles König*, membre de la Société Royale, à Londres.

Le 19 Mars 1806. Mr. *Joseph de Mendoza-Rios*, membre de la Société Royale, à Londres.

Le 13 Août 1806. Mr. *E. E. du Villard*, Correspondant de l'Institut national, à Paris.

3. Avancemens civils, décorations et gratifications.

Le 14 Juin 1804. Mrs. les Académiciens *Krafft* et *Schubert* furent avancés au rang de Conseillers d'Etat.

Le 31 Août 1805. Mr. l'Académicien *Gourieff* fut avancé au même rang, et le 1 Avril de la même année

Mr. l'Académicien *Severguin* fut décoré de l'ordre de St. Vladimir de la 4^{me} classe.

Le 1 Janvier 1806. Mrs. les Académiciens *Ozeretskovski* et *Fuss* furent avancés au rang de Conseillers d'Etat actuels.

Le 7 Mars de la même année: Mrs. les Académiciens *Severguine* et *Zakharoff* furent avancés au rang de Conseillers d'Etat.

Le 6 Juillet de la même année: S. E. Mr. le Président *de Novossiltsoff* fut nommé, par SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR, Conseiller privé et Sénateur.

La même année Mr. l'Académicien extraordinaire *Sevastianoff* fut décoré de la croix de Ste Anne de la 2de classe, et Mr. l'Académicien *Gourieff* recompensé par une gratification de deux mille Roubles pour un ouvrage de Geométrie transcendente, présentéà SA MAJESTÉ.

4. Election des membres du Comité d'Administration.

En 1803. Mr. l'Académicien *Krafft*, pour un an et Mr. l'Acad. *Ozeretskovski*, pour 2 ans.

En 1804. Mr. l'Acad. *Zakharoff* à la place de Mr. l'Acad. *Krafft*, pour 2 ans.

En 1805. Mr. l'Acad. *Severguine*, à la place de Mr. l'Acad. *Ozeretskovski*, pour 2 ans.

En 1806. Mr. l'Acad. *Schubert*, à la place de Mr. l'Acad. *Zakharoff*, pour 2 ans.

III.

PRÉSENS FAITS À L'ACADÉMIE.

1. *Pour la Bibliothèque.*

De la part de l'Académie Royale de Berlin:

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. Années 1799, 1800, 1801, 1802, 1803.

Sammlung deutscher Abhandlungen, welche in der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelesen worden sind, in den Jahren 1798, 1799, 1800, 1801, 1802.

Preisschriften der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

De la part de l'Académie Royale de Stockholm:

Kongl. Svenska Vetenskaps Academiens Handlingar. Vol. I-VIII.

Kongl. Vetenskaps Academiens nya Handlingar 1802, 1803, 1804, 1805, 1806.

Exposition des operations faites en Lapponie pour la détermination d'un arc du Méridien en 1801, 1802 et 1803, par Mrs. Ofwerboom, Svanberg, Holmqvist et Palander.

De la part de l'Institut national à Paris:

Mémoires de l'Institut national des Sciences et des arts. Sciences Physiques et Mathématiques. T. V.

Mémoires de l'Institut national des sciences et des arts. Sciences politiques et morales. T. V.

Mémoires de l'Institut national des sciences et des arts. Litterature et beaux arts. T. V.

De la part de la Société Royale de Londres:

Philosophical Transactions of the Royal Society etc. from 1792 to 1803.

Catalogue of Stars, by Miss Carolina Herschel.

De la part de la Société de Philadelphie:

Transactions of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. V et VI.

De la part du Conseil de l'Intérieur de la République Batave:

Flora Batava, of Afbeelding en Beskriving van Nederlandsche Gewassen, Cahier 1 — 16.

De la part de la Société Royale de Göttingue:

Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Göttingensis. Vol. XV.

De la part de la Commission Impériale pour la rédaction des loix:

ТрудыКоммиссій для составленія законовъ. Часть первая.

De la part de la Société libre économique:

Beschreibung der Provinz Kurland.

De la part de l'Université Impériale de Moscou:

Clytemnestrae, tragoediae Sophoclis, fragmentum ineditum.

De la part de la Société des Naturalistes à Moscou:

Journal de la Société des Naturalistes de l'Université Impériale de Moscou. No. 1, 2, 3.

De la part de l'Académie Royale de Lisbonne:

Memorias de litteratura Portugueza publicadas pe la Academia Real das Sciencias de Lisboa. T. I — VI.

Diccionario da Lingua Bunda o Angolense explicada na Portugueza e latina, por Fr. Bern. Maria de Cannecatim.

De la part de Mr. le Général de Suchtelen:

Подробная Карта Россійской Имперій и близъ лежащихъ заграничныхъ владѣній.

De la part de Mr. de Waxell:

Brookshaw's Pomona Britannica. No. I — VIII.

De la part des auteurs ou editeurs:

Mécanique celeste; par P. S. la Place. Vol. III.

Mémoire sur la gelatine des os; par Mr. Cadet de Veau.

Astronomisches Jahrbuch, herausgegeben von J. E. Bode für das Jahr 1805, 1806, 1807, 1808.

Collectio numorum Cuficorum, edita ab Hallenberg.

Naturhistorische Fragmente, von G. Fischer, Professor und Bibliothecar zu Mainz.

Essai sur les Monumens typographiques de J. Fustenberg, Mayençois; par Gotthelf Fischer.

Das National-Museum der Naturgeschichte zu Paris; von G. Fischer. 2 Bände.

Beschreibung einer typographischen Seltenheit; von G. Fischer. 6 Bücher.

P. Cuvier Vorlesungen über vergleichende Anatomie, aus dem Franz. von Fischer. 2 Bände.

Ueber die verschiedene Form des Intermaxillarknochens in verschiedenen Thieren; von Fischer.

Humbolds Aphorismen aus der chemischen Physiologie der Pflanzen, aus dem Lat. von Fischer.

Versuch über die Schwimmblase der Fische, entworfen von Fischer.

Museum d'Histoire naturelle de l'Université Impériale de Moscou, mis en ordre et décrit par G. Fischer.

Naturgeschichte der Makis; von G. Fischer.

Lettre au citoyen Geoffroy sur une nouvelle espèce de Loris, accompagnée de la déscription d'un Craniomètre; par Mr. Fischer.

Notice du premier monument typographique en caractères mobiles; par Fischer.

Catalogus Bibliothecae Hungaricae Comitis Szechenyi.

Icones plantarum Japonicarum. Auct. C. P. Thunberg. Decas IV. (Dédié à l'Académie)

Bescrifning på Svenske Djur; par Mr. C. P. Thunberg.

Dissertationes academicae C. P. Thunberg (au nombre de 27).

Histoire de la Musique; par Kalkbrenner.

Der Zitterstoff, und seine Wirkungen in der Natur; von Dr. Karl Schmidt. 3 Bände.

Бриссона начальныя Основанія опытной физики, переведенныя П. Страховымъ.

Извѣстія о Галвани-Волтовскихъ опытахъ, которые производилъ В. Петровъ.

Reise-Atlas von Bayern; von dem Obristen von Riedl.

Polens Staatsveränderungen und letzte Verfassung; von F. J. Jeckel. 3 Th. (Ouvrage dedié à l'Académie).

Précis des expériences Galvaniques faites à Londres et à Calais; par Jean Aldini.

An account of the Galvanic experiments performed by Professor Aldini.

Mémoire sur les verres achromatiques adaptés à la mesure des angles; par A Rochon.

Voyage à Madagascar, au Maroc et aux iles orientales; par A Rochon. 3 Vol.

Traité des moyens de desinfecter l'air etc. par Guyton-Morveau.

Neue durch Erfahrung bewährte Theorie der Heilkunde; vom Grafen Ludw. Kerekes.

Le reveil, ouvrage periodique moral et litteraire; par Mr. de R. M. 3 Vol.

Catalogo di Stelle boreali di Antonio Cagnoli (avec le Supplément).

П. Загорскаго Сокращенная Анатомія. Часть 1 и 2.

Ueber die neuen Gegenstände der Chemie; von Doctor Richter (deux vol. dont l'un dédié à l'Academie).

Essai de Géologie, ou mémoires pour servir à l'histoire naturelle du globe; par Faujeas de St. Fond.

Histoire naturelle de la montagne de St. Pierre près de Maestricht; par Faujeas de St. Fond.

Курсъ Матемашики Г на Безу; переведенъ Василъемъ Загорскимъ.

Dissertatio inauguralis de structura et usu secundinarum; auct. Joh. Wensowitsch.

Dissertatio inauguralis de vita et usu vegetabilium; auct. Nic. Schtschegoloff.

Russland unter *Alexander I.* Eine historische Zeitschrift; herausgegeben von H. Storch.

Historisch-statistisches Gemälde des Russischen Reichs, am Ende des XVIIIten Jahrhunderts; von H. Storch. 8 Bände.

Dr. Benzenberg's Versuche über die Umdrehung der Erde.

Prodromus Faunae Rossicae. I. Mammalia, auct. Joh. Dwigubski.

Histoire de l'Astronomie de l'an XIII, XIV, XV; par Jean Jerome Lalande.

Начальныя Основанія Лѣсоводства; сочиненныя Е. Зябловскимъ.

Des Titus Calpurnius Siculus ländliche Gedichte; übersetzt und erläutert von Fr. Adelung.

Kurzgefasstes System der medicinischen Gesetzgebung; von D. Wildberg.

Reise der Russisch-Kayserlichen Gesandschaft an die Ottomanische Pforte im Jahr 1793; von H. v. Reimers.

Lectures on the elements of Chemistry, delivered in the University of Edinburgh, by the late Joseph Blak.

Recherches sur les rentes, les emprunts et les remboursemens; par Du Villard.

Galvanische und electrische Versuche an Menschen- und Thier-Körpern, angestellt von der medizinischen Privat-Gesellschaft zu Mainz (Ouvrage dédié à l'Académie).

Essai sur les monnoyes anciennes et modernes; par A. Rochon.

Anleitung zur allgemeinen Kenntniss der Erd-Kugel; von J. E. Bode.

I sistemi e la reciproca loro influenza, indagati da V. Malacarne.

Tavola anatomica del Le Cat, relativa alla base del cervello; da Gaetano Malacarne.

Sull' esofago, sulle intestini e sopra alcune parti del tubo alimentare; da Vincenzo Malacarne.

Dell' opere de' Medici e de' Cerusici che nacquero e fiorirono prima del Secolo XVI. negli stati della real casa di Savoya; par Mr. Malacarne.

De' mostri umani, de' caratteri fondamentali su cui si potrebbe stabilire la classificazione etc. Lezioni academiche di Vinc. Malacarne.

Encephalotomia di alcuni quadrupedi, communicata etc. da Vincenzo Malacarne.

Institutio chirurgica pro Candidatis in Regio Caes. Archigymn. Patavino.

Vincentii Malacarne Auctarium observationum et iconum ad Osteologiam et Osteopathologiam V. V. C. C. Lud. et Ant. Scarpae.

Lezioni academiche della Alesina etc. offerti alla considerazione di Vincenzo Malacarne.

Punti piu importanti della Chirurgia volgare, raccolti da Gaetano Malacarne.

Delle operazioni chirurgiche spettanti alla riduzione, ad uso delle Scuole di Padava; da Vincenzo Malacarne.

Ricordi dell'Anatomia chirurgica, spettanti al capo e al collo; raccolti da Vincenzo Malacarne.

Nevro Encefalotomia.

Delle Osservazioni in Chirurgia. Trattato di Vincenzo Malacarne.

Die Akustik, bearbeitet von Ernst Friedrich Chladni.

Erste allgemeine Rechenlehre oder Rechenkunst; von D. Werneberg.

Geschichte der Vaccination in Böhmen, auf hohen Befehl herausgegeben.

Asiatisches Magazin; von Julius Klaproth.

Описаніе Заводовъ подъ вѣдомствомъ Екатеринбургскаго горнаго начальства состоящихъ.

Allgemeine Betrachtungen über das Weltgebäude; von J. E. Bode.

Mémoire sur l'animal de la Lingule; par G. Cuvier.

Mémoire sur le Bulla aperta Linn; par G. Cuvier.

Mémoire sur le Clio Borealis; par Cuvier.

Dissertation critique sur les espèces d'ecrevisses connues des anciens etc.; par Cuvier.

Mémoire sur le genre Laplysia, vulgairement nommé Lièvre marin; par Cuvier.

Extrait d'un ouvrage sur les espèces de quadrupèdes dont on a trouvé les ossemens dans l'intérieur de la terre etc.; par G. Cuvier.

Mémoire sur le genre Tritonia, avec la déscription de l'Anatomie d'une espèce nouvelle, Tritonia Hombergi; par G. Cuvier.

De plica semilunari in cordis humani atrio sinistro nuperrime detecta ab A. Rud. Vettero.

Arithmetique d'Emile; par Eman. Develey.

Physique d'Emile; par le même.

Account of the changes that have happened during the least twenty five Years in the relative situation of double Stars; by D. Herschel.

Die Lehre von den continuirlichen Brüchen; von Hofrath Kausler.

Machine pour mesurer la vitesse initiale des mobiles de différens calibres, projettés sous tous les angles depuis zero jusqu'à 45°; par Grobert.

Annales de l'Imprimerie des Aldes; par Renouard. T. 1 et 2.

Морскаго учебнаго Курса, сочиняемаго Коммиппепомъ учрежденнымъ по Высочайшему повелѣнію, Часть I. II. III.

Nauka prawa przyrodznego, politycznego, ekonomiki polityczney i prawa Narodow; przez Hieronima Stroynovskiego.

D. Joseph Blacks Vorlesungen über die Grundlehren der Chemie; übersetzt von L. v. Crell.

Ueber die Blausäure; von dem Hofrath und Professor Gründel.

St. Petersburgische Monatsschrift zur Unterhaltung und Belehrung; von E. Schröder.

Introduction à l'Analyse infinitesimale, traduite en françois, avec des notes et eclaircissemens; par J. B. Labey.

Histoire comparée des systèmes de Philosophie; par Degerando.

Introduction à l'Analyse des Sciences; par P. T. Lancelin.

Новые електрическіе Опыты Профессора Петрова.

Mémoire sur la chaleur; par le Comte de Rumford, deux éditions in 4to et in 8vo.

A short account of the cause of the disease in corn, called by Farmers the blight, the midlew and the rust, by Baronet Sir Joseph Banks.

Letters tho the editor of the Universal Magazine on Chinese Litterature etc. collected and edited by A. Montucci.

The caracteristic merits of the Chinese language illustrated by an investigation of the particular mechanism etc. by A. Montucci.

Della febbre gialla, della natura della medesima e della maniera di curarla, da G. Malacarne.

Dissertation sur le monument de la Reine Comosarye; par Mr. de Köhler.

De cute et de morbis cutaneis eorumque curatione; Auctore Dobscha.

Représentation des astres sur 34 planches, avec un catalogue de 5877 étoiles nébuleuses; par I. E. Bode.

Bemerkungen aus dem Gebiete der Naturgeschichte, Medizin und Thierarzneykunde; von A. Rudolphi.

Recueil de quelques antiquités trouvées sur les bords de la mer noire etc. dessinés d'après les originaux en 1797 et 1798; par L. de Waxell.

Essai sur la théorie des trois élémens, comparés aux élémens de la Chymie pneumatique; par Tissier.

Nouveau forceps, non croisé, ou forceps de Levret perfectionné par Thénance.

Sarytschefs achtjährige Reise im nördlichen Sibirien, auf dem Eismeere und im nordöstlichen Ozean; übersetzt von Busse.

Observations sur l'Osteologie du Paresseux; par G. Cuvier.

Sur le Megallonix, animal de la famille des Paresseux; par G. Cuvier.

Mémoire sur le Squelette d'un quadrupède du genre des Sariques, trouvé dans la pierre à plâtre des environs de Paris; par Mr. Cuvier.

Sur les ossemens fossiles de l'Hyène; par le même.

Mémoire sur la Dolabelle, sur la Testacelle et sur un nouveau genre de Mollusques à coquille cachée, nommé Parmacelle; par le même.

Grundzüge von originellen alten und neuen Systemen und Theilen der Mathematik; von Werneburg.

Слово похвальное Михайлу Васильевичу Ломоносову, читанное въ *Императорской* Россійской Академіи и пр. Членомъ оныя В. Севергинымъ.

Traité de Mineralogie; par R. I. Haüy. Tom. 1 — 5.

Traité élémentaire de Physique; par le même. T. I. et II.

Lilienthalische Beobachtungen der neuentdekten Planeten Ceres, Pallas und Juno; von Dr. H. Schröter.

St. Petersburg am Ende seines ersten Jahrhunderts; von H. v. Reimers. 2 Bände.

Traité élémentaire de Mécanique; par L. B. Francoeur.

Considérations sur la thérie mathématique du jeu; par A. M. Ampère.

Recherches sur l'application des formules générales du calcul des variations aux problèmes de Mécanique; par A. M. Ampère.

Recherches sur le calcul aux différences partielles et sur les attractions des Sphéroides; par Biot.

Mémoire sur les équations aux différences melées; par M. Biot.

Remarques sur la diminuation de la mer et sur les isles de la mer du Sud; par L. Patrin.

Recherches sur les volcans, d'après les principes de la Chymie pneumatique; par L. E. Patrin.

Histoire naturelle de Buffon, à laquelle on a joint les observations et les découvertes des plus célèbres Naturalistes modernes sur la Minéralogie. 5 Vol.

Théorie physico-mathématique de l'organisation des mondes ou systèmes planetaires; par P. F. Lancelin.

Kurze Erziehungslehre, oder Anweisung zur körperlichen und sittlichen Erziehung etc. von H. Wolke.

Anweisung für Mütter und Kinderlehrer, zur Mittheilung der ersten Sprachkenntnisse; von H. Wolke.

Obras de Francisco de Borja Garção Stokler, Secretario da Acad. Real das Sciencias de Lisbao.

Lettre à Mrs. les Rédacteurs du Monthly Review etc. par Mr. de Stockler.

Chirurgical Institutes, drawn from practice, on the knowledge and treatment of gun shot wounds; by St. John Neale, Surgeon.

Muséum Demidoff. Tom. I. contenant le catalogue de la Bibliothèque; publié par Fischer.

The narrative of Cap. Woodard and four Seamen, who lost their Ship, while in a boat at Sea, and surrendered themselves up to the Malays in the island of Celebes.

Beweis daſs durch die Anzucht der weisblühenden Acacie dem Brennholzmangel nicht abgeholfen werden kann; von G. L. Hartig.

Grundsätze der Forst-Direction; von ebendemselben.

Physikalische Versuche über das Verhältniss der Brennbarkeit der meisten deutschen Wald-Baum-Hölzer; von ebendems.

Anweisung zur Taxation und Beschreibung der Forsten; von ebendemselben.

Anweisung zur Holzzucht für Förster; von ebendemselben.

Leçons d'Anatomie comparée; par G. Cuvier. Tom. I—V.

Tableau élémentaire de l'Histoire naturelle des oiseaux; par le même.

Organisation et Reglement de l'Institut national des Sciences et des Arts de France.

Analyse et tableaux de l'influence de la petite verole sur la mortalité à chaque age, et de celle qu'un préservatif, tel que la Vaccine, peut avoir sur la population et la longévité; par Mr. Duvillard.

Joh. Guil. Pfaff Commentatio astronomica de calculo Trajectoriarum. Sect. I.

Astronomische Beyträge; herausgegeben von J. W. Pfaff, Professor zu Dorpat.

Основанія трансцендентиой Геометріи кривыхъ поверхностей. Соч. С. Гуріева.

Prodromus eines Werks über das Hirn der Menschen und der Thiere; von Joseph und Karl Wenzel.

Idee einer Physiognomik der Gewächse; von Alexander von Humboldt.

Maquer's chemisches Wörterbuch etc.; übersetzt von Leonhardi, ergänzt von Richter.

Tableau des hauteurs principales du globe, avec la description; par Chr. de Mechel.

Zwey Abhandlungen über Metaphysik und Naturlehre, geschöpft aus Principien der reinen Vernunft; von Freyh. v. Kerekes.

2) *Pour le Cabinet d'Histoire naturelle.*

Deux foetus monstrueux en esprit de vin, envoyés de l'Intérieur.

Un foetus d'Elan, envoyé par S. E. Mr. le Comte de Munster.

Ossemens d'un Elephant, trouvés dans la riviere de Mologa, envoyés par Mr. le Comte Moussin - Pouschkin.

Une collection de plantes sêches du Caucase, envoyée par Mr. le Comte de Moussin - Pouschkin.

Une collection d'Insectes envoyés par Mr. Bosc à Paris.

Un chien marin (Phoca Bothnica) tué dans le golphe de Finlande.

Une tête de Rhinocéros trouvée dans le Gouvernement de Tambow.

Une tête et un omoplate de Rhinocéros, trouvés dans le Gouvernement de Perme et envoyés par S. E. Mr. le Capitaine en Chef des mines Hermann.

Deux oiseaux de Cayenne (Trochilus Pegasus, mâle et femmelle), envoyés de Londres par Mr. de Waxell.

Deux poissons de la Mer du Sud (Chaetodon fasciatus), envoyés par le même.

Deux poissons du Dnepr (Ciprinus Barbus et Perca Acerina), envoyés par Mr. Sevastianoff.

Une collection de plantes sêches de l'isle de St. Domingue, envoyée par Mr. le Prof. Rudolphi à Greifswald.

Une corne de Rhinocéros de grandeur extraordinaire, trouvée aux bords de la mer glaciale et envoyée de Yakoutsk par le marchand Gorokhoff.

Une variété du lièvre, envoyée par Mr. l'Académicien Ozeretskovski.

Un poisson du genre des Sparus, un gryllus morbillosus, une chenille de Phalène et un Lézard; envoyés par Mr. de Waxell.

Une peau de renard noir argenté, et une peau de renard rouge à oreilles noires; envoyées de Yakoutsk par Mr. d'Evers, gentilhomme Sibirien.

Un coq de bruyère (Tetrao Tetrix) et une merle d'eau (Sturnus Cinclus); envoyés par Mr. Sevastianoff.

Un foetus monstrueux, envoyé de Bakhmuth par Mr. le Docteur Dahl.

Deux oiseaux de l'espèce des Etourneaux, une peau du Lezard écaillé de Surinam, un quadrupède de la nouvelle Hollande, un poisson de la mer du Sud et un bel exemplaire du Lepas anatifera; envoyés par Mr. de Waxell.

Dix-sept oiseaux des environs de St. Pétersbourg, et une collection de papillons; envoyés par Mr. Ozeretskovski.

Deuxcent-vingt plantes sêches du Caucase, envoyées par Mr. Adams.

Deux oiseaux (Strix Passerina et Corvus Caryocatactes); envoyés par Mr. Rudolph.

Une collection d'Insectes du Caucase, envoyée par M. Adams.

Deux moineaux noirs de Finlande, envoyés par Mr. Severguine.

Un Loup Cervier (Felis Lynx), envoyé par ordre de S. A. I. Mgr. le Grand-Duc Constantin.

Une Nereis Pelagica, un Thermes fatale, un Gordius Medinensis; envoyés par Mr. Sevastianoff.

Une grande Crabe de la Mer du Nord, une écaille de tortue, une Simia Midas de la Guiane, une Simia Jacchus du Bresil et quelques autres objets; envoyés par Mr. de Waxell.

Une collection de trois cens Insectes Chinois et une très belle aile de Paon; envoyés par Mr. Cetti.

Six oiseaux exotiques, envoyés par Mr. le Baron de Paykull.

Une collection de 367 insectes, tant papillons que coléoptères, envoyée par Mr. Ozeretskovski.

Trois Madrépores (muricata, ramea et meandrites) et quatre coquilles de Botany Bay; envoyés par Mr. Forster.

Une caisse de plantes sêches, envoyée par Mr. l'Adjoint Redovski.

Une vessie remplie de Naphte, un morceau de bois de cèdre pétrifié; envoyés par Mr. Adams.

Un portefeuille avec trente plantes sêches, envoyé par Mr. Smelovski.

Un herbier de 96 plantes sêches, envoyé par l'Apothicaire Helm.

Deux caisses avec des plantes sêches, envoyées par Mr. l'Adjoint Adams.

Une dent de Narvhal (Monodon Monoceros), envoyée par Ordre de SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR.

Le Musée a été enrichi, outre ces présens, par l'acquisition de plusieurs collections nombreuses, dont nous nommerons seulement le fameux cabinet de coquilles de Chemnitz et le cabinet d'Insectes du Jouaillier Göbelt.

3) *Pour le Cabinet de Minéralogie.*

Trois pièces de Spath de plomb rouge, envoyés de Cathrinenbourg, par Mr. le Cap. des Mines Hermann.

Une collection de 28 pièces du regne minéral, envoyée du Kamtschatka par Mr. le Général Somoff.

Deux bagues d'or montées l'une d'un diamant brut octaëdre, l'autre d'un Chalcédoine avec un vuide renfermant du Mercure; une Turquoise brute du poids d'une livre; une jatte montée en or et faite d'une seule granate, renfermant quelque chose qui ressemble à un insecte ailé; une pièce d'ambre jaune en

forme de verre ardent et parfaitement pellucide; une matrice d'opale; un opale oriental monté en bague et entouré de brillants verds; un quartz opalisant monté en bague; envoyés par le Prince Alexandre Ouroussoff.

Deux morceaux d'écume de fer de la fonte des Yakoutes, six morceaux de sel de roche du païs des Yakoutes; envoyés par Mr. le Conseiller de Cour d'Evers.

Une collection de 76 pièces de minéraux et de cristallisations, et une très grande pièce de Sélénite d'Espagne; envoyés par Mr. Forster.

Deux caisses de minéraux envoyées par S. E. Mr. le Capitaine en Chef des Mines Hermann.

Une collection de minéraux de Finlande, envoyée par Mr. l'Académicien Severguine.

Une collection de fossiles et de pétrifications, composée de cent pieces, envoyée par Mr. Davelay.

Une collection de 94 pieces de minéraux de Norvege, envoyée par Mr. Cetti.

Des fragmens de pierres météoriques envoyés de Charkoff et de Kief.

Six pièces de pierre de Lazur du Baïcal, envoyées par Mr. l'Adjoint Adams.

Outre cela le Cabinet de Minéralogie a été enrichi par l'achat de plusieurs collections aussi nombreuses que choisies, telles que les Cabinets fameux de Forster, de Wagner, de Lowitz, et beaucoup d'autres de moindre valeur.

4) *Pour le Cabinet de curiosités.*

Divers habillemens Kamtschadales, Japonois et Chinois, envoyés par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPEREUR.

Un peigne d'écaille, avec son étui artistement travaillé et garni de pierres fines; une paire de ciseaux d'or de la fabrique de Florence; envoyés par le Prince d'Ouroussoff.

Plusieurs vases de bois, de forme et grandeur différentes, ornés de sculptures d'un dessin agréable et un couteau damassé avec son fourreau, ouvrages des Yakoutes, envoyés par Mr. le Conseiller de Cour d'Evers.

Une idole trouvée aux monts Altaï, près du lac Tingu, taillée grossièrement d'un seul bloc de schiste, du poids de 4½ pouds; des habillemens Kirgises et Toungouses; envoyés par Mr. le le Major Alayeff.

5) *Pour le Jardin botanique.*

Deux gros paquets de semences et plusieurs arbustes du Caucase et de l'Ararat; envoyés par Mr. le Comte de Moussin-Pouschkin.

Quatre paquets de semences du Cotonnier de l'Amérique Septentrionale, et d'autres plantes exotiques; envoyés par Mr. Frazer.

Plusieurs paquets de semences de la France méridionale, envoyés par Mr. le D. Rudolphi à Greifswald.

Une collection de plus de 80 espèces de semences cueillies en Crimée et envoyées par Mr. l'Académicien Pallas.

Une cassette remplie de semences cueillies sur le Caucase et en Géorgie par Mr. Adams.

Une collection de graines et semences des monts Altaï, envoyée par le Chirurgien Zalessof.

Plusieurs envois de graines, racines et arbustes des environs du Baïkal, faits par Mrs. les Adjoints Adams et Rédovski.

Un paquet de semences du Portugal et du Bresil, envoyé par Mr. de Navarro, Chargé d'Affaire de S. M. Portugaise.

6) *Pour le Laboratoire chymique.*

Deux poudes de Chromiate de fer, envoyés par le Collège *Impérial* des Mines.

Une portion d'ambre jaune, trouvée aux environs de Cathrinenbourg, envoyée par Mr. Hermann.

Un fossile inconnu, trouvé près de Cathrinenbourg, envoyé par le même.

Une pierre météorique trouvée à Kharkoff, envoyée par S. E. Mr. le Président.

Une portion de Schörl rouge trouvé à Shaitanka, envoyée par Mr. Hermann.

Du Shörl noir et du béril, trouvés dans le voisinage de Mursinsk', envoyés par le même.

7) *Pour le Médailler:*

Une médaille frappée à Cathrinenbourg en mémoire de la découverte de la nouvelle mine d'or de Krylatoff, envoyée par Mr. Hermann.

Une médaille en argent, frappée en mémoire de Mr. de Melanderhjelm, ancien Secrétaire de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm, envoyée de la part de l'Académie.

Deux exemplaires des nouvelles monnoyes, frappées à Cathrinenbourg en 1804 aux nouveaux coins, envoyés par Mr. Hermann.

Neuf monnoyes Tatares, envoyées de Kazan, par Mr. le Prof. Yakofkin.

Neuf médailles en bronze, frappées en France en mémoire de plusieurs évènemens politiques arrivés dans les derniers tems, envoyées par Mr. le Major d'Alayeff.

Dix-sept monnoyes de divers païs, une médaille frappée en mémoire de la conservation du Roi d'Angleterre menacé d'assassinat, et une médaille frappée en mémoire de l'entrevue de l'Empéreur Alexandre I. avec le roi de Prusse, le tout envoyé par Mr. le Major d'Alayeff.

8) *Pour l'Observatoire:*

Un cadran solaire universel, envoyé par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPEREUR.

Un chronomètre de poche, fait par l'horloger Magnin à St. Pétersbourg, envoyé par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPEREUR.

Outre cela l'Observatoire a été muni d'un grand nombre d'Instrumens nouveaux, faits par les meilleurs Artistes de Londres, entre autres d'une pendule de Brockbanks; d'un sextant de Troughton; d'un chercheur de Dollond; d'une paire de globes de Carry, de 17 pouces de Diamètre; d'un Herschel de vingt pieds, qui faute d'un Local n'a pu être monté encore. Aussi le cabinet de Physique a reçu des accroissemens considérables, par l'achat de l'appareil électrique de Robertson et d'un grand nombre d'autres instrumens nouveaux, pour la plupart anglois.

IV.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

De plantis siliquosis; par Mr. Smélovski.

Succincta narratio de stupendo frigore, quod d. $\frac{12}{23}$ Jan. 1803 Saratoviam infestavit; par Mr. Meyer.

Specimen Litteraturae Phoeniciae, sistens aliquot inscriptiones Citienses, descriptas et ex caracteris cuneatae analogia enodatas; par Mr. Lichtenstein.

Dubia contra Josephi Gall de organis in cerebro distinctis, iisque ope cranii detegendis hypothesin; par Mr. le Docteur Rudolphi à Greifswald.

Exposé de quelques résultats généraux des tables de naissance, des mariages et des morts à St. Pétersbourg; par Mr. Krafft.

Eclaircissemens sur l'intégration d'une équation différentielle; par Mr. Fuſs.

De curva loxodromica in corpore quovis rotundo descripta; par Mr. Schubert.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences, années 1797 et 1798; par Mr. Fuſs.

Bemerkungen über das Trocknen und Ausstopfen der Thiere; par Mr. Langsdorff.

Nouvelles observations sur les pierres de roche aggrégées; par Mr. Severguine.

Versuch einer Erklärung verschiedener mit dem Kristallisiren der Salze verbundener Erscheinungen; par Mr. Lowitz.

Объ огнемѣрѣ, или орудіи, коимъ можно опредѣлять всѣ степени Жара; par Mr. Zakharoff.

Descriptiones aliquot plantarum rariorum; par Mr. Smélovski.

Mémoire sur les tables de population des établissemens Impériaux des mines de Cathrinenbourg; par Mrs. Hermann et Krafft.

De viburno opulo; par Mr. Ozeretskovski.

Observationes quaedam astronomicae, Petropoli in Specula domestica habitae; par Mr. Inokhodzoff.

Plantae contortae, in promontorio bonae spei Africes olim detectae, nunc descriptae; par Mr. Thunberg.

Recherches sur les intégrales premières des équations aux différences partielles; par Mr. Trembley.

Specimen metamorphoseos zoophytorum amphibiorum; par Mr. Lichtenstein.

De insigni usu fractionum continuarum in calculo integrali; par Mr. Kausler.

Observatio de varietate alba leporis timidi; par Mr. Pansner.

Plan détaillé d'un nouveau journal, précédé de quelques réfle-

xions générales, et suivi d'un projet de rédaction; par Mr. Fufs.

Sur une nouvelle méthode de rendre le platine malléable; par Mr. le Comte de Moussin-Pouchkin.

Химическое испытаніе каменныхъ угольевъ близъ города Боровича найденныхъ; pas Mr. Wolkoff.

Dissertatio de antherarum pulvere. Sectio I et II; par Mr. Koelreuter.

Hermas, plantae genus, descriptionibus, animadversionibus et iconibus illustratum; par Mr. Thunberg.

Краткое обозрѣніе начала, успѣховъ и пользы Технологіи; par Mr. Severguine.

Mémoire sommaire sur la nature et l'objet de l'économie politique; par Mr. de Mesmon.

Déscription du Sparus ornatus, nouvelle espèce de poisson thorachique; par Mr. Sevastianoff.

О случайно найденномъ въ Восточной Пруссіи большемъ кускѣ янтаря; par Mr. Wolkoff.

Извѣстіе о животномъ, которое недавно открыто было въ Новой Голландіи и названо медвѣдю подобное двуутробкою (Didelphis ursina, sive Wombat); par Mr. Sevastianoff.

Observatio magnae eclipsis solaris die 30 Jan. 1804; par Mr. Inokhodzoff.

Observationes nonnullae astronomicae in Specula Academiae institutae; par Mr. Schubert.

Lettre sur quelques médailles de la Sarmatie Européenne, adressée à l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg; par Mr. de Köhler.

Dissertatio technologica de lanificio carpathico, seu de arte elaborandi lanam et parandi inde singulare textum conficiendis hybernis vestibus, stragulis, tegminibusque idoneum; par Mr. Kukolnik.

Demonstratio theorematis, nec summam, nec differentiam duorum cubo-cuborum cubo-cubum esse posse; par Mr. Kausler.

О употребленіи птичныхъ шкурокъ и пуха; par Mr. Ozeretskovski.

Наставленіе какимъ образомъ варить хорошее и здоровое пиво; par Mr. Inokhodzoff.

Sur le calcul de variation des étoiles: par Mr. Beitler.

Observationes quaedam circa resolutionem arcuum circularium; par Mr. Fuſs.

Опытъ доказательства извѣстному въ Механикѣ предложенію подъ именемъ параллелограмма силъ; par Mr. Wiscovatoff.

Novae disquisitiones super numeris formae mx^2+ny^2; par Mr. Kausler.

Observations de l'eclipse du Soleil le 11 Fevrier, et de celle des Pleyades le 12 Avril 1804. n. St. faites à l'Observatoire de l'Académie; par Mr. Schubert.

Solution de quelques problèmes relatifs au développement des lignes courbes à double courbure; par Mr. Fuſs.

An ad aetherum naturam constituendam necessaria sint acida, disquisitio; par Mr. de Crell.

Essai d'une Synthèse des équations du 5me degré; par Mr. Beitler.

Объ экономическомъ употребленіи соды; par Mr. Smélovski.

Новый способъ предохраненія металловъ отъ ржавчины; par Mr. Wolkoff.

Experimenta quaedam novum salis sedativi acidum spectantia, instituta; par Mr. Crell.

Dissertationis de antherarum pulvere continuatio; par Mr. Koelreuter.

Animadversiones de methodo determinandi locum Cometae ope projectionis; par Mr. Schubert.

Expositio methodi series quascunque datas in fractiones continuas convertendi; par Mr. Kausler.

Continuation d'un mémoire sur le perfectionnement d'une méthode de trouver sur mer la latitude du vaisseau; par Mr. Krafft.

О новомъ Лаландовомъ Термометрѣ; par Mr. Inokhodzoff.

Разсужденіе о Металлургіи, заключающее въ себѣ Ѳеорію главныхъ работъ въ оной предписуемыхъ; par Mr. Severguine.

Observatio de catulis felinis in utero connexis; par Mr. Ozeretskovski.

Нѣкоторыя извѣстія о путешествіи знаменитаго Гумбольда; par Mr. Sevastianoff.

Détermination de la Latitude et de la Longitude de quelques endroits de l'Empire de Russie; par Mr. Schubert.

Observationes meteorologicae per annum 1799 in urbe Saratovia institutae; par Mr. Meyer.

О краскахъ полученныхъ изъ металлическихъ полукислотъ и наведенныхъ постоянно на стекловатыя тѣла посредствомъ плавленія; par Mr. Sevastianoff.

Kleiner Beytrag zur Naturgeschichte der Vögel; par Mr. Vester.

Nemerocallis Japonica, varietas alba; par Mr. Smélovski.

Observationes Veneris et Saturni, habitae in specula Academiae Imp. Petropolitanae; par Mr. de Wisnievski.

Ueber den Begriff, den Inhalt und den Nutzen der Statistik; par Mr. Herrmann.

Statistische Beschreibung der Wälder der Krone im Europäischen Russland; par le même.

Descriptio novi plantarum generis; par Mr. Adams.

Expériences sur le rapport entre les résistances des cylindres de bois pleins et creux; par Mr. Krafft.

De fundamentis calculi differentialis; par Mr. le Prof. Langsdorff.

Proteae, plantae generis, species novae descriptae; par Mr. Thunberg.

О Спартистикъ; par Mr. Zablovski.

De innumeris curvis circa punctum fixum describendis, a quibus quilibet angulus in puncto illo formatus aequales arcus abscindat; par Mr. Fuſs.

Essai sur le commerce de la Russie avec la Chine et le Thibet; par Mr. Pfeiffer.

Remarques sur le commerce de la Russie pendant les années 1802 et 1803; par le même.

Ueber die Gewinnung der Schwefel-Säure ohne Salpeter; par Mr. Scherer.

Einleitung in die Münzgeschichte des Russischen Reichs. Erster Zeitraum, vom Anfange des Staats bis auf Wladimir I; par Mr. Krug.

Beobachtungen über den sowol leichten als schweren Salzäther; par Mr. Nasse.

De animalibus et plantis in J. G. Georgi descriptione Imperii Rossici omissis notitia; par Mr. Cederhjelm.

Kurzgefasste Darstellung der vorzüglichsten staatswirthschaftlichen Systeme; par Mr. Balugianski.

Additamenta quaedam ad catalogum plantarum septentrionalium Europae; par Mr. Redovski.

Mémoire historique sur la religion d'une Secte Chinoise; par Mr. Klaproth.

О кованіи сусальнаго золота; par Mr. Zakharoff.

Theoria rotae cum brachio geniculo; par Mr. Langsdorff.

Geographische Länge der Stadt Riga, aus der Sonnenfinsterniss am ¹⁄₁₇ten Aug. 1803; par Mr. Brückner.

Witterungsbeobachtungen auf der Reise um die Welt angestellt, von 23° südlicher bis 47° nördlicher Breite; par Mr. le Dr. Langsdorff.

Wörterbuch der Sprache von Nukahiwa, einer der neuen Markesas-Inseln; par le même.

Commentatio botanica in genus Ziziphora dictum. Sectio I; par Mr. Rudolph.

Словарь Японскаго языка по Россійскому Алфавиту; par Mr. Rezanoff.

Руководство къ познанію Японскаго языка; par le même.

Definitiones, descriptiones et annotationes animalium et catalogus avium Brasiliensium ex insula St^{ae}. Catharinae; par Mr. Tilesius.

О произхожденіи селитры, и о потребныхъ къ тому обстоятельствахъ; par Mr. Wolkoff.

Новые опыты надъ платиной; par Mr. le Comte Moussin-Pouschkin.

Способъ наводить платину на фарфоръ, изобрѣтенный Г. Клапротомъ; par Mr. Sevastianoff.

De la coopération du gouvernement dans la civilisation en général, et de l'industrie en particulier. Première partie; par Mr. Storch.

Прибавленіе къ выпискѣ изъ замѣчаній до Астраханскаго климата касающихся; par Mr. Lokhtin.

Сравнительныя таблицы долготы жизни животныхъ млекопитающихъ; par Mr. Sevastianoff.

Commentatio anatomica, abortus humani monstrosi rarissimi descriptionem ac delineationem sistens; par Mr. Zagorski.

О сокахъ глаза, относительно свойствъ ихъ, и причинъ служащихъ къ произведенію глазной болѣзни катарактою называемой; par le même.

Observationes Cereris, Palladis, Junonis, Saturni, Uranique, habitae in specula academiae Scientiarum; par Mr. de Wisnievski.

Ueber eine neue Bereitungsart des Zinobers auf nassem Wege; par Mr. Kirchhoff.

Brevis expositio praecipuarum observationum meteorologicarum Petropoli, Mosqvae, Kioviae, Nicolaevi, Astrachani, Penzae et Catharinburgi Anno 1804 habitarum; par Mr. Inokhodzoff.

Abietem non visam ostendit Nicolaus Ozeretskovski.

О философическомъ и врачебномъ изъясненіи климактерическихъ годовъ; par le même.

Recherches sur les intégrales premières des équations aux différences partielles du second degré à quatre et cinq variables; par Mr. Trembley.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences, pour les années 1799 — 1802; par Mr. Fuſs.

Sur un mélange granitique particulier de Finlande; par Mr. Severguine.

Astronomische Beobachtungen auf einer Reise von St. Petersburg bis Irkutsk im Sommer des Jahrs 1805 angestellt; par Mr. Schubert.

О водоемникѣ; par Mr. Zakharoff.

О различныхъ видахъ мѣстопребыванія, образованія и употребленія агата; par Mr. Severguine.

О воздушномъ пузырѣ рыбъ; par Mr. Sevastianoff.

Einige Bemerkungen über des Hn. Pacchiani Versuche die Mischung der Salzsäure betreffend; par Mr. Scherer.

О бывшей въ Астрахани саранчѣ; par Mr. Lokhtin.

Средство находить удобное мѣсто для копанія колодцы; par Mr. Inokhodzoff.

Ueber den reinen Baryt, in Kristallen darzustellen; par Mr. Kirchhoff.

Химическое испытаніе вязловой коры, и гребникова корня; par Mr. Zagorski.

Réflexions sur l'état de la Statistique en Russie et sur la Statistique en général etc.; par Mr. Herrmann.

Die Tinte, ein Reagens; par Mr. Scherer.

Ueber die Eigenschaften der auf trocknem Wege dargestellten

Kohlen-Säure. Ein Beytrag zum neuen Winterischen System der Chemie; par le même.

Versuch einer Erklärung der Ursache, welche die nachtheilige Wirkung frisch geweifster Zimmer hervorbringt; par le même.

Bestätigung der Pacchiani-Voltaischen Versuche über die Erzeugung der Salzsäure und des Laugensalzes, durch Einwirkung der galvanischen Electrizität auf Wasser; par Mr. Nasse.

Ueber die Mischung des todtgebrannten Kalks; par Mr. Scherer.

Hortus Petropolitanus, seu descriptiones et icones plantarum rariorum horti Imperialis Academiae Scientiarum Petropolitanae botanici. Fasciculus I; par Mr. Smélovski.

Ueber eine bisher noch unbemerkt gebliebene chemische Wirkung der galvanischen Electrizität auf Wasser, als Nachtrag; par Mr. Nasse.

Diophants von Alexandrien VI Bücher der Arithmetik, nebst einem Anhang von den vieleckichten Zahlen etc.; par Mr. Kausler.

Du principe constitutif des différens systèmes politiques; par Mr. Storch.

Abhandlung über die Grivna. Erster Theil. Von der Grivna als Halsschmuck der alten Russen; par Mr. Krug.

Ueber Winterl's abgestumpfte Säuren. Nachtrag zu meiner Abhandlung über Pacchiani's vorgebliche Darstellung der Salzsäure durch Desoxidation des Wassers; par Mr. Scherer.

Zweyter Nachtrag zu den Bemerkungen über Pacchiani's Versuche; par le même.

Объ опредѣленіи радіуса кривизны въ двоякокривыхъ линіяхъ; par Mr. Gourieff.

Средство споспѣшествующее разведенію шелковичныхъ червей; par Mr. Sevastianoff.

De nova et simplicissima Tetraonum Tetricum captura; par Mr. Ozeretskovski.

Dritter Nachtrag zu meinen Bemerkungen über die vorgebliche Mischung der Salzsäure; par Mr. Scherer.

Essai sur une loi hypothétique des inclinaisons de l'aiguille magnétique en différens endroits de la terre; par Mr. Krafft.

Beschreibung der hiesigen Spiegelfabrik, von ihrem Entstehn an bis zu ihrem itzigen Zustande; par Mr. Nasse.

Ueber die chemische Wirkung der galvanischen Electrizität auf Wasser etc.; par le même.

Additamentum ad brevem expositionem praecipuarum observationum meteorologicarum anno 1804 habitarum; par Mr. Inokhodzoff.

Description statistique des Lacs salés, des sels de roche et des sels cuits de la Russie. Premier Mémoire. Des Lacs salés de la Russie; par Mr. Herrmann.

Theorie des Krummzapfens; par Mr. Langsdorff à Wilna.

Ueber die Ströhmungen zwischen Kamtschatka und Japan; par Mr. de Krusenstern.

Tasmans Entdekkungen, nebst einem Aufsatze über die Lage von Ontong-Java und der Markesen-Inseln; par le même.

Средство сохранить матерію коровьей оспы, чтобы она чрезъ долгое время не теряла своей силы; par Mr. Zagorski.

Galii Species Capenses illustratae; par Mr. Thunberg.

Développement du principe de la liberté naturelle, ou exposition sommaire de la doctrine de Smith sur l'objet du gouvernement; par Mr. Storch.

Exposition systématique des minéraux de Finlande; par Mr. Severguine.

Объ орудіи равномѣрное теченіе воды производящемъ; par Mr. Zakharoff.

De la reduction des expressions de la forme $\sqrt[3]{a + b\sqrt{c}}$ au binome $m + n\sqrt{c}$; par Mr. Kausler.

Solutio problematis Diophantei: Datum numerum dividere in quotlibet partes, ita ut summa omnium, qualibet earum dempta, quadratum fiat; par le même.

О нѣкоторыхъ достопамятностяхъ Литовской и Гродненской Губерніи, въ отношеніи къ естественной Исторіи; par Mr. Sevastianoff.

Описаніе весьма чувствительной магнитной стрѣлки, оказывающей въ одно время наклоненіе и склоненіе; par Mr. Zakharoff.

Извѣстіе о послѣдствіяхъ прививанія овцамъ коровьей оспы и овечьихъ шолудей; par Mr. Zagorski.

De sphaeris osculantibus; par Mr. Fufs.

Prodromus Florae Petropolitanae, seu concinna plantarum sponte circa Petropolin crescentium descriptio; par Mr. Smélovski.

Ankunft auf Nukahivah, einer noch unbesuchten und unbeschriebenen Insel, aus der Zahl der Markesas; par Mr. Tilesius.

Краткое топографическое описаніе Астраханской Губерніи; par Mr. Lokhtin.

Demonstratio theorematum quorundam calculum integralem spectantium; par Mr. Fufs.

Neue Beobachtung, die Blausäure betreffend; par Mr. Scherer.

Auch die Flufsspath-Säure gehört zu den Bestandtheilen des menschlichen Körpers; par le même.

Noch eine Bemerkung in Betreff der Versuche Paechiani's über die Entstehung der Salzsäure; par le même.

О саранчѣ и червяхъ въ Астраханѣ; par Mr. Lokhtin.

Détermination astronomique de quelques villes de l'Empire de Russie; par Mr. Schubert.

Développement du principe de la liberté naturelle. Sect. I. art. III. Des progrès naturels de la Sûreté; par Mr. Storch.

Ueber Nestors Quellen; par Mr. Krug.

Observationes anatomicae de musculorum quorundam corporis humani varietate minus frequente; par Mr. Zagorski.

Versuche das Schiefspulver zu verstärken; par Mr. Grindel.

Anmerkungen über Langsdorffs Theorie des Krummzapfens; par Mr. Krafft.

Geographische Beyträge zur Russischen Geschichte; par Mr. Lehrberg.

Outre cela l'Académie a reçu régulièrement dans le courant des quatre années que comprend cet Aperçu historique, les observations météorologiques faites à Nicolayeff, Astrakhan, Kieff, Catherinenbourg et Penza.

V.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET AUTRES NOTICES PRÉSENTÉES À LA CONFÉRENCE.

Notice concernant une expérience Galvanique; communiquée par Mr. l'Académicien Krafft.

Notice concernant une expérience sur la gelatine des os et sa préparation, avec des échantillons; communiquée par le même.

Observations et expériences sur une substance graisseuse, semblable à la cire, tirée de la cochenille de Sibérie, avec des échantillons; présentées par Mr. l'Académicien Lowitz.

Notice sur une suite d'observations et expériences, faites pendant un voyage aërien, dans les hautes régions de l'Atmosphère; communiquée par Mr. Robertson.

Expérience sur une crystallisation remarquable, produite au moyen d'un grand froid, d'un sel de platine et du Nitrate de Soude; communiquée par Mr. l'Académicien Lowitz.

Observations sur la congelation du Mercure par un grand froid naturel qui a regné à Cathrinenbourg; communiquées par Mr. le Cap. en Chef des Mines Hermann.

Observations de quelques phénomènes remarquables dans le Mercure, lorsqu'il passe à l'état de congelation; communiquées par Mr. le Chirurgien-Major Kritchevski à Nertchinsk.

Déscription et dessin d'un globe de feu, remarquable par sa grandeur et sa chevelure, vu à Cathrinenbourg; communiquées par Mr. le Capit. en Chef des Mines Hermann.

Notice sur une nouvelle mine d'or, dite de Krylatoff, découverte sur la rive gauche de la Tchoussovaya; communiquée par le même.

Déscription et dessin d'un Parhélie très remarquable par sa configuration et la vivacité de ses couleurs, observé à Cathrinenbourg et à Werchne-Iwinsk; communiquée par le même.

Déscription et dessin de deux enfans monstrueux nés dans deux villages dépendans de la Régence des mines de Cathrinenbourg, et qui sont encore en vie et bien portans; communiquées par le même.

Notice sur les ravages qu'une nuée de sauterelles a causés le long du Kouban, sur l'ile de Taman et en Crimée; envoyée par Mr. l'Acad. Pallas.

Notice sur une nouvelle éruption vaseuse, arrivée près de la Forteresse Fanagoriiskaya; communiquée par le même.

Notice sur un tremblement de terre assez fort qui a été ressenti à Tiflis et à Gori, en Géorgie; communiquée par S. E. Mr. le Prince Tsitsianoff.

Notice sur un Schörl noir et un Beryl trouvés dans le voisinage de Mursinsk, avec des échantillons; envoyées par Mr. le Capitaine en Chef des Mines de Cathrinenburg Hermann.

Notice sur le nombre des naissances, des morts et des mariages à St. Pétersbourg, tirée des régistres de 1804 et 1805, accompagnée de quelques résultats; par Mr. l'Acad. Krafft.

Déscription et dessin d'un Parhélie remarquable, observé dans le Cattegat, à bord du vaisseau Anglois Almeria; par Mr. le Cons. de Collèges de Waxell.

Expérience tendant à confirmer la génération prétendue de l'acide muriatique et de l'alcali par l'électricité galvanique; faite par Mr. Nasse.

Déscription et dessin d'un quadrupède inconnu, trouvé en 1803 sur la côte de la mer glaciale, par un marchand de Yakoutsk nommé Roman Boltunoff; communiquée par Mr. Adams.

Notice sur les moyens employés par Mr. le Capitaine de Krusenstern pour la conservation de l'eau sur son vaisseau, pendant son voyage autour du globe; communiquée par lui-même.

Notice sur l'époque de la prise par les glaces et sur celle de la débacle de plusieurs rivières navigables de l'Empire; communiquée par Mr. l'Académicien Inokhodzoff.

Instruction détaillée pour monter et adapter à l'usage un reflecteur de vingt pieds; envoyée par Mr. le Docteur Herschell.

Notices technologiques sur les fabriques de la Marche et de la Saxe Electorale; envoyées par Mr. Nasse.

Observations microscopiques et notice sur une nouvelle formule pour les réfractions terrestres et le perfectionnement du cercle multiplicateur; communiquées par Mr. Bugge.

Notices sur les progrès de la vaccination dans les Indes Portugaises; communiquées par Mr. l'Académicien Krafft.

Notice sur une nouvelle mine d'or découverte à 8 verstes de Tchingistay, sur les frontières de la Chine, dont l'or est natif dans du quartz mélé de Malachite; communiquée par Mr. Klaproth le fils.

VI.

RAPPORTS PRÉSENTÉS À LA CONFÉRENCE PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

Mrs. Krafft et Fuſs rapportèrent sur l'état, dans lequel ils ont trouvé les quatre paratonnères des magazins à poudre de la fabrique *Impériale* d'Okhta, et sur le perfectionnement des communications métalliques qu'ils ont proposé à Mr. le Colonel de Pont-le-Roi, Directeur de cette fabrique.

Mr. Lowitz, sur la nature du fossile inconnu qui a été envoyé de Cathrinenbourg par Mr. Hermann, et qui s'est trouvé être du Bismuth minéralisé par le soufre.

Mrs. Lowitz et Zakharoff, sur l'état actuel du Laboratoire chymique, et sur les moyens de le perfectionner.

Mrs. Ozeretskovski et Sevastianoff, sur l'état actuel du Musée d'Histoire naturelle et sur ses améliorations.

Mrs. Ozeretskovski et Smélovski, sur le rétablissement d'un théatre anatomique.

Mrs. Krafft et Gourieff, sur l'état actuel du Cabinet de Physique.

Mr. Severguine sur les moyens de perfectionner l'état du Cabinet de Minéralogie.

Mr. Fufs, sur la nécessité des mesures à prendre pour que l'impression des Actes ne soit plus interrompue et retardée.

Mr. Schubert, sur l'état dans lequel il a reçu l'Observatoire astronomique, sur les instrumens qui s'y sont trouvé lors de la réception.

Mrs. Krafft, Lowitz et Zakharoff au sujet d'un nouveau moyen de garantir la poudre sur les vaisseaux contre l'humidité, à l'occasion d'une question faite à ce sujet à l'Académie de la part du Collègue du Ministre des forces navales.

Mr. Smélovski, sur un mémoire concernant la métamorphose des Zoophytes amphibies, envoyé à l'Académie par Mr. le Docteur Lichtenstein.

Mr. Krafft, sur l'ouvrage de Mr. Poppe, Encyclopédie des gesammten Maschinen-Wesens, examiné par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR.

Mr. Schubert, sur un projet de l'Opticien Schrader de construire un réflecteur de 50 pieds qui feroit l'effet d'un télescope de cent pieds de foyer.

Mr. Inokhodzoff, sur le Journal des observations astronomiques faites en 1803 dans différens ports de la Baltique, par Mr.

le Contr'Amiral Sarytcheff, dont il avoit été chargé d'examiner les calculs.

Mr. Fuſs, sur deux instrumens de Géométrie pratique, sur lesquels SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR a demandé l'avis de l'Académie.

Mr. Krafft, sur les boyaux de chanvre pour les pompes à incendies.

Mr. Ozeretskovski, sur l'ouvrage de Mr. le Prof. Balk, à Dorpat: Versuch einiger Umrisse der philosophisch - medizinischen Jurisprudenz, examiné par ordre *Suprême*.

Mr. Krafft, sur un mémoire concernant la mesure des hauteurs par le Baromètre, envoyé à l'Académie par Mr. le Prof. Ide à Moscou.

Mr. Schubert, sur les observations astronomiques faites à Riga, par Mr. le Conseiller de Collèges Brückner, à l'effet de déterminer la latitude de cette ville mieux qu'elle ne l'a été jusqu'ici.

Mr. Lowitz, sur les parties constituantes des pierres météoriques tombées près de l'Aigle et de Kharkoff et de la pierre connue sous le nom de masse de fer natif de Pallas.

Mr. Rudolph, sur l'état actuel du jardin botanique et sur les plantes qui s'y trouvent.

Mr. Lowitz, sur un vernis prétendu préservateur contre la rouille.

Mr. Krafft, sur un moyen de sêcher, dans un bain de sable, le bois de construction pour les vaisseaux, projet présenté à SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR.

Le même, sur une machine à vapeur de nouvelle invention, dont le modèle a été présenté à l'Académie par Mr. Mayor.

Mrs. Krafft et Fuſs, sur une machine inventée par Mr. le Capitaine des Ingénieurs de Schwanenbach, pour l'approfondissement du lit de la Neva dans un endroit destiné à servir de port aux barques.

Mr. Gourieff, sur un mémoire de Mathématique de Mr. Zagorski, maître-ès-arts de l'Université de Moscou.

Mr. Rudolph, sur un ouvrage d'Anatomie comparée, contenant celle du cheval, présenté à SA MAJESTÉ L'EMPEREUR par un Ecuyer des Gardes à Cheval, nommé Schwellnus.

Mr. Storch, sur un ouvrage intitulé: Разсужденіе о внутренной общественной политикѣ, и о любви къ Отечеству, сочиненное Тит. Сов. Воскресенскимъ, examiné par ordre *Suprème*.

Mr. Fuſs, sur un ouvrage de Mr. Duvillard: Recherches sur les rentes, les emprunts et les remboursemens.

Mr. Schubert, sur les observations faites en 1803, par Mr. le Contr'Amiral Sarytcheff.

Mr. Fuſs, sur l'ouvrage: Essai de Géométrie analytique par F. Lefrançois.

Mr. Zakharoff, sur les observations et expériences qu'il a faites pendant son voyage aérien avec Mr. Robertson.

Mr. Wisnievski, sur l'observation de l'eclipse du soleil, faite à Rotschensalm, par Mr. le Contr'Amiral Sarytcheff.

Mr. Storch, sur la réforme de l'Almanac d'Etat qui porte le titre: Мѣсяцословъ съ росписью чиновныхъ Особъ, въ Государствѣ.

Mr. Severguine, sur son voyage minéralogique en Finlande.

Mr. Smélovski, sur son voyage botanique dans le Gouvernement d'Orel.

Mr. Inokhodzoff, sur le Journal des observations astronomiques de Mr. le Contr'Amiral Sarytcheff, faites en 1804.

Mr. Krafft, sur un nouveau moyen efficace d'éteindre le feu, proposé par Mr. Koelreuter le fils, à Carlsruhe.

Mr. Zakharoff, sur un moyen facile de préparer le bouillon portable ou en tablettes.

Mr. Krug, sur une monnoye cufique, envoyée à l'Académie par Mr. Verechtchagin.

Mr. Schubert, sur un cadran solaire universel, examiné par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPEREUR.

Mr. Fufs, sur le mémoire de Mr. le Prof. Langsdorff à Wilna concernant les fondemens du Calcul différentiel.

Mr. Krafft, sur le mémoire du même savant, Theoria rotae cum brachio geniculo.

Mr. Zakharoff, sur une méthode de distiller l'eau de vie par le moyen des vapeurs de l'eau bouillante, présentée à Mr. le Ministre de l'Intérieur par le Lieutenant Colonnel Read.

Mrs. Wolkoff et Nasse, sur les eaux minérales, découvertes à Wyssokoye dans le Gouvernement de Twer.

Mr. Nasse, sur les parties constituantes du Beryl envoyé à l'Académie de Cathrinenbourg par Mr. Hermann.

Mrs. Krafft et Fufs, sur le nouveau Paratonnère construit à Okhta sur un cinquième magazin à poudre qu'on y a bati tout récemment.

Mr. Storch, sur deux mémoires relatifs à l'Economie politique, soumis à l'examen de l'Académie, par Mr. Lang, Adjoint de l'Université *Impériale* de Kkarkoff.

Mr. Krafft, sur une serrure de l'invention du Mécanicien Vaih.

Mrs. Severguine, Rudolph, Sevastianoff, et Smélovski, sur les drogues officinelles indigènes des trois regnes qui peuvent tenir lieu des drogues exotiques et qui se trouvent en abondance en Russie, réponse à une demande de Mr. le Ministre de Commerce.

Mr. Zakharoff, sur un nouveau moyen de préparer le Zinnobre, inventé par Mr. Kirchhoff.

Mrs. Wolkoff et Nasse, sur la force extinctive de la solution de Muriate de chaux proposée par Mr. Koelreuter fils.

Mrs. Fufs, Severguine, Storch et Krug, sur la manière la plus convenable d'écrire les mots Russes dans des mémoires françois et allemands, avec un Alphabet allemand et françois.

Mr. Ozeretskovski, sur son voyage autour du Lac Ilmen.

Mrs. Schubert, Klaproth, Adams et Rédovski, sur leur voyage depuis St. Pétersbourg jusqu'à Irkoutsk.

Mr. Fuſs, sur une machine inventée par Mr. le Profeſseur Hetzél à Dorpat, pour faire des carreaux de terre maſsivée propre à la bâtisse au pisé.

Mr. Ozeretskovski, sur les mesures prises pour faire empailler l'Elephant mort dans la ménagerie de la Venerie *Impériale* vers la fin d'Avril 1806.

Mr. Schubert, sur les ouvrages d'Astronomie et de Navigation de Mr. Makay.

Mr. Fuſs, sur l'impression du XV^me^ Volume des Nova Acta, avec le projet de rédaction d'une nouvelle collection des mémoires de l'Académie.

Mr. Zagorski, sur les mesures prises par lui pour décharner et nettoyer les os de l'Elephant, afin d'en composer le Squelette.

Mr. Scherer, sur les Manuscrits de feu Mr. Lowitz, avec le projet de publier une collection complette des oeuvres de cet Académicien, dont il se charge de soigner la rédaction.

Mrs. Zakharoff et Scherer, sur un appareil nouveau inventé par par Mr. Koster pour la distillation de l'eau de vie et examiné par ordre *Suprême.*

Mr. Krafft et Fuſs, sur une machine pour élever l'eau à une hauteur quelconque, sur une pompe spirale et sur un siphon, soumis au jugement de l'Académie par Mr. Resener.

Mr. Scherer, sur deux méthodes de dépurer le Salpètre, soumises à l'examen l'Académie par le Commandeur de la fabrique de poudre à Okhta.

Mr. Zakharoff, sur un moyen d'augmenter la force de la poudre, communiqué à l'Académie par Mr. le Profeſseur Grindel à Dorpat.

Mr. Schubert, sur une pendule, dite astronomique, présentée à SA MAJESTÉ L'EMPEREUR par Mr. le Cons. de Collèges de Poschmann, examiné par ordre *Suprême.*

Outre les rapports que nous venons de citer l'Académie en a reçu un grand nombre d'autres des voyageurs qu'elle a envoyés, à différentes époques, dans l'Intéreur de l'Empire, nommément de Mrs. Ozeretskovski, Schubert, Severguine, Wisnievski, Klaproth, Adams et Rédovski.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

Химическія основанія ремеслъ и заводовъ. Соч. Гмелина, съ присовокупленіемъ нѣкоторыхъ примѣчаній В. Севергина.

Записки путешествія по западнымъ провинціямъ Россійскаго Государства, или минералогическія, хозяйственныя и другія примѣчанія учиненныя В. Севергинымъ.

Anleitung zu der astronomischen Bestimmung der Länge und Breite, zum Gebrauch der Hn. Officiers vom General-Stabe; entworfen von F. T. Schubert.

Руководство къ астрономическимъ наблюденіямъ, служащимъ къ опредѣленію долготы и широты мѣстъ, сочиненное Ѳ. Шубертомъ, перевелъ Степанъ Румовской.

Продолженіе записокъ путешествія по западнымъ Провинціямъ Россійскаго Государства В. Севергина.

Краткое начертаніе Минералогіи, сочиненное въ пользу губернскихъ Гимназій, Академикомъ В. Севергинымъ.

Технологическій Журналъ, или Собраніе сочиненій и извѣстій относящихся до Технологіи, и приложенія учиненныхъ въ наукахъ открытій къ практическому употребленію, издаваемый Императорскою Академіею Наукъ.

Линеевой Система Природы, переведенная экстраординарнымъ Академикомъ А. Севастьяновымъ.

Всеобщая и частная естественная исторія Графа де Бюффона. Часть 8, 9.

Наставленіе о вѣрнѣйшихъ предохранительныхъ средствахъ противъ заразы, съ показаніемъ способа какъ употреблять въ пользу, изъ Французскаго сочиненія Г-на Морво извлеченное. Акад. Крафтомъ.

Обозрѣніе Россійской Финляндіи, или минералогическія и другія примѣчанія учиненныя во время путешествія по оной въ 1807 году, Академикомъ Кол. Сов. и Кав. В. Севергиномъ.

Nova Acta Academiae Scientiarum *Imperialis* Petropolitanae Tomus XIV et XV.

Общій систематическій видъ всѣхъ Департаментовъ, присудственныхъ мѣстъ и публичныхъ учрежденій Россійской Имперіи, сочиненный Акад. Шторхомъ.

Enumeratio stirpium plantarumque, quae coluntur in horto Academiae Scientiarum botanico.

Zur Münzkunde Rufslands; von Ph. Krug. Herausgegeben von der Kayserlichen Akademie der Wissenschaften.

Основанія Механики, сочиненныя Карломъ Боссю, съ Французскаго языка преложилъ и пополнилъ Адъюнктъ В. Висковатовъ.

Hortus Petropolitanus, seu descriptiones et icones plantarum rariorum horti Academiae Scientiarum *Imperialis* Petropolitanae, edidit Timotheus Smelovski. Fasciculus I.

Наставленіе о плавленіи рудъ, посредствомъ каменныхъ углей, сочиненіе Г. Жансана, преложенное на Россійской языкъ Акад. В. Севергинымъ. Часть I.

VIII.

I) PRIX PROPOSÉ PAR L'ACADÉMIE POUR L'ANNÉE 1806.

Au mois d'Août 1804 l'Académie ayant résolu de proposer un prix pour la meilleure résolution d'une que-

stion scientifique, son choix tomba sur un problème de Physique concernant la nature de la lumière. Pour cet effet elle publia le programme suivant:

Il est peu d'objets de physique qui, par rapport à tout ce qu'ils présentent de calculable, aient été examinés avec plus de succès que la lumière; mais la nature même de cet être merveilleux nous est encore peu connue, et peut-être l'ignorons-nous tout-à-fait. Depuis bien du tems on a sur ce sujet deux hypothèses également célèbres par les grands noms de leurs auteurs: celle de Newton, qui fait consister la lumière en émanations matérielles des corps lumineux mêmes; et celle d'Euler, qui la fait naître des vibrations d'un fluide élastique particulier, produites par l'action de ces mêmes corps. Le fondateur de la Chymie moderne, l'illustre Lavoisier, a donné sur la lumière une troisième hypothèse qui porte: qu'il existe dans la nature une matière toute particulière qui est la cause productrice de la sensation que nous désignons sous le nom de clarté ou de lumière; que la matière de la lumière est assujettie aux affinités chymiques, en vertu desquelles elle est susceptible de se combiner avec d'autres corps, de s'y fixer, de s'en dégager et de produire en eux de sensibles modifications; que par l'effet de sa grande affinité avec l'oxigène elle le reduit, en concours avec le calorique, à cet état aëriforme, sous lequel il entre dans la composition de l'air atmosphérique; et que le feu qui se manifeste dans la combustion des corps, résulte de la décomposition du gas oxigène de l'air atmosphérique, opérée par le combustible selon les loix des affinités, en vertu desquelles l'oxygène, qui fait la base de ce gas, étant absorbé par le corps qui brule, le calorique et la matière de la lumière deviennent libres et se dégagent. Quelque incertaine et sujette à des difficultés que puisse paroître encore l'existence d'une matière de la lumière et la réalité de ses affinités, sur lesquelles l'illustre auteur même de l'hypothèse ne s'est énoncé qu'avec une reserve vraiment digne d'un si grand scrutateur de la nature; il est pourtant hors de doute que cette belle idée, qui ne manque pas de tout appui de l'expérience, offre un genre de recherches des plus intéressans pour les progrès de la Phi-

losophie naturelle. S'il existe une matière de la lumière, si elle est soumise à des affinités chymiques et repandue tout autour de nous: elle pourroit bien, par les combinaisons, dans lesquelles elle s'engage avec d'autres corps, avoir des influences marquées sur eux et sur plusieurs phénomènes naturels: l'avancement de nos connoissances à l'égard de cette matière nous fourniroit par conséquent des résultats qui, en éclairant un des ressorts cachés de la nature, jetteroient un nouveau jour peut-être sur nombre de ses opérations. En considération de ces raisons l'Académie Impériale a jugé avantageux à l'avancement des sciences, de proposer publiquement un prix de *cinq cens Roubles,* qui sera décerné au Physicien qui aura fait et qui lui aura communiqué: *la série la plus instructive d'expériences nouvelles sur la lumière considérée comme matière; sur les propriétés qu'on sera en droit de lui attribuer; sur les affinités qu'elle paroîtra avoir avec d'autres corps soit organiques soit non-organiques, et sur les modifications et phénomènes qui se manifestent dans ces substances en vertu des combinaisons, dans lesquelles la matière de la lumière s'est engagée avec elles.*

Sans faire ici l'historique ni des objections qu'on a opposées à cette hypothèse, ni des recherches qu'on a déjà faites pour dévoiler, dans différentes modifications des corps et des phénomènes naturels, les traces de l'action des affinités chymiques de la lumière, l'Académie observe que ces recherches ne s'étendroient peut-être pas inutilement au feu galvanique, dont l'éclat éblouissant, en de grandes piles de Volta et sur des substances charboneuses, imite en quelque façon celui de la lumière solaire. Au reste l'Académie se contente d'énoncer généralement le sujet du prix, afin que les Savans qui voudront s'en occuper, ne soient génés en aucune manière, dans les points de vue, sous lesquels ils pourroient être portés à envisager et à traiter une matière d'un accès aussi difficile, à peine encore entamée et pourtant si digne d'être approfondie en faveur des progrès de la science naturelle.

L'Académie invite les Savans de toutes les nations, sans en exclure ses membres honoraires, et Correspondans, à travailler sur cette matière. Il n'y a que les Académiciens mêmes, appellés à faire la fonction de juges, qu'elle croit devoir exclure du concours.

Les Savans qui voudront concourir pour ce prix, ne mettront point leurs noms à leurs ouvrages, mais seulement une sentence ou dévise, et ils ajouteront à leurs mémoires un billet cacheté qui portera au dehors la même dévise et au dedans le nom, la qualité et la demeure de l'auteur. On n'ouvrira que le billet de la pièce qui aura remporté le prix; les autres seront brulés, sans avoir été décachetés.

Les mémoires, écrits d'un caractère lisible, soit en Russe, en François, en Anglois, en Allemand, ou en Latin, seront adressés au Secrétaire perpétuel de l'Académie, qui délivrera à la personne qui lui aura été indiquée par l'auteur, un récipissé marqué de la dévise et du numéro dont il aura coté la pièce.

Les mémoires seront reçus jusqu'au 1r Mai 1806 exclusivement, et l'auteur de celui qui, au jugement de l'Académie, aura mérité le prix, sera proclamé dans l'assemblée publique qui se tiendra au mois de Juillet de la même année.

Le mémoire couronné est une propriété de l'Académie et l'auteur ne sauroit le faire imprimer sans sa permission formelle. Les autres pièces de concours peuvent être redemandées au Secrétaire, qui les délivrera, ici à St. Pétersbourg, aux personnes qui se présenteront chez lui avec une procuration de l'auteur.

II) QUESTION SUR LA RÉSISTANCE DES FLUIDES ET SUR SON APPLICATION À L'ARCHITECTURE NAVALE.

Le Collègue du Ministre des forces navales, Son Excellence Monsieur le Vice-Amiral et Chevalier de Tchitchagoff, a fait remettre à l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg, par Mr. l'Académicien Gourieff, l'énoncé d'une question sur la résistance des fluides et son application à l'Architecture navale, pour la solution de

laquelle le Département de la Marine destine un prix de mille Ducats d'Hollande. En communiquant ce programme à la Conférence académique, l'intention de Mr. le Collègue du Ministre des forces navales a été que l'Académie prît sur elle la peine de le publier, de recevoir les mémoires de concours, et de les examiner conjointement avec le Département de la Marine.

L'Académie a accepté avec plaisir la proposition de concourir à un but aussi utile au progrès des Sciences, et désirant de seconder les vues généreuses du Département de la Marine et le zèle patriotique du Chef éclairé de ce Département, elle a arrêté de publier le dit programme conçu en ces termes:

Prix proposé par le Département de la Marine le 1er Juillet 1804.

Des deux théories de la résistance des fluides, proposées et appliquées à l'Architecture navale par Don G. Juan et Mr. Romme (dans l'*Examen maritime* et l'*Art de la Marine*) corriger quelle que ce soit, par exemple celle de Don Juan, et la perfectionner au point que les résultats qu'on en déduit, ne différassent plus des résultats tirés des expériences que d'une quantité si petite qu'on puisse la négliger dans la pratique, sans commettre une erreur sensible; ou bien, s'il est impossible de sorriger ces théories, en établir une nouvelle qui conduise à des conclusions douées de la justesse mentionnée, et en faire l'application à l'Architecture navale; ou bien enfin, s'il est impossible d'établir

une pareille théorie, déduire au moins des expériences une formule semblable à celles qui ont été données par M. M. Bossut et Prony, et telle qu'elle soit non seulement plus conforme aux expériences que les formules mentionnées, mais qu'elle conduise le plus près qu'il est possible aux conclusions tirées des expériences, en appliquant de même cette formule à l'Architecture navale. Pour la solution satisfaisante de ce problème le Département de la Marine a destiné un prix de mille Ducats d'Hollande, et il a fixé un terme de deux ans, à compter de la date du programme. Ce tems écoulé les mémoires adressés à l'Académie ne seront plus reçus, attendu que ce terme est suffisant pour instituer les nouvelles expériences que la solution de cette question rendra indispensablement nécessaires.

Les mémoires envoyés à l'Académie doivent être écrits d'un caractère distinct et lisible, soit en François, en Anglois ou en Russe.

L'Original est signé:
Paul Tchitchagoff.

En publiant ainsi la question de prix du Département de la Marine, *telle qu'elle lui a été remise*, l'Académie invite les Savans qui voudront concourir, d'adresser leurs mémoires à son Secrétaire perpétuel, avant le premier Juillet 1806, et francs de port aussi loin que les reglemens des Bureaux de poste de leurs païs le permettront, et d'observer la règle usitée en pareil cas: de ne point mettre leurs noms à leurs ouvrages, mais d'y mettre seulement une dévise, et d'ajouter un billet cacheté qui porte au dehors la même dévise et au dedans le nom, la qualité et la démeure de l'auteur. Sitôt que les mémoires, arrivés avant l'expiration du terme de concours, auront été examinés par le Département de la Marine et par l'Académie, celle-ci publiera le jugement qui en aura été porté, et le Département de la Marine couronnera, par le payement du prix, les travaux de l'auteur qui aura satisfait aux conditions du problème.

IX.

VOYAGES SCIENTIFIQUES FAITS PAR ORDRE DE L'ACADÉMIE.

1.

Mr. l'Académicien Severguine ayant été chargé en 1803 de visiter les écoles des Gouvernemens de Novgorod, Pskoff, Vitebsk et Mohileff, l'Académie, désirant de profiter de cette occasion favorable, engagea cet Académicien de tourner, pendant ce voyage, son attention aussi sur l'état physique de ces provinces, et Mr. Severguine, porté à ce genre d'observations, par son propre goût et par son zèle pour l'avancement des sciences, s'est acquitté avec plaisir du devoir que l'Académie lui avoit imposé. Le public jouit des fruits de ses observations, la relation de son voyage, lue dans les Séances académiques, ayant éte publiée depuis dans l'ouvrage cité ci-dessus art. VII.

2.

L'Académie ayant reçu en différens tems des notices du Gouvernement d'Orel, et même de la part du Gouverneur, concernant une plante connue dans la province sous le nom de Матрюнка et employée avec succès dans la guérison des personnes morduës par des chiens enragés: elle résolut d'y envoyer un Botaniste, pour exa-

miner sur le lieu cette plante et vérifier les récits multipliés qui courent sur ses vertus médicinales. Mr. l'Académicien extraordinaire Smélovski fut nommé pour faire ce voyage. Il se mit en route le 24 Août 1804, et fit le 17 Octobre suivant son rapport à la Conférence sur les plantes: Thalictrum flavum, Thalictrum angustifolium et Delphinium consolida, dont on se sert pour la guérison de la morsure des chiens enragés dans quelques endroits du Gouvernement d'Orel; sur la manière de s'en servir, qui n'est pas la même partout; et sur d'autres objets qu'il a eu l'occasion d'observer pendant ce voyage, relativement à l'état physique de la province.

3.

L'Académie avoit résolu la même année, à la proposition de S. E. Mr. le Président, d'envoyer deux Académiciens en Finlande, afin de mieux connoître une province si voisine, si intéressante sous tant de rapports, et pourtant si peu connue encore du côté de son état physique. Mrs. les Académiciens Severguine et Rudolph furent choisis pour cette expédition scientifique, le premier pour la partie géologique et minéralogique, le second pour la partie botanique et zoologique. Le voyage du premier eut tout le succès que l'Académie étoit en droit d'attendre du

zèle et des connoissances de Mr. l'Académicien Severguine. L'ouvrage imprimé en 1805 sous le tître: Обозрѣніе Россійской Финляндіи est le fruit de ce voyage. L'excursion de Mr. Rudolph a été moins heureuse. La saison trop avancée, le mauvais tems et les mauvais chemins ne lui ont pas permis de faire ni une longue course, ni des observations importantes.

4.

Le 30 Juin de la même année Mr. l'Académicien Zakharoff fit avec Mr. Robertson une ascension, au moyen d'un balon aërostatique apartenant à ce Physicien, qui s'étoit offert de faire une pareille ascension uniquement consacrée aux sciences, si l'Académie vouloit se charger des fraix nécessaires pour l'emplissement du balon, et se concerter sur un choix d'expériences instructives à instituer dans les hautes regions de l'atmosphère. L'ascension se fit à $7\frac{1}{4}$ d'heures, du soir du jardin du premier Corps des Cadets, et la descente derrière Gatschina à $10\frac{3}{4}$ d'heures. Le rapport fait à l'Académie sur le résultat de ce voyage aërien a été publié dans son tems.

5.

Mr. l'Académicien Ozeretskovski ayant proposé à l'Académie de faire un voyage physique autour du Lac Il-

men, qui n'a encore été décrit par aucun Naturaliste et qui mérite d'être mieux connu, pour en retirer tous les avantages qu'il peut offrir au Gouvernement: l'Académie chargea le dit Académicien de faire ce voyage, ce qu'il entreprit, en y employant les mois de l'été de 1805. Les observations qu'il a eu l'occasion de faire dans cette excursion, ont été présentées à la Conférence et seront imprimées.

6.

Une Ambassade extraordinaire, destinée pour la Chine, qui devoit partir de St. Pétersbourg au commencement du printems de 1805, offrit à l'Académie une occasion trop favorable d'être utile aux sciences, pour ne pas en profiter avec tout l'empressement qu'elles inspirent à leurs amis véritables. L'Académie eut la satisfaction de voir désignés pour accompagner cette Ambassade; Mr. l'Académicien Schubert en qualité d'Astronome; Mr. l'Adjoint Klaproth, en qualité de Litterateur Orientaliste; Mr. l'Adjoint Adams, en qualité de Zoologue; et Mr. l'Adjoint Rédovski, en qualité de Botaniste. Le Gouvernement, qui avoit prêté une main sécourable à l'intention de l'Académie de profiter de cette occasion favorable pour faire des découvertes scientifiques, en accordant à ces Savans tous les encouragemens et toutes les facilités qui dépendoient de lui et qui étoient compatibles avec le but principal de l'expédition,

voulut bien concourir d'une manière encore plus efficace au but sécondaire scientifique, en augmentant le nombre des Savans de quelques personnes choisies hors de l'Académie, sous la direction de S. E. Mr. le Comte Jean Potozki, connu par ses recherches historiques. Ils partirent tous vers la fin de Mai et le commencement de Juin de St. Pétersbourg, avec des instructions de l'Académie, et se rendirent à Irkoutsk, lieu de ralliement de l'Ambassade. Les envois fréquens et les rapports, faits à la Conférence pendant cette route, par les membres nommés de l'Académie, prouvent combien ce voyage auroit pu devenir fructueux, si les conjonctures eussent permis de le continuer jusqu'à Pekin. On a vu dans plusieurs articles de cette histoire de l'Académie quelques uns des fruits de ce voyage depuis St. Pétersbourg jusqu'à Irkoutsk.

7.

Mr. l'Adjoint Wisnievski fit en 1806, par ordre de l'Académie, un voyage astronomique, dont le but étoit la détermination exacte de plusieurs endroits dans les gouvernemens de la ci-devant Pologne et de la Tauride, à l'effet de perfectionner les cartes géographiques très defectueuses de ces provinces. Il partit le 27 Avril, muni des instrumens nécessaires et de recommandations adressées aux

Gouverneurs, et revint vers la fin de l'année, après avoir fait, en moins de huit mois, près de 3000 observations, qui serviront à la détermation exacte de la position géographique de plus de cinquante points dans les gouvernemens mentionnés. Cette entreprise utile sera probablement continuée dans les autres gouvernemens de la Russie Européenne.

8.

Après le retour de Mr. l'Académicien Schubert qui, pendant son voyage à Irkoutsk avoit déterminé astronomiquement la position géographique d'un grand nombre de villes de la Russie Asiatique, les trois Adjoints que l'Académie avoit fait voyager dans la suite de l'Ambassadeur destiné pour la Chine, obtinrent d'autres instructions et une destination différente.

Mr. l'Adjoint Klaproth demanda et obtint la permission de faire, en retournant, un voyage de long de l'Irtisch, depuis Omsk jusqu'à Ustkamenogorsk, et de là jusqu'aux frontières de la Chine, dans la vue de visiter les antiques temples Mongous-Thibetans près de Semipalatnaya et d'Ablaket.

Mr. l'Adjoint Adams fut envoyé à Yakoutsk, pour descendre de là la Lena, jusqu'à son embouchure, afin de faire des observations sur l'état physique des pays que ce

fleuve arrose et rassembler sur ce chemin, et sur la côte de la mer glaciale, des objets des trois regnes de la nature pour le Musée académique.

Mr. l'Adjoint Rédovski entreprit un voyage à Okhotsk, pour se rendre de là, avec la permission de l'Académie, et muni de nouvelles instructions et de nouveaux moyens subsidiaires, au Kamtchatka, d'où il tâchera de faire successivement des excursions aux isles Aléoutes, aux isles Kouriles, aux isles Shantar et à Sagalin *).

*) Sa mort à Ishiguinsk a détruit depuis les espérances qu'on étoit en droit de concevoir de ces voyages projettés.

Errata:

Pag. 314. loco Fig. IV. lege Tab. IV.

— 324. lin. 7 loco circumferentiam palis lege: palis circumferentiam.

— 359. lin. 21 — observatorum — observatarum.

— 424. lin. 9 — elucitando — elucidando.

I.

SECTION

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

DE RESOLUTIONE FRACTIONUM COMPOSITARUM IN SIMPLICIORES

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 11. Januarii 1779.

§. 1.

Cum olim hoc argumentum tractassem, praecipue ad ejus usum in calculo integrali respexi, unde necesse erat, denominatorem fractionis propositae in suos factores simplices, seu primi gradus, in quibus scilicet quantitas variabilis non ultra primam potestatem assurgit, resolvere; quo facto methodum tradidi, pro quolibet denominatoris factore simplici fractionem partialem inde oriundam investigandi, sive ejus numeratorem, qui semper est constans, definiendi. Quod si enim hac ratione pro singulis factoribus simplicibus tales fractiones partiales fuerint formatae, summa omnium aequalis esse debet ipsi fractioni propositae, siquidem fuerit genuina et quantitas variabilis in numeratore

pauciores habeat dimensiones quam in denominatore; sin autem fuerit spuria, et variabilis in numeratore ad totidem, vel adeo ad plures dimensiones surrexerit, tum ad illam fractionum partialium summam insuper partes integras, quae ex divisione numeratoris per denominatorem resultant, addi oportet.

§. 2. Quoniam autem plerumque evenire solet, ut plures denominatoris factores simplices evadant imaginarii, quorum bini conjuncti semper productum reale constituunt, methodum meam etiam ad factores secundi gradus hujus formae: $a+bx+cxx$ extendi, atque demonstravi, quemadmodum fractionis hinc natae numerator inveniri debeat; qui plerumque duabus constabit partibus, dum in eo etiam prima potestas variabilis inesse potest, ita ut fractio inde nata hanc habitura sit formam: $\frac{\alpha+\beta x}{a+bx+cxx}$. In hoc autem negotio calculum imaginariorum in subsidium vocare sum coactus.

§. 3. Peculiaria autem artificia requirebant casus, quibus denominator fractionis propositae duos pluresve complectitur factores inter se aequales, quorum evolutio in fractiones partiales longas ambages postulabat; imprimis quando duo pluresve factores secundi gradus fuerint inter se aequales. Nunc igitur aliam methodum proponam, quam etiam ad factores altiorum graduum applicare liceat;

sub quibus ergo etiam quadrata altioresque potestates factorum tam primi quam secundi gradus comprehendi possunt. Imprimis autem haec methodus a praecedente in eo discrepat, quod totum negotium sine quantitatibus imaginariis absolvi possit, quam ergo methodum hic accuratius exponere mecum constitui.

§. 4. Considero igitur hunc in finem fractionem quamcunque compositam hujus formae: $\frac{N}{P \times Q \times R \text{ etc.}}$; cujus denominator complectatur quotcunque factores P, Q, R, S, etc. qui singuli non solum sint primi, vel secundi, vel tertii, sed etiam cujuscunque altioris gradus; ita ut, si cujuspiam factoris gradus ad n dimensiones ascendat, ejus forma futura sit $\alpha x^n + \beta x^{n-1} + \gamma x^{n-2} + \delta x^{n-3} +$ etc. Imprimis autem in hocce negotio necesse est, ut omnes isti factores sint inter se primi, neque ullum factorem communem involvant. Numerator vero N functio esse potest quaecunque *rationalis integra* ipsius x; ac perinde est sive haec fractio sit *genuina*, sive *spuria*, quandoquidem posteriore casu partes integras in fractione proposita contentas per divisionem actualem eruere licet, quod quidem, postquam jam omnes fractiones partiales fuerint inventae, demum fieri poterit.

§. 5. Primo igitur hanc fractionem resolvi oportebit in hujusmodi partes: $\frac{\mathfrak{P}}{P} + \frac{\mathfrak{Q}}{Q} + \frac{\mathfrak{R}}{R} +$ etc. quae scilicet ex

singulis factoribus denominatoris oriuntur. Deinde vero, si in numeratore N quantitas variabilis x ascendat ad totidem dimensiones, quot habet in denominatore PQRS etc. praeterea accedet quantitas constans $\mathfrak{A}$; sin autem ad plures dimensiones ascendat, insuper accedent partes integrae $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \mathfrak{C}xx$ etc. Quemadmodum igitur omnes istae partes commode inveniri queant, methodum facilem hic sum traditurus, quae ita est comparata, ut quaelibet pars, sine respectu ad reliquas habito, seorsim investigari possit.

§. 6. Cum igitur ex denominatoris factore P oriri statuamus fractionem $\frac{\mathfrak{P}}{P}$, ante omnia est notandum, hanc fractionem esse debere genuinam, ita ut in ejus numeratore $\mathfrak{P}$ quantitas x pauciores habeat dimensiones, quam in denominatore P, quandoquidem partes integrae in forma $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \mathfrak{C}xx + \mathfrak{D}x^3 +$ etc. contineri ponuntur. Unde si factor P fuerit primi gradus formae $\alpha + \beta x$, numerator $\mathfrak{P}$ erit quantitas constans a; sin autem factor P fuerit secundi ordinis, fieri potest ut etiam x in $\mathfrak{P}$ ingrediatur, ita ut habeat formam $a + bx$; at si P fuerit factor tertii gradus formae $\alpha + \beta x + \gamma xx + \delta x^3$, tum forma numeratoris $\mathfrak{P}$ esse poterit $a + bx + cxx$, et ita porro; ita ut in genere numerator $\mathfrak{P}$ involvere possit omnes potestates ipsius x *minores* quam in denominatore oc-

currunt. In operationibus igitur sequentibus probe cavendum erit, ne in numeratore $\mathfrak{P}$ investigando istae potestates minores ex calculo extirpentur. Hoc observato methodum hic sum expositurus, cujus ope pro qualibet harum fractionum numerator $\mathfrak{P}$, sine respectu ad reliquas habito, inveniri queat.

Investigatio Fractionis $\frac{\mathfrak{P}}{P}$

quae scilicet ex denominatoris factore P oritur.

§. 7. Quoniam igitur fractio proposita $\frac{N}{PQR\,etc.}$ summae omnium partium aequalis esse debet, ita ut habeatur sequens aequatio:

$$\frac{N}{PQR\,etc.} = \frac{\mathfrak{P}}{P} + \frac{\mathfrak{Q}}{Q} + \frac{\mathfrak{R}}{R} + \ldots + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \mathfrak{C}xx + \text{etc.}$$

pro fractione $\frac{\mathfrak{P}}{P}$ indaganda reliquas partes omnes sub charactere *etc.* complectamur, ita ut habeamus hanc aequationem: $\frac{N}{PQR\,etc.} = \frac{\mathfrak{P}}{P} + \text{etc.}$ In ipsa autem fractione proposita, quia hic tantum denominatoris factorem P respicimus, productum reliquorum factorum Q R S etc. littera M designemus, ita ut jam habeamus hanc aequationem: $\frac{N}{PM} = \frac{\mathfrak{P}}{P} + \text{etc.}$ unde valorem numeratoris $\mathfrak{P}$ erui oportet.

§. 8. Hunc in finem multiplicemus hanc aequationem $\frac{N}{PM} = \frac{\mathfrak{P}}{P} + \text{etc.}$ per ipsum factorem P, ut prodeat ista: $\frac{N}{M} = \mathfrak{P} + P \times \text{etc.}$, quae ergo statim praebet $\mathfrak{P} = \frac{N}{M} - P \times \text{etc.}$ Quamobrem si statuamus $P = 0$, fiet $\mathfrak{P} = \frac{N}{M}$, quae ex-

pressio cum sit fractio, totum negotium huc redit, quemadmodum inde functio integra ipsius x erui possit.

§. 9. Incipiamus a casu simplicissimo, quo factor P est primi gradus, ideoque numerator quaesitus $\mathfrak{P}$ quantitas constans, atque ex aequatione $P = 0$ statim eruitur $x = f$, qui valor in fractione $\frac{N}{M}$ substitutus verum nobis praebebit valorem ipsius $\mathfrak{P}$ quaesitum. Sin autem factor P fuerit secundi gradus, ex aequatione $P = 0$ elicimus $xx = fx + g$, unde omnes altiores potestates ipsius x per similem formam exprimere poterimus. Cum enim inde sit $x^3 = fxx + gx$, si hic loco xx ejus valor scribatur, habebimus

$x^3 = (ff + g)x + fg$; ac denuo per x multiplicando erit
$x^4 = (f^3 + 2fg)x + (ffg + gg)$; tum vero
$x^5 = (f^4 + 3ffg + gg)x + (f^3g + efgg)$;

hocque modo quousque libuerit progredi licebit, ita ut omnes potestates altiores ipsius x per talem formam: $fx + g$ exprimatur.

§. 10. Quod si ergo hos valores tam in numeratore N quam in denominatore M substituamus, manifesto ad talem formam perveniemus: $\frac{N}{M} = \mathfrak{P} = \frac{\alpha + \beta x}{a + bx}$; ubi facile intelligitur, numeratorem et denominatorem per ejusmodi factorem communem multiplicari posse, ut posito $xx = fx + g$ ex denominatore quantitas x penitus extirpetur, quo pacto

debitus valor ipsius $\mathfrak{P}$ obtinebitur. Quod si enim pro illo multiplicatore sumamus $p + qx$, denominator evadet $ap + (aq + bp)x + bqxx$, qui, posito $xx = fx + g$, induet hanc formam: $(aq + bp + fbq)x + (ap + gbq)$, ubi tantum opus est p et q ita definire, ut fiat $aq + bp + fbq = 0$, sive $\frac{p}{q} = \frac{-fb-a}{b}$. Sumto ergo $p = -fb - a$ et $q = b$, denominator erit $= ap + gbq = gbb - afb - aa$, ideoque constans. Numerator vero tum erit $(\alpha + \beta x)(p + qx) = \alpha p + (\alpha q + \beta p)x + \beta qxx$, qui ob $xx = fx + g$, reducitur ad debitam formam $fx + g$: Erit enim $N = (\alpha q + \beta p + \beta fq)x + (\alpha p + \beta gq)$, ita ut numerator quaesitus sit $\mathfrak{P} = \frac{(\alpha q + \beta p + \beta fq)x + (\alpha p + \beta gq)}{gbb - abf - aa}$.

§. 11. Eodem modo si fuerit P factor tertii gradus, posito $P = 0$ fiet $x^3 + fxx + gx + h$; unde etiam omnes potestates altiores ipsius x per similem formam exprimi poterunt, in qua scilicet tantum prima et secunda ejus insit potestas: inde enim colligitur fore

$$x^4 = (ff + g)xx + (fg + h)x + fh$$

$$x^5 = (f^3 + 2fg + h)xx + (ffg + fh + gg)x + (ffh + gh)$$

Ulterius autem progrediendo evidens est has formulas constituere seriem recurrentem, cujus scala relationis est $f, + g, + h$; quo observato facile, quousque libuerit, progredi licebit.

§. 12. Jam satis manifestum est, si denominator P fuerit gradus cujuscunque, puta n, ex aequatione $P = 0$ semper fore $x^n = fx^{n-1} + gx^{n-2} + hx^{n-3} +$ etc. unde simul omnes altiores potestates ipsius x per potestates n^{ima} inferiores exprimi poterunt. Quod si jam isti valores tam in numeratore N quam in denominatore M substituantur, tum pro $\mathfrak{P}$ reperietur fractio, in cujus tam numeratore quam denominatore tantum potestates minores quam exponentis n occurrent. Tum vero haud difficulter intelligere licet, semper talem multiplicatorem communem investigare licere, ut facta multiplicatione denominator evadat quantitas constans, numerator vero ad potestates minores quam exponentis n reducatur, quo pacto valor desideratus pro littera $\mathfrak{P}$ obtinebitur.

§. 13. Hoc autem modo investigatio postremi multiplicatoris plerumque calculos perquam operosos et taediosos postularet; quamobrem plurimum intererit aliam excogitare methodum, cujus ope fractio inventa $\frac{N}{M}$ in aliam formam transmutari possit, cujus denominator evadat quantitas constans. Talis autem methodus huic principio innititur: quod, si duae fractiones $\frac{p}{q}$ et $\frac{r}{s}$ fuerint inter se aequales, tum iisdem etiam fractio haec: $\frac{\alpha p + \beta r}{\alpha q + \beta s}$ futura sit aequalis, cujus rei veritas jam sponte in oculos incurrit.

§. 14. Hoc principio stabilito, quoniam pro $\mathfrak{P}$ invenimus fractionem $\frac{N}{M}$, unde majores potestates ipsius x jam exclusas esse assumimus, si hic successive tam supra quam infra multiplicetur per x, x^2, x^3, etc. et loco x^n et majorum potestatum valores assignati substituantur, prodibunt aliae fractiones, totidem pariter valores ipsius $\mathfrak{P}$ exprimentes, quae sint $\frac{N'}{M'}$, $\frac{N''}{M''}$, $\frac{N'''}{M'''}$, etc. in quas tantum potestates minores quam x^n ingrediuntur. Harum jam binae ita per principium expositum facile combinari poterunt, ut, posito $\mathfrak{P} = \frac{\alpha N + \beta N'}{\alpha M + \beta M'}$, ex denominatore potestas inferiorum maxima, scilicet x^{n-1}, excludatur; quod si pluribus modis fuerit factum, simili modo ex his novis fractionibus aliae formari poterunt, in quarum denominatoribus maxima potestas tantum sit x^{n-3}; hocque modo ulterius progrediendo tandem pervenietur ad fractionem, cujus denominator prorsus sit constans, quae ergo valorem desideratum litterae $\mathfrak{P}$ praebebit. In his autem operationibus cautela supra memorata probe est observanda, ne scilicet istae fractiones, qualemcunque habeant formam, unquam deprimantur, etiamsi forte habuerint factorem numeratori ac denominatori communem.

§. 15. Hac igitur methodo pro quolibet denominatoris principalis factore, sive P, sive Q, sive R, sive S, fractiones partiales $\frac{\mathfrak{P}}{P}$, $\frac{\mathfrak{Q}}{Q}$, $\frac{\mathfrak{R}}{R}$, $\frac{\mathfrak{S}}{S}$, etc. seorsim assignari po-

terunt, in quarum numeratoribus quantitas x ubique ad pauciores potestates assurgat quam in denominatore.

Alia Methodus
numeratorem $\mathfrak{P}$ investigandi.

§. 16. Postquam perventum fuerit ad aequalitatem $\frac{N}{M}$, ubi omnes ipsius x potestates jam sint minores quam in ipso denominatore P, singularis se mihi obtulit via, multiplicatorem illum supra memoratum eruendi, qui si litera Π designetur, habebimus $\mathfrak{P} = \frac{N\Pi}{M\Pi}$. Jam quia requiritur ut posito $P = 0$ iste denominator evadat quantitas constans, hoc eveniet statuendo $M\Pi = C + P\Theta$. Sic enim, ratione habita aequationis $P = 0$, utique fiet $\mathfrak{P} = \frac{N\Pi}{C}$; sicque ista littera per functionem integram ipsius x exprimetur, postquam scilicet ex numeratore $N\Pi$ altiores potestates fuerint exclusae.

§. 17. Nunc ad istas quantitates Π et Θ inveniendas, evidens est, si quantitas variabilis x ut infinita spectetur, tum fore $M\Pi = P\Theta$, ideoque $\frac{\Pi}{\Theta} = \frac{P}{M}$; unde patet, fractionem $\frac{\Pi}{\Theta}$ proxime aequalem esse debere fractioni $\frac{P}{M}$. Hic igitur in subsidium vocare conveniet eandem operationem, quae in numeris institui solet, quando fractione quacunque proposita alia ipsi proxime aequalis quaeritur. Simili enim modo, quantitate P per M divisa, residuum

sumatur pro divisore, praecedens vero divisor pro dividendo; hocque modo procedatur, donec ad quotos fractos perveniatur, in quorum scilicet denominatore ipsa quantitas x insit. Tum enim si more solito ex quotis repertis fractiones formentur, ea quae ultimo quoto integro respondet, nobis exhibebit ipsam fractionem $\frac{\Pi}{\Theta}$, ex qua deinceps, numeratoribus et denominatoribus seorsim aequatis, numerator $\mathfrak{P}$ facili negotio eruitur.

§. 18. Quoniam autem tales operationes in quantitatibus algebraicis nondum sunt usitatae, rem exemplo illustrasse operae erit pretium. Sumamus igitur denominatorem $P = 1 + x^4$; at pro littera $\mathfrak{P}$ statuamus perventum esse ad hanc formam: $\frac{x^3 + 1}{x^3 + xx + 1}$; ita ut $N = x^3 + 1$ et $M = x^3 + xx + 1$, sicque erit fractio $\frac{P}{M} = \frac{x^4 + 1}{x^3 + xx + 1}$, pro qua instituatur haec operatio:

```
x³+xx+1 | x⁴+1 | x
          x⁴+x³+x  |
          ─────────
          −x³−x+1  | x³+xx+1 | −1
                     x³+ x −1|
                   ──────────
                   +xx−x+2 | −x³−x+1      | −x
                           | −x³+xx−2x    |
                           ──────────────
                             −xx+ x +1   | +xx−x+2 | −1
                                         | +xx−x−1 |
                                         ──────────
                                              +3 | −xx+x+1 | −x²/3
                                                 |
                                                   −xx     |
                                                 ──────────
                                                      +x+1 |     etc.
```

Hic ergo quoti ordine sunt: $x, -1, -x, -1, -\frac{xx}{3}$. Posita jam prima fractione primo quoto x subscribenda, ut vulgo fieri solet, $= \frac{1}{0}$, sequentes fractiones inde more

solito formatae ita se habebunt:

$$x,\quad -1,\quad -x,\quad -1,\quad -\tfrac{1}{3}xx$$
$$\frac{1}{0},\quad \frac{x}{1},\quad \frac{-x+1}{-1},\quad \frac{xx}{x+1},\quad \frac{-xx-x+1}{-x-2}$$

quarum fractionum ultima $\frac{xx+x-1}{x+2}$ ipsi fractioni $\frac{\Pi}{\Theta}$ est aequanda, ex quo fit $\Pi = xx + x - 1$ et $\Theta = x + 2$.

§. 19. Cum igitur posuerimus $M\Pi = C + P\Theta$, erit $C = M\Pi - P\Theta$. At vero pro nostro casu est

$M\Pi = x^5 + 2x^4 + x - 1$ et

$P\Theta = x^5 + 2x^4 + x + 2$,

unde denominator constans erit $C = -3$, consequenter valor numeratoris $\mathfrak{P}$ quaesitus

$$\mathfrak{P} = \frac{N\Pi}{-3} = -\tfrac{1}{3}(x^5 + x^4 - x^3 + xx + x - 1)$$

ubi autem potestates cubo altiores exturbari debent, quod fit ope aequationis $P = 1 + x^4 = 0$, unde colligitur $x^4 = -1$ et $x^5 = -x$, quo facto erit $\mathfrak{P} = +\tfrac{1}{3}(x^3 - xx + 2)$.

Investigatio partium integrarum,

si quae in fractione proposita contineantur.

§. 20. Postquam omnes fractiones partiales, scil. $\frac{\mathfrak{P}}{P}$, $\frac{\mathfrak{Q}}{Q}$, $\frac{\mathfrak{R}}{R}$, etc. per methodos expositas fuerint inventae, nil aliud superest, nisi ut partes integrae, quae forte in fractione proposita $\frac{N}{PQR\,etc.}$ sunt contentae, veluti $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \mathfrak{C}xx +$ etc. investigentur. Ponamus igitur, postquam omnes factores denominatoris fuerint in se invicem multiplicati, ma-

ximam potestatem ipsius x ibi contentam esse x^m. Nisi ergo etiam tanta potestas, vel adeo major, in numeratore insit, nullae prorsus partes integrae habebuntur. Quando autem evenit, ut tales potestates in numeratore N insint, eas partes integras, quae tum necesse in fractione proposita continentur, sequenti modo facillime indagare licebit.

§. 21. Ponamus primo maximam potestatem in numeratore N contentam esse ipsam x^m, atque evidens est, partem integram inveniri, si tantum *supremi* termini tam numeratoris quam denominatoris dividantur, hocque modo obtinebitur pars integra $\mathfrak{A}$. Sin autem summa potestas in numeratore occurrens fuerit x^{m+1}, tum pars integra reperietur, si divisio tantum inter *binos* supremos terminos instituatur, quo pacto orietur pars integra formae $\mathfrak{B}x + \mathfrak{A}$. Simili modo si summa potestas in numeratore occurrens fuerit x^{m+2}, divisionem institui sufficiet inter *ternos* terminos supremos; unde quotus formae $\mathfrak{C}xx + \mathfrak{B}x + \mathfrak{A}$ resultabit. Hoc igitur modo operationes divisionis haud mediocriter sublevabuntur — Conveniet autem omnia, quae hactenus sunt praecepta, aliquot exemplis illustrare.

Exemplum I.

§. 22. *Proposita sit ista fractio:* $\frac{x^4+1}{xx(x+1)}$ *in suas partiales resolvenda.*

Sumatur hic primo $P = xx$ et $Q = x + 1$ et $N = x^4 + 1$, ita ut pro prima fractione partiali habeamus $\frac{\mathfrak{P}}{xx}$, ubi $\mathfrak{P} = \frac{N}{M} = \frac{x^4 + 1}{1 + x}$, posito scilicet $P = xx = 0$, unde superiores potestates omnes evanescunt. Hic autem cavendum est, ne etiam inferiores ipsius x potestates pro nihilo habeantur, etiamsi pariter evanescant, idque ob cautelam supra memoratam. Erit igitur hoc casu 1°) $\mathfrak{P} = \frac{1}{1 + x}$; tum vero, primam methodum adhibendo, h. e. per x supra et infra multiplicando, et loco xx cyphram scribendo, erit 2°) $\mathfrak{P} = \frac{x}{x}$, quae duae fractiones combinatae, uti supra est stabilitum, praebent fractionem, cujus denominator est constans, scil. $\mathfrak{P} = \frac{1 - x}{1}$, qui idem valor etiam prodit dum altera methodus adhibetur.

Fractio igitur partialis prior, ex denominatoris factore xx orta, erit $\frac{1 - x}{xx}$.

Quod si jam fractio ex altero factore $Q = 1 + x$ nata statuatur $= \frac{\mathfrak{Q}}{Q}$, erit per Q multiplicando $\mathfrak{Q} = \frac{1 + x^4}{xx}$, posito scilicet $1 + x = 0$, unde fit $x = -1$, $xx = +1$ et $x^4 = +1$, unte statim in integris oritur $\mathfrak{Q} = 2$, ita ut altera fractio partialis fit $\frac{2}{1 + x}$, ideoque ambae hae fractiones junctae $\frac{1 - x}{xx} + \frac{2}{1 + x}$.

Restat igitur ut partes integrae, in fractione proposita contentae, eliciantur, quod fit, dum numerator $1 + x^4$ dividitur per totum denominatorem, ex duabus tantum par-

tibus constantem $x^3 + xx$, unde oritur quotus $x - 1$, ad fractiones partiales, instar partium integrarum, adjiciendus, quo facto fractio proposita $\frac{x^4+1}{x^2(x+1)}$ in sequentes partes resolvitur: $\frac{1-x}{xx} + \frac{2}{1+x} + x - 1$, quae tres partes in unam summam collectae revera dant $\frac{x^4+1}{xx(x+1)}$.

Exemplum II.

§. 23. *Sit proposita haec fractio:* $\frac{x^6}{(1+xx)(1-x)^2}$ *in suas fractiones partiales resolvenda.*

Hic ergo est $N = x^6$, $P = 1 + xx$, $Q = (1-x)^2$. Si igitur fractiones partiales statuantur $\frac{\mathfrak{P}}{1+xx}$ et $\frac{\mathfrak{Q}}{(1-x)^2}$, erit primo $\mathfrak{P}\frac{x^6}{(1-x)^2}$, posito scilicet $1 + xx = 0$, unde fit $xx = -1$, $x^3 = -x$, $x^4 = +1$, $x^5 = +x$ et $x^6 = -1$, ex quo colligitur $\mathfrak{P} = \frac{-1}{(1-x)^2}$. Hic autem denominatorem evolvi oportet, quo scribi possit -1 loco xx, ita ut prodeat 1°) $\mathfrak{P} = \frac{1}{2x}$; tum vero, multiplicando supra et infra per x, erit 2°) $\mathfrak{P} = \frac{x}{2xx} = -\frac{x}{2}$, sicque prima fractio partialis erit $\frac{-x}{2(1+xx)}$.

Pro altera fractione habebimus $\mathfrak{Q} = \frac{x^6}{1+xx}$, posito $(1-x)^2 = 0$, unde autem neutiquam concludi debet $x = 1$, sed evolutione facta, perinde ac si nulla binomii potestas esset, statui debet $xx = 2x - 1$, unde $x^3 = 3x - 2$, $x^4 = 4x - 3$, $x^5 = 5x - 4$, et $x^6 = 6x - 5$. Hinc erit I $\mathfrak{Q} = \frac{6x-5}{2x}$, ex qua fractione more solito formatur II $\mathfrak{Q} = \frac{7x-6}{4x-2}$, quibus debite combinatis ex denominatore

elidetur x, ut fiat $\mathfrak{Q} = \frac{5x - 4}{2}$, unde altera fractio partialis erit $\frac{5x - 4}{2(1 - x)^2}$.

Partes integrae denique orientur, si numerator x^6 dividatur per denominatorem, et quidem, uti jam supra innuimus, tantum per ternos terminos supremos $x^4 - 2x^3 + 2xx$, unde quotus oritur $xx + 2x + 2$. Hoc igitur modo tota resolutio ita se habebit:

$$\frac{x^6}{(1+xx)(1-x)^2} = \frac{-x}{2(1+xx)} + \frac{5x-4}{2(1-x)^2} + xx + 2x + 2$$

Exemplum III.

§ 24. *Proposita sit haec fractio:* $\frac{1+xx}{x^5(1-xx)^2}$ *in suas partiales resolvenda.*

Quoniam hic nullae partes integrae occurrunt, sint fractiones partiales $\frac{\mathfrak{P}}{x^5}$ et $\frac{\mathfrak{Q}}{(1-xx)^2}$: ac pro priore erit $\mathfrak{P} = \frac{1+xx}{(1-xx)^2}$, posito scilicet $x^5 = 0$, unde etiam omnes potestates altiores evanescent. Cum igitur facta evolutione sit I. $\mathfrak{P} = \frac{1+xx}{1-2xx+x^4}$, fractiones reliqui erunt: II. $\frac{x+x^3}{x-2x^3}$, III. $\frac{xx+x^4}{xx-2x^4}$, IV. $\frac{x^3}{x^3}$, V. $\frac{x^4}{x^4}$.

Jam eliminando ex fractione principali I. potestatem x^4 ope ultimae V, ex denominatore orietur 1°) $\mathfrak{P} = \frac{1+xx-x^4}{1-2xx}$; at facto eodem cum III. et V. erit 2°) $\mathfrak{P} = \frac{xx+3x^4}{xx}$. Nunc autem 1^{am} et 2^{am} combinando, ut etiam xx exturbetur, pervenietur denique ad $\mathfrak{P} = \frac{1+3xx+5x^4}{1}$, qui est valor

quaesitus pro numeratore $\mathfrak{P}$, quo igitur invento prior fractio partialis erit $\frac{1+3xx+5x^4}{x^5}$.

Pro altera fractione habebimus $\mathfrak{Q} = \frac{1+xx}{x^5}$, posito $(1-xx)^2 = 0$, sive $1 - 2xx + x^4 = 0$, unde fit $x^4 = 2xx - 1$ et $x^5 = 2x^3 - x$, quo substituto fiet $\mathfrak{Q} = \frac{1+xx}{2x^3-x}$. Hinc porro nascentur sequentes valores:

I. $\mathfrak{Q} = \frac{x+x^3}{2x^4-xx} = \frac{x+x^3}{3xx-2}$

II. $\mathfrak{Q} = \frac{xx+x^4}{3x^3-2x} = \frac{3xx-1}{3x^3-2x}$

III. $\mathfrak{Q} = \frac{3x^3-x}{3x^4-2xx} = \frac{3x^3-x}{4xx-3}$

Cum harum derivatarum prima et tertia tantum potestatem secundam xx in denominatore involvat, inde statim obtinetur fractio denominatore constante praedita; erit enim I. $\frac{4}{4}$ — III. $\frac{3}{3} = -\frac{5x^3+7x}{1}$, unde altera fractio partialis concluditur $= \frac{7x-5x^3}{(1-xx)^2}$. Erit igitur

$$\frac{1+xx}{x^5(1-xx)^2} = \frac{1+3xx+5x^4}{x^5} + \frac{7x-5x^3}{(1-xx)^2}$$

cujus veritas calculum evolventi mox patebit.

Exemplum IV.

§. 25. *In fractiones partiales resolvenda sit haec fractio:* $\frac{1}{(1+xx)(1+x^3)(1+x^4)}$.

Statuantur fractiones partiales quaesitae $\frac{\mathfrak{P}}{1+xx}$, $\frac{\mathfrak{Q}}{1+x^3}$, $\frac{\mathfrak{R}}{1+x^4}$; ac primo quidem erit $\mathfrak{P} = \frac{1}{(1+x^3)(1+x^4)}$ posito $1=xx=0$, unde fit $xx = -1$, $x^3 = -x$, $x^4 = +1$, quibus substitutis erit 1°) $\mathfrak{P} = \frac{1}{2(1-x)}$ tum vero hinc 2°) $\mathfrak{P} = \frac{x}{2(x+1)}$, unde statim colligitur

fractio ab x, quoad denominatorem, immunis, scil. $\mathfrak{P} = \frac{1+x}{4}$, ita ut prima fractio partialis sit $\frac{1+x}{4(1+xx)}$.

Pro secunda fractione habebimus $\mathfrak{Q} = \frac{1}{(1+xx)(1+x^4)}$, existente $1+x^3 = 0$, unde fit $x^3 = -1$, $x^4 = -x$, ita ut I. $\mathfrak{Q} = \frac{1}{(1-x)(1+xx)} = \frac{1}{2-x+xx}$. Derivantur hinc porro II. $\mathfrak{Q} = \frac{x}{2x-xx-1}$ et III. $\mathfrak{Q} = \frac{xx}{2xx+1-x}$; unde eliminando primo xx ex I. et II. erit 1) $\mathfrak{Q} = \frac{1+x}{x+1}$ et ex I. et III. 2) $\mathfrak{Q} = \frac{2-xx}{3-x}$, ex quibus denuo x eliditur, cum fiat $1^a + 2^a = \frac{3+x-xx}{4}$, ita ut secunda fractio sit $\frac{3+x-xx}{4(1+x^3)}$.

Tertia denique fractio est $\mathfrak{R} = \frac{1}{(1+xx)(1+x^3)}$, existente $1+x^4 = 3$, sive $x^4 = -1$ et $x^5 = -x$, quibus substitutis fit I. $\mathfrak{R} = \frac{1}{1-x+xx+x^3}$, ex qua porro derivantur

$$\text{II. } \mathfrak{R} = \frac{x}{x+x^3-1-xx}$$
$$\text{III. } \mathfrak{R} = \frac{xx}{xx-1-x-x^3}$$
$$\text{IV. } \mathfrak{R} = \frac{x^3}{x^3-x-xx+1}$$

Elidatur x^3, et deriventur hunc in finem sequentes:

$$1^\circ)\ \text{ex I. et II. } \mathfrak{R} = \frac{1-x}{2-2x+2xx}$$
$$2^\circ)\ \text{ex I. et III. } \mathfrak{R} = \frac{1+xx}{2xx-2x}$$
$$3^\circ)\ \text{ex I. et IV. } \mathfrak{R} = \frac{1-x^3}{2xx}$$

ex quarum prima et secunda statim tam primam quam secundam potestatem ipsius x eliminare licet: fit enim hinc $\mathfrak{R} = \frac{-x-xx}{2}$, unde tertia fractio partialis erit $\frac{-x-xx}{2(1+x^4)}$ ita ut jam sit

$$\frac{1}{(1+xx)(1+x^3)(1+x^4)} = \frac{1+x}{4(1+xx)} + \frac{2+x-xx}{4(1+x^3)} - \frac{x+xx}{2(1+x^4)}$$

Quoniam haec postrema investigatio haud exiguas ambages postulavit, eam quoque per alteram methodum tentemus, quam supra §. 16 et seqq. exposuimus. Cum igitur primo invenerimus valorem numeratoris $\mathfrak{N} = \frac{1}{1 - x + xx + x^3}$, ponamus multiplicatorem idoneum esse Π, ita ut sit $\mathfrak{N} = \frac{\Pi}{\Pi(1 - x + xx + x^3)}$. At vero Π ita comparatum esse oportet, ut fiat $\Pi(1 - x + xx + x^3) = C + \Theta(1 + x^4)$, ubi ergo fractionem quaeri oportet $\frac{\Pi}{\Theta}$, quae proxime aequalis sit fractioni $\frac{1 + x^4}{1 - x + xx + x^3}$. Inter terminos igitur hujus fractionis instituatur sequens operatio, cujus ratio jam supra est exposita:

$$\begin{array}{l}
x^3 + x^2 - x + 1 \mid x^4 + 1 \mid x \\
\qquad x^4 + x^3 - xx + x \\
\qquad -x^3 + xx - x + 1 \mid x^3 + xx - x + 1 \mid -1 \\
\qquad\qquad x^3 - xx + x - 1 \\
\qquad\qquad 2xx - 2x + 2 \mid -x^3 + xx - x + 1 \mid -\frac{x}{2} \\
\qquad\qquad\qquad -x^3 + xx - x \\
\qquad\qquad\qquad + 1 \mid 2xx - 2x + 2 \mid 2xx \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 2xx \\
\qquad\qquad\qquad\qquad -2x + 2 \mid \text{etc.}
\end{array}$$

Nunc ex quotis more solito formentur fractiones:

$$x, \; -1, \; -\tfrac{1}{2}x, \; 2xx$$

$$\frac{1}{0}, \; \frac{x}{1}, \; \frac{-x+1}{-1}, \; \frac{\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x + 1}$$

quarum ultimae aequatur fractio $\frac{\Pi}{\Theta}$; sicque erit $\Pi = xx + x$ et $\Theta = x + 2$; hincque jam erit

$$\Pi(x^3 + xx - x + 1) = x^5 + 2x^4 + x \text{ et}$$

$$\Theta(1 + x^4) = x^5 + 2x^4 + x + 2$$

unde manifesto fit $C = \Pi(x^3 + xx - x + 1) - \Theta(1 + x^4) = -2$,

quocirca erit $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{n}}{\mathfrak{c}} = \frac{xx + x}{-2}$, qui valor cum ante invento egregie convenit.

Exemplum V.

§. 26. *Proposita fractione* $\frac{x^m}{1 + x^n}$, *cujus denominatoris factorem constat esse* $1 - 2x \cos. \theta + xx$, *invenire fractionem partialem ex hoc factore oriundam, quae sit* $\frac{\mathfrak{P}}{1 - 2x \cos. \theta + xx}$.

Cum igitur sit $\frac{x^m}{1 + x^n} = \frac{\mathfrak{P}}{1 - 2x \cos. \theta + xx} +$ etc. erit $\mathfrak{P} = \frac{x^m (1 - 2x \cos. \theta + xx)}{1 + x^n}$, posito scilicet $1 - 2x \cos. \theta + xx = 0$. Quia vero hoc casu tam numerator quam denominator evanesceret, in fractione $\frac{1 - 2x \cos. \theta + xx}{1 + x^n}$ loco numeratoris et denominatoris eorum differentialia substituantur, unde oritur fractio $\frac{2x - 2 \cos. \theta}{nx^{n-1}}$, sive $\frac{2xx - 2x \cos. \theta}{nx^n}$, sicque erit

$$\mathfrak{P} = \frac{x^m (2xx - 2x \cos. \theta)}{nx^n}.$$

Quia vero nostro casu fit $1 + x^n = 0$, ideoque $x^n = -1$, erit $\mathfrak{P} = -\frac{1}{n} x^m (2xx - 2x \cos. \theta)$, ubi jam id sumus adepti, ut denominator non amplius x complectatur.

Nihil aliud igitur superest, nisi ut ex numeratore potestates altiores ipsius x exterminentur; factore autem $1 - 2x \cos. \theta + xx$ nihilo aequato fit $xx = 2x \cos. \theta - 1$, ex quo porro colligitur $\mathfrak{P} = \frac{x^m (2x \cos. \theta - 2)}{-n}$. Jam quaerantur valores altiorum potestatum per simplex x expressi, qui reperiuntur $x^3 = 4x \cos. \theta^2 - x - 2 \cos. \theta$,

$$x^4 = 8x \cos.\theta^3 - 4x \cos.\theta - 4 \cos.\theta + 1,$$

qui valores in progressione recurrente procedunt, cujus scala relationis est $2 \cos.\theta, -1$.

Quoniam autem hi termini continuo fiunt magis complicati, totum negotium egregie sublevari observo, si quaerantur valores formularum $x^3 \sin.\theta$, $x^4 \sin.\theta$, $x^5 \sin.\theta$, $x^6 \sin.\theta$ et ita porro, quippe qui secundum eandem legem progrediuntur. Cum enim sit, uti ex calculi sinuum elementis constat, $2 \cos.\theta \sin.\lambda\theta - \sin.(\lambda-1)\theta = \sin.(\lambda+1)\theta$, progressio recurrens sequenti modo se habebit:

$$x \sin.\theta = x \sin.\theta$$
$$x^2 \sin.\theta = x \sin.2\theta - \sin.\theta$$
$$x^3 \sin.\theta = x \sin.3\theta - \sin.2\theta$$
$$x^4 \sin.\theta = x \sin.4\theta - \sin.3\theta$$
$$x^5 \sin.\theta = x \sin.5\theta - \sin.4\theta$$

— — — — — —

— — — — — —

— — — — — —

$$x^m \sin.\theta = x \sin.m\theta - \sin.(m-1)\theta$$

Hoc igitur valore substituto erit numerator quaesitus

$$\mathfrak{P} = -\frac{2}{n \sin.\theta}(x \sin.m\theta - \sin.(m-1)\theta)(x \cos.\theta - 1)$$

sive evolvendo et loco xx suum valorem substituendo, erit

$$\mathfrak{P} = -\frac{2}{n \sin.\theta}\left(\begin{array}{ll} 2x \sin.m\theta \cos.\theta^2 & \\ -x \sin.(m-1)\theta \cos.\theta & +\sin.(m-1)\theta \\ -x \sin.m\theta & -\sin.m\theta \cos.\theta \end{array}\right)$$

pro qua forma scribamus brevitatis gratia

$\mathfrak{P} = \frac{-2}{n \sin.\theta}(Fx + G)$, ita ut sit

$F = 2 \sin. m\theta \cos. \theta^2 - \sin. (m-1)\theta \cos. \theta - \sin. m\theta$

$G = \sin. (m-1)\theta - \sin. m\theta \cos. \theta$

Jam pro valore F, cum sit

$\sin. (m-1)\theta = \sin. m\theta \cos. \theta - \cos. m\theta \sin. \theta$,

erit $F = \sin. m\theta \cos. \theta^2 + \cos. m\theta \sin. \theta \cos. \theta - \sin. m\theta$, sive

$F = -\sin. m\theta \sin. \theta^2 + \cos. m\theta \sin. \theta \cos. \theta$, hincque

$\frac{F}{\sin. \theta} = \cos. m\theta \cos. \theta - \sin. m\theta \sin. \theta = \cos. (m+1)\theta$.

Simili modo erit $G = \sin. m\theta \cos. \theta - \cos. m\theta \sin. \theta - \sin. m\theta \cos. \theta$ $= -\cos. m\theta \sin. \theta$, ideoque $\frac{G}{\sin. \theta} = -\cos. m\theta$. His rite substitutis erit $\mathfrak{P} = \frac{2}{n}(\cos. m\theta - x \cos. (m+1)\theta)$, ideoque fractio partialis quaesita $= + \frac{2(\cos m\theta - x \cos. (m+1)\theta)}{n(1 - 2x \cos. \theta + xx)}$. Hinc simul facile inveniri potest, cujusmodi anguli pro θ assumi debeant, út haec formula $1 - 2x \cos. \theta + xx$ revera evadat factor denominatoris $1 + x^n$; ex formulis enim ante exhibitis erit $x^n = \frac{x \sin. n\theta - \sin. (n-1)\theta}{\sin. \theta}$. Quia igitur casu $xx - 2x \cos. \theta + 1 = 0$ etiam $1 + x^n$ evanescere debet, satisfacienda aequatio erit $x \sin. n\theta - \sin. (n-1)\theta + \sin. \theta = 0$, id quod fieri nequit, nisi fuerit $\sin. n\theta = 0$, ideoque $\cos. n\theta = \pm 1$. Cum igitur sit $\sin. (n-1)\theta = \sin n\theta \cos. \theta - \cos. n\theta \sin. \theta$, ob $\sin. n\theta = 0$ erit $\sin. (n-1)\theta = \mp \sin. \theta$, sicque aequatio adimplenda fiet $\sin. \theta \pm \sin. \theta = 0$; unde patet signum inferius valere debere, ita ut $\cos. n\theta = -1$.

Hanc ob rem si π denotet angulum duobus rectis aequalem, statui debet $n\theta = i\pi$, existente i numero impari; sicque simul omnes plane valores idonei pro angulo θ obtinebuntur, qui erunt $\frac{\pi}{n}$, $\frac{3\pi}{n}$, $\frac{5\pi}{n}$, $\frac{7\pi}{n}$, $\frac{9\pi}{n} \ldots \frac{i\pi}{n}$. Unde si pro singulis factoribus denominatoris hinc oriundis quaerantur fractiones partiales, summa earum omnium aequabitur ipsi fractioni propositae, scil. $\frac{x^m}{1+x^n}$, siquidem $m < n$, hoc est si fractio fuerit genuina; alioquin etiam, si fuerit spuria, partes integrae seorsim extrahi debent.

DILUCIDATIONES
SUPER
PROBLEMATE GEOMETRICO
DE QUADRISECTIONE TRIANGULI
A JACOBO BERNOULLI
OLIM TRACTATO

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 3. Maii 1779.

Tab. I. Fig. 1

§. 1. Problema hoc postulat ut, proposito triangulo quocunque ABC, ejus area in quatuor partes aequales dividatur, per duas rectas XQ et YP se mutuo in O normaliter secantes. Pro ejus solutione vocemus trianguli latera $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$, angulos vero $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma$. Praeterea vero statuatur tota area hujus trianguli $= kk$, eritque, uti ex elementis constat,

$$kk = \tfrac{1}{2} ab \sin.\gamma = \tfrac{1}{2} ac \sin.\beta = \tfrac{1}{2} bc \sin.\alpha.$$

§. 2. Ut nunc multitudinem harum quantitatum datarum ad pauciores reducamus, quia latera sunt sinibus angulorum oppositorum proportionalia, statuere licebit $a = nk \sin.\alpha$, $b = nk \sin.\beta$, $c = nk \sin.\gamma$; quibus valori-

bus in superioribus formulis substitutis, omnes reducentur ad hanc aequationem: $kk = \frac{1}{2} nnkk \sin.\alpha \sin.\beta \sin.\gamma$; unde colligimus $nn = \frac{2}{\sin.\alpha \sin.\beta \sin.\gamma}$, sicque latera trianguli sequenti modo exprimentur:

$$a = k\sqrt{\frac{2\sin.\alpha}{\sin.\beta \sin.\gamma}};\quad b = k\sqrt{\frac{2\sin.\beta}{\sin.\alpha \sin.\gamma}};\quad c = k\sqrt{\frac{2\sin.\gamma}{\sin.\alpha \sin.\beta}}.$$

Hoc ergo modo omnia elementa cognita reducta sunt ad quantitatem k, cum ternis angulis α, β, γ, quorum autem si duo fuerint cogniti, tertius per se innotescit.

§. 3. His praenotatis ipsum problema aggrediamur; ac primo quidem incipiamus ab eo latere AB, intra quod bini termini x et y rectarum dividentium incidunt, ubi has faciamus denominationes: $AX = x$, $BY = y$ et $XY = z$; unde cum sit $AB = c$, erit $c = x + y - z$, ideoque $z = x + y - c$. Cum jam triangulum XOY sit ad O rectangulum, posito angulo $YXO = \Phi$, erit angulus $XYO = 90° - \Phi$, et latera: $XO = z\cos.\Phi$ et $YO = z\sin.\Phi$; unde area istius trianguli XOY erit $\frac{1}{2} zz \sin.\Phi . \cos.\Phi$, quae cum esse debeat pars quarta totius areae kk, praebet hanc aequationem; $kk = 2zz\sin.\Phi \cos.\Phi = zz\sin.2\Phi$, unde fit $z = \frac{k}{\sqrt{\sin.2\Phi}}$.

§. 4. Contemplemur nunc triangulum AXQ, cujus area aequari debet ipsi $\frac{1}{2}kk$. Fiat igitur haec proportio:

$\sin.AQX : AX = \sin.A : QX$, sive

$\sin.(\alpha + \Phi) : x = \sin.\alpha : XQ = \frac{x\sin.\alpha}{\sin.(\alpha+\Phi)}$. Ex his jam

colligitur area trianguli AXQ, quippe quae erit $\frac{xx \sin.\alpha \sin.\Phi}{2 \sin.(\alpha+\Phi)}$, quae ipsi $\frac{1}{2}kk$ aequalis posita dat $xx = \frac{kk \sin.(\alpha+\Phi)}{\sin.\alpha \sin \Phi}$. Haec exprèssio reducitur ad hanc: $xx = kk(\cot.\alpha + \cot.\Phi)$, consequenter erit $x = k\sqrt{\cot.\alpha + \cot.\Phi}$.

§. 5. Simili modo tractemus triangulum BPY, pro quo habebimus hanc proportionem: sin. BPY : BY = sin. B : PY, sive $\cos.(\Phi - \beta) : y = \sin.\beta : PY$; unde fit $PY = \frac{y \sin.\beta}{\cos.(\Phi-\beta)}$, hincque area trianguli $PBY = \frac{1}{2}yy\frac{\sin.\beta \cos.\Phi}{\cos.(\Phi-\beta)}$, sive erit $\frac{1}{2}kk = \frac{1}{2}yy\frac{\sin.\beta \cos.\Phi}{\cos.(\Phi-\beta)}$, ideoque $yy = kk\frac{\cos.(\Phi-\beta)}{\cos.\Phi \sin.\beta}$, quae expressio reducitur ad hanc: $yy = kk(\cot.\beta + \text{tag}.\Phi)$, ex qua fit $y = k\sqrt{\cot.\beta + \text{tag}.\Phi}$.

§. 6. Hoc igitur modo ternas litteras incognitas x, y, z ad solam quantitatem k, cum angulo incognito Φ, reduximus; et quia est $c = k\sqrt{\frac{2 \sin.\gamma}{\sin.\alpha \sin.\beta}}$, aequalitas $z = x + y - c$ nos perducit ad hanc aequationem finalem, facta scil. divisione per k:

$$\sqrt{\cot.\alpha + \cot.\Phi} + \sqrt{\cot.\beta + \text{tag}.\Phi} - \sqrt{\frac{2 \sin.\gamma}{\sin.\alpha \sin.\beta}} = \frac{1}{\sqrt{\sin.2\Phi}}$$

quae ad simpliciorem formam reduci potest. Cum enim sit $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$, ideoque $\sin.\gamma = \sin.(\alpha+\beta)$, haec aequatio nunc abibit in hanc:

$$\sqrt{\cot.\alpha + \cot.\Phi} + \sqrt{\cot.\beta + \text{tag}.\Phi} - \sqrt{2(\cot.\alpha + \cot.\beta)} = \frac{1}{\sqrt{\sin.2\Phi}}.$$

§. 7. Ut nunc hanc formam ab angulis ad quantitates solitas revocemus, ponamus $\cot.\alpha = f$ et $\cot.\beta = g$;

tum vero tag. $\Phi = t$. Unde cum sit sin. $\Phi = \frac{t}{\sqrt{1+tt}}$ et cos. $\Phi = \frac{1}{\sqrt{1+tt}}$, fiet sin. $2\Phi = \frac{2t}{1+tt}$; quibus valoribus introductis, nostra aequatio hanc induet formam:
$\sqrt{f+\frac{1}{t}} + \sqrt{g+t} - \sqrt{2(f+g)} = \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$; ex qua igitur valorem ipsius t elici oportet, quem idcirco per duas tantum quantitates constantes f et g determinari manifestum est.

§. 8. Postquam autem valor ipsius t fuerit inventus, videamus quomodo omnia elementa, quibus solutio absolvitur, definiantur. Ac primo quidem habebitur angulus Φ, ob tag. $\Phi = t$. Deinde, introducta area trianguli, sive quantitate k, habebimus intervalla $AX = x = k\sqrt{\cot.\alpha + \cot.\Phi}$ et $BY = y = k\sqrt{\cot.\beta + \text{tag.}\Phi}$; tum vero hinc colliguntur intervalla $AQ = \frac{x \sin.\Phi}{\sin.(\alpha+\Phi)}$ et $BP = \frac{y \cos.\Phi}{\cos.(\Phi-\beta)}$. Inventis autem punctis X, Y, P et Q, ductae rectae XQ et YP problema perfecte resolvunt.

§. 9. Restaret igitur, ut aequatio nostra finalis:
$\sqrt{f+\frac{1}{t}} = \sqrt{g+t} - \sqrt{2(f+g)} = \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$ ab irrationalite liberaretur, id quod, aliquoties quadratis sumendo praestari posset, quo pacto utique ad aequationem plurium dimensionum perveniretur, quae autem in praxi nullum plane usum esset praestatura. Quod si enim triangulum quodpiam determinatum proponatur, ex cujus binis angu-

lis α et β quantitates f et g per fractiones decimales innotescunt, nihil impedit, quo minus valor pro t vero proximus ex ipsa aequatione irrationali eliciatur. Figurâ enim crasso saltem modo delineata, valor ipsius t, non multum a vero abhorrens, divinari poterit. Inde igitur ipsi t successive bini valores tribuantur, alter major, alter minor, atque ex utroque errore ejus valor multo propior innotescet; ex quo, simili operatione aliquoties repetita, mox verus valor ipsius t tam exacte exhibebitur, ut error quovis dato minor certe sit futurus.

§. 10. Circa solutionem hujus problematis autem imprimis notandum est, ipsam quaestionem quasdam conditiones involvere, ad quas in calculo non respicitur, unde eas cum formulis inventis conjungi oportet, antequam evolutio cujuspiam casus determinati suscipiatur. In quaestione scilicet absolute postulatur, ut bina puncta X et Y intra basin AB incidant, vel saltem non extra eam cadant. Hinc igitur necesse est ut ambo intervalla $AX = x$ et $BY = y$, quibus respondent formulae $\sqrt{f + \frac{1}{t}}$ et $\sqrt{g + t}$, minora sint quam tota basis $AB = c$, cui respondet formumula $\sqrt{2(f + g)}$; sicque his duabus conditionibus erit satisfaciendum: $\sqrt{f + \frac{1}{t}} < \sqrt{2(f + g)}$ et $\sqrt{g + t} < \sqrt{2(f + g)}$. Insuper vero, ut solutio succedat, requiritur ut talis detur

valor pro t, intra istos limites contentus, qui satisfaciat aequationi inventae:

$\sqrt{f+\frac{1}{t}}+\sqrt{g+t}=\sqrt{2(f+g)}+\sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$, ubi quatuor signa radicalia, quae in analysi aliâs ambigua esse solent, hic nullam ambiguitatem admittunt, propterea quod quantitates x, y et z necessario debent esse positivae.

§. 11. Cum igitur primo esse debeat $\sqrt{f+\frac{1}{t}}<\sqrt{2(f+g)}$, erit $f+\frac{1}{t}<2f+2g$, ideoque $\frac{1}{t}<f+2g$, consequenter invertendo $t>\frac{1}{f+2g}$. Simili modo, cum sit $\sqrt{g+t}<\sqrt{2(f+g)}$, erit $t<2f+g$; unde patet pro t alium valorem admitti non posse, nisi qui intra hos limites contineatur. Utrum autem pro t talis detur valor intra hos limites contentus, qui nostrae aequationi satisfaciat nec ne, quaestio est, quam peculiari problemate evolvi operae erit pretium. Hic autem duos casus distingui conveniet, prouti ambae litterae f et g fuerint positivae, vel altera earum negativa; quia enim litterae f et g sunt cotangentes angulorum $A=\alpha$ et $B=\beta$, eae erunt positivae, quamdiu hi duo anguli fuerint acuti, et quia horum angulorum nonnisi unus potest esse obtusus, alterutra litterarum f et g evadere potest negativa: ambos autem conjunctim in sequente problemate expedire licet.

Problema I.

Si ambae cotangentes f et g fuerint utcunque datae, investigare conditiones, sub quibus problemati proposito ita satisfieri queat, ut bina puncta X et Y intra basin A B cadant.

Solutio

§. 12. Quia modo vidimus, valorem litterae t, quo tangens anguli A X O designatur, intra hos limites cadere debere: $\frac{1}{f+2g}$ et $2f+g$, ipsi t tribuamus successive hos ambos valores, et videamus, quantum pro utroque a veritate nostrae aequationis aberretur. Si enim eveniat ut alter horum errorum sit positivus, alter vero negativus, tuto concludere poterimus, dari inter binos illos limites ejusmodi valorem ipsius t, qui nullum errorem pariat, ideoque problema nostrum perfecte resolvat.

§. 13. Incipiamus a limite majore, ponendo $t=2f+g$, quo fit $\sqrt{g+t}=\sqrt{2(f+g)}$, ita ut insuper esse debeat $\sqrt{f+\frac{1}{2f+g}}=\sqrt{\frac{1+(2f+g)^2}{2(2f+g)}}$. Hic autem erit radicibus rejectis $\frac{2ff+fg+1}{2f+g}=\frac{1+4ff+4fg+gg}{4f+2g}$, qui valores ut inter se aequales evadant, requirunt ut sit $1-2fg-gg=0$, unde fit $f=\frac{1-gg}{2g}$.

§. 14. Examinemus eodem modo alterum valorem $t=\frac{1}{f+2g}$, quo casu primus terminus aequationis tertium

tollit, ita ut secundus quarto aequari debeat, sive ut fiat $g+t=\frac{1+tt}{2t}$. Facta autem substitutione prodit haec aequatio: $g+\frac{1}{f+2g}=\frac{fg+2gg+1}{f+2g}=\frac{1+ff+4fg+4gg}{2(f+2g)}$, sive esse debet $1-2fg-ff=0$, ideoque $f=-g+\sqrt{gg+1}$, ubi tantum signum $+$ valet, quia f negativum fieri non potest.

§. 15. Cum igitur, si littera f priorem habeat valorem, prior limes ipsius t satisfaciat; si posteriorem, alter negotium conficiat limes, hinc sequitur, si f habeat quempiam valorem medium, tum etiam valorem quendam medium pro t dari, qui ad solutionem perducat. Hi autem duo limites pro f inventi inter se aequales evadunt, sumto $g=\frac{1}{\sqrt{3}}$, quo casu angulus β fit 60 graduum.

§. 16. Cum autem sit $g=\cot.\beta$, sumto $g=\frac{1}{\sqrt{3}}$, ideoque $\beta=60°$, quia ambo limites pro littera f etiam evadunt $\frac{1}{\sqrt{3}}$, manifestum est alium casum hic locum habere non posse, nisi quo sit etiam $\alpha=60°$, ita ut, si iste angulus fuerit sive major sive minor, latus hoc AB neutiquam pro basi accipi queat, in quam ambo puncta X et Y incidere possint. Sin autem ambo anguli α et β fuerint 60°, quo casu totum triangulum fit aequilaterum, pro angulo Φ, seu ejus tangente t, uterque valor ante assignatus satisfaciet, scil. tam $t=\frac{1}{\sqrt{3}}$ quam $t=\sqrt{3}$. Priore enim casu nostra

aequatio erit $\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}$, quae manifesto est identica. Altero vero casu, quo $t=\sqrt{3}$, aequatio nostra hanc habebit formam: $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}$,
Tab. I. Fig. 2. quae etiam est identica. Duplex igitur quadrisectio hic locum habet, quarum prior, ob $x=c$, $y=\frac{c}{\sqrt{2}}$ et $\Phi=30^\circ$, fit per rectam Bb angulum B bisecantem et rectam Yy ipsi AC parallelam. Altera vero, ob $x=\frac{c}{\sqrt{2}}$ et $y=c$ et $\Phi=60^\circ$, fit per rectam Aa angulum A bisecantem, et $X'x'$ lateri BC parallelam; quae duplex partitio quia etiam pro reliquis lateribus valet, triangulum aequilaterum triplici modo in quatuor partes aequales dividi potest.

§. 17. Hoc casu expedito etiam reliquos casus perpendamus, quibus angulus β non est 60°, neque idcirco $g=\frac{1}{\sqrt{3}}$, quibus ergo bini limites pro f inventi continuo magis a se invicem recedunt, quos quo clarius ob oculos ponamus, cum sit $g=\cot.\beta$ et $f=\cot.\alpha$, notetur esse $\sqrt{1+gg}-g=\text{tag}.\tfrac{1}{2}\beta$, ita ut esse debeat $f=\cot.\alpha=\text{tag}.\tfrac{1}{2}\beta$, sive $\text{tag}.(90^\circ-\alpha)=\text{tag}.\tfrac{1}{2}\beta$, unde sequitur fore $90^\circ-\alpha=\tfrac{1}{2}\beta$, sive $\alpha=90^\circ-\tfrac{1}{2}\beta$. Pro altero limite $f=\frac{1-gg}{2g}$ notetur esse $\cot.2\beta=\frac{gg-1}{2g}$, ideoque $\cot.(180^\circ-2\beta)=\frac{1-gg}{2g}=\cot.\alpha$, sicque erit $\alpha=180^\circ-2\beta$.

§. 18. Cognito igitur angulo β, nisi alter angulus α cadat intra hos limites $90^\circ-\tfrac{1}{2}\beta$ et $190^\circ-2\beta$, latus trian-

guli AB pro basi accipi non poterit. Sin autem angulus α ut datus spectetur, necesse est ut angulus β intra istos limites cadat: $90° - \frac{1}{2}\alpha$ et $180° - 2\alpha$. Quare quo hae conditiones pro quovis casu clarius ob oculos ponantur, sequentem tabellam adjungimus, quae binos limites anguli β offert, pro singulis angulis α per 10° ascendendo.

Ang.	Limites pro angulo β	
α	$90° - \frac{1}{2}\alpha$	$180° - 2\alpha$
0	90	180
10	85	160
20	80	140
30	75	120
40	70	100
50	65	80
60	60	60
70	55	40
80	50	20
90	45	0

Alia solutio ejusdem problematis.

§. 19. Alia solutio peti potest ex his conditionibus: quod ambo intervalla x et y majora esse debeant quam intervallum $XY = z$, cui respondet postremum membrum

nostrae aequationis. Ut igitur hinc limites eliciamus, consideremus primo casum quo $x = z$, sive primus nostrae aequationis terminus ultimo aequalis, hoc est $f + \frac{1}{t} = \frac{1+tt}{2t}$, unde fit $f = \frac{tt-1}{2t}$. Est vero $\frac{tt-1}{2t} = \cot.(180^\circ - 2\Phi)$. Quare cum sit $f = \cot.\alpha$, iste limes dabit $\alpha = 180^\circ - 2\Phi$; unde colligitur $\Phi = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$. Pro altero limite faciamus $g + t = \frac{1+tt}{2t}$, ideoque $g = \frac{1-tt}{2t} = \cot. 2\Phi$, consequenter, ob $g = \cot.\beta$, erit $\beta = 2\Phi$, ideoque alter limes $\Phi = \frac{1}{2}\beta$. Unde discimus, ut solutio nostra locum habere possit, requiri, ut angulus Φ intra hos duos limites cadat: $\frac{1}{2}\beta$ et $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

§. 20. Quod si jam ponamus hos ipsos limites aequationi nostrae satisfacere, reperiemus limites pro angulis α et β, sive litteris f et g, qui cum ante inventis egregie convenient. Prior autem limes erat $f = \frac{tt-1}{2t}$, unde fit $t = f + \sqrt{ff+1}$, et quia primus terminus quarto erat aequalis, requiritur ut secundus aequalis fiat tertio, sive $g + t = 2f + 2g$, ideoque $t = 2f + g$, qui valor illi aequatus dat $g = -f + \sqrt{ff+1}$, hincque vicissim colligitur $f = \frac{1-gg}{2g}$, qui erat limes posterior ante inventus. Alter vero limes hic occurrens est $g = \frac{1-tt}{2t}$, quo secundus terminus quarto factus est aequalis; ut igitur primus tertio aequalis fiat, debet esse $\frac{1}{t} = f + 2g$,

ideoque $t = \frac{1}{f+2g}$. Quare cum sit $2g = \frac{1}{t} - t$, illis valoribus substitutis fiet $2g = f + 2g - \frac{1}{f+2g}$, sive $f - \frac{1}{f+2g} = 0$, unde colligitur $f = -g + \sqrt{gg+1}$, qui erat alter limes pro f supra inventus.

§. 21. Hactenus assumsimus ipsos limites aequationi satisfacere. Nunc autem investigemus errores, qui ex utroque limite in priore solutione pro t invento nascantur. Prior autem limes pro t erat $\frac{1}{t} = f + 2g$, ideoque $t = \frac{1}{f+2g}$, qui valor si aequationi non satisfaciat, hoc est, si secundus terminus quarto non fuerit aequalis, error ita repraesentari poterit: $g + t - (\frac{1+tt}{2t})$, sive duplicando $2g + t - \frac{1}{t}$, qui ergo, loco t et $\frac{1}{t}$ substitutis valoribus, erit $\frac{1-2fg-ff}{f+2g}$.

§. 22. Simili modo pro altero limite $t = 2f + g$, quo secundus terminus tertium tollebat, error eadem lege sumtus erit $2f + \frac{2}{t} - \frac{(tt+1)}{t}$ sive $2f + \frac{1}{t} - t$, qui loco t valore illo substituto fiet $\frac{1-2fg-gg}{2f+g}$; ubi notandum, limites inter f et g supra ita esse constitutos, ut si alter fuerit positivus, alter evadat negativus.

§. 23. Dabitur igitur inter hos limites pro t inventos, qui sunt $t = \frac{1}{f+2g}$ et $t = 2f + g$, valor quidam medius, cui error respondeat nullus. Quare si assumamus ab errore positivo ad negativum progressum esse uniformem (quae hypothesis plerumque parum a veritate dis-

crepabit) hinc verus valor ipsius t satis exacte colligi poterit, si instituatur haec proportio: Uti error $1^{us} - 2^{do}$ se habet ad valorem primum ipsius $t - 2^{do}$, ita error 1^{us} ad quantitatem, qua prior valor ipsius t debet diminui, hoc est evolvendo $\frac{f-g}{(2f+g)(f+2g)} - f + g : \frac{1-2ff-5fg-2gg}{f+2g} = \frac{1-2fg-ff}{f+2g}$: quaes. Jam primus terminus reducitur ad hanc formam $\frac{(f-g)(1-2ff-5fg-2gg)}{(2f+g)(f+2g)}$, unde prior ratio ad hanc redit $f - g : 2f + g = \frac{1-2fg-ff}{f+2g}$, hinc quartus terminus erit $\frac{(2f+g)(1-2fg-ff)}{(f-g)(f+2g)}$, qui a priore valore ipsius t, puta $\frac{1}{f+2g}$, subtractus relinquit $\frac{f-g+(2f+g)(ff+2fg-1)}{(f-g)(f+2g)}$, quae expressio reducitur ad hanc formam: $\frac{f(2f+g)(f+2g)-(f+2g)}{(f-g)(f+2g)} = \frac{f(2f+g)-1}{f-g}$.

§. 24. Proposito igitur casu quocunque in quo conditiones inter f et g assignatae locum habeant, pro illo resolvendo litterae t statim tribui poterit valor modo inventus $t = \frac{f(2f+g)-1}{f-g}$, qui a veritate parum aberrabit; tum igitur si ipsi t alius valor minime ab hoc discrepans assignetur, atque error inde oriundus definiatur, ex binis his erroribus facile valor ipsius t veritati multo magis consentaneus elicietur, quem si adhuc accuratiorem desideremus, simili operatione repetita negotium confici poterit.

§. 25. Tabulam supra datam non ultra angulum $\alpha = 90°$ continuavimus, quoniam posteriores limites prodiissent negativi. Omnes autem anguli nostri trianguli

necessario sunt positivi. Dummodo ergo angulus β fuerit minor quam prior limes, scopo satisfiet, hanc ob rem supplementum superioris tabulae hic subjungamus, scribendo cifram loco limitis posterioris.

Angl. α	Limites pro angulo β Prior	Posterior
90	45	0
100	40	0
110	35	0
120	30	0
130	25	0
140	20	0
150	15	0
160	10	0
170	5	0
180	0	0

Problema II.

Investigare conditiones sub quibus ejusdem trianguli duo latera pro nostra basi AB *accipi queant, intra quam ambo puncta* X *et* Y *cadant.*

Solutio.

§. 26. Ponamus igitur praeter latus $AB = c$ etiam latus $AC = b$ pro basi assumi posse, et cum sit angulus Fig. 1.

$A = \alpha$, necesse est ut ambo anguli $B = \beta$ et $C = \gamma$ inter limites inventos $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ et $180^\circ - 2\alpha$ cadant. Cum autem sit $\beta + \gamma = 180^\circ - \alpha$, cujus semissis est $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, qua alter angulus tanto erit major, quanto alter fuerit minor; ex quo manifestum est, si alter cadat intra hos limites, alterum certo extra cadere, sicque hinc sequitur nunquam evenire posse ut duo latera diversa vicem baseos AB gerere possint, praeter unicum casum, quo triangulum est isosceles, ubi uterque angulus limiti $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ aequalis.

§. 27. Sola igitur triangula isoscelia hac gaudent proprietate, ut ambo ejus crura pro basi nostra AB accipi queant, atque adeo his casibus solutio problematis nulla laborat difficultate. Cum enim sit angulus $\beta = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, ob $g = \cot.\beta$ erit $\tan g.\frac{1}{2}\alpha = g$, hincque $\tan g.\,\alpha = \frac{2g}{1-gg}$, hincque ejus cotangens $f = \frac{1-gg}{2g}$; quocirca aequatio nostra adimplenda erit $\sqrt{\frac{1-gg}{2g} + \frac{1}{t}} + \sqrt{g+t} = \sqrt{\frac{1+gg}{g}} + \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$. Quod si jam hic secundum membrum tertio aequale statuamus, prodit $t = \frac{1}{g}$, ideoque $\frac{1}{t} = g$, hocque modo primum membrum sponte quarto fit aequale. Neque vero praeter hanc solutionem aliam expectare licet, quia in nullo membro ambiguitas signi radicalis admitti potest.

§. 28. Quoniam igitur pro hac solutione invenimus $t = \frac{1}{g}$, erit tag. $\phi = \frac{1}{g} =$ tag. β, consequenter angulus AXO = angulo ABC, sicque recta secans Xx parallela erit lateri BC, quae est basis naturalis trianguli isoscelis, dum ejus crura AB et AC sunt aequalia. Pro loco autem punctorum X et Y jam observavimus, aequationis nostrae primum membrum, quod ob $\frac{1}{t} = g$ est $\sqrt{\frac{1+gg}{2g}}$, referre intervallum AX, secundum vero membrum $\sqrt{\frac{1+gg}{g}}$ referre intervallum BY, tertium, $\sqrt{\frac{1+gg}{g}}$, ipsum latus AB $= c$ referre, quartum denique $\sqrt{\frac{1+gg}{2g}}$ ipsum intervallum XY; unde posito latere AB $= c$, erunt intervalla AX $= \frac{c}{\sqrt{2}}$, BY $= c$, XY $= \frac{c}{\sqrt{2}}$. Quocirca punctum Y in ipsum punctum A cadit, punctum X vero ita, ut sit AX:AB $= 1 : \sqrt{2}$; unde rectarum secantium altera erit Xx, parallela rectae BC, altera vero, quae ad hanc est normalis, Yy, tam angulum A quam latus oppositum BC bifariam secat; haecque solutio, quia pariter ad alterum triangulum refertur, unica est, quae locum habere potest. Tab. I. Fig. 3.

§. 29. In omnibus igitur reliquis triangulis scalenis plus uno latere existere nequit, quod pro basi nostra AB accipi queat. Dubium igitur tantum esse posset, num semper in omni triangulo tale latus existat, id quod in sequente theoremate demonstrabimus.

Theorema.

In omni triangulo, utcunque scaleno, semper datur unum latus, quod pro nostra basi AB *assumi poterit, hocque semper est medium inter tria latera, ita ut neque maximum neque minimum unquam in hunc finem adhiberi queant.*

Demonstratio.

§. 30. Quia in omni triangulo latus medium oppositum est angulo medio, ei angulus tam maximus quam minimus insistet. Ponamus igitur angulum $A = \alpha$ esse minimum, alterum vero $B = \beta$ maximum, ita ut medius $\gamma < \beta > \alpha$, quibus observatis demonstrandum est, ad hoc latus AB semper solutionem nostri problematis accommodari posse.

§. 31. Cum igitur in omni triangulo angulus minimus semper sit minor quam $60°$, ponamus $\alpha = 60° - p$, et quia angulus maximus semper major quam $60°$, statuamus $\beta = 60° + q$; tum autem erit medius $\gamma = 60° + p - q$, qui cum esse debeat $\gamma > \alpha$, necesse est fiat $2p > q$, seu $q < 2p$. Deinde quia debet esse $\gamma < \beta$, fieri necesse est $q > \frac{1}{2}p$, ideoque q contineri debet intra limites $\frac{1}{2}p$ et $2p$.

§. 32. Cum igitur sit $\alpha = 60 - p$, ut solutio supra data succedat, necesse est ut angulus β inter hos limites contineatur: $90° - \frac{1}{2}\alpha = 60° + \frac{1}{2}p$ et $180° - 2\alpha = 60° + 2p$.

Cum ergo sit $\beta = 60^\circ + q$, quia angulus q pariter intra limites $\frac{1}{2}p$ et $2p$ continetur, evidens est istum angulum β inter assignatos limites utique contineri, sicque semper solutionem realem inveniri posse, id quod aliquot exemplis doceamus.

Exemplum I.

§. 33. *Propositum sit triangulum rectangulum* ABC, *cujus latera sint* $AB = 2$, $BC = 1$, *ideoque* $AC = \sqrt{5}$, *quod per duas rectas inter se normales in quatuor partes aequales partiri oporteat.*

Cum igitur hic latus AB sit medium, id pro basi nostra accipiatur, et cum littera f denotet cotangentem anguli A, erit $f = 2$; et quia g est cotangens anguli recti B, erit $g = 0$. Hinc igitur aequatio solutionem suppeditans erit $\sqrt{2 + \frac{1}{t}} + \sqrt{t} = 2 + \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$, pro qua idoneum valorem litterae t investigari oportet. Supra autem vidimus, binos limites, intra quos t contineri debet, esse $t = \frac{1}{2}$ et $t = 4$, quorum neuter ipse satisfacit. Quare quo facilius calculum sequentem expedire queamus, quando t aequationi huic non satisfacit, errorem littera E designemus, quem ergo in genere ponamus $E = \sqrt{2 + \frac{1}{t}} + \sqrt{t} - 2 - \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$. Pro priore igitur limite $t = \frac{1}{2}$ erit error $E = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}}{2}$, qui ergo est negativus; et per fractiones decimales evolutus Tab. I. Fig. 4.

erit $E = -0,410927$. Alter vero limes $t = 4$ dat $E = 0,042262$.

Supra autem in genere valorem veritati multo propiorem assignavimus, qui erat $t = \frac{2ff + fg - 1}{f - g} = \frac{7}{2}$, ubi ergo error erit $\sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{16}{7}} - \sqrt{\frac{53}{28}} - 2$, qui evolutus erit $0,006875$. Quod si jam hunc errorem cum praecedente ex $t = 4$ nato comparemus, inde valorem multo propiorem colligere poterimus. Cum enim $t = 4$ det $E = 0,042262$ et $t = 3,5$ det $0,006875$, evidens est verum valorem ipsius t minorem esse quam $3,5$, ad quem inveniendum instituatur haec proportio:
$35387 : 0,5 = 6875 : 0,098214$, quae particula a valore $t = 3,5$ sublata producet valorem vix a veritate discrepantem $t = 3,401786$.

Cum igitur proxime sit $t = 3,4018$, videamus quantum iste valor adhuc a veritate recedat; et cum hinc sit $\frac{1}{t} = 0,293962$, inde fit $\frac{1+tt}{2t} = \frac{1}{2}(\frac{1}{t} + t) = 1,8483$. Hinc igitur singulos aequationis terminos seorsim evolvamus, qui erunt $\sqrt{2 + \frac{1}{t}} = 1,51460$, $\sqrt{t} = 3,84440$, quorum summa $3,35900$. Tum vero $2 + \sqrt{\frac{1+tt}{2t}} = 3,35956$, ideoque error $= -0,00056$, qui pro nullo reputari potest.

Quoniam igitur tertium membrum postremi calculi refert ipsam basin $AB = 2$, primum membrum nobis dabit

intervallum $AX = 1,51460$; secundum vero praebet intervallum $BY = 1,84440$, postremum, intervallum $XY = 1,35956$. Hinc ipsa quadrisectio nostri trianguli practice repraesentari poterit. Cum enim sit $t = 3,4018 = \text{tag.}\Phi$, erit $\Phi = 73^\circ. 37'$, sub quo angulo recta Xx ad basin inclinata esse debet.

Exemplum II.

§. 34. *Proposito triangulo cujus anguli sint* $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 70^\circ$, $\gamma = 60^\circ$, *super latere medio* AB *bina puncta* X *et* Y *assignare, ex quibus quadrisectio trianguli perfici possit.* Tab. I. Fig. 1.

Pro hoc igitur triangulo habemus $f = \cot.\alpha = 0,8390996$ et $g = \cot.\beta = 0,3639702$; unde pro tertio aequationis membro fit $2(f + g) = 2,4061396$, sicque tertium membrum $\sqrt{2(f + g)} = 1,5511740$. Nunc igitur valorem ipsius $t = \text{tag.}\Phi$ investigari oportet, ubi quidem initium faciamus a binis valoribus extremis.

Statuamus igitur primo membrum primum $\sqrt{f + \frac{1}{t}}$ aequale tertio, unde fit $\frac{1}{t} = f + 2g = 1,5770400$, ex quo colligitur $t = 0,634100$; ita ut sit angulus $\Phi = 32^\circ. 22'$. Cum igitur sit $\frac{1}{t} + t = \frac{tt + 1}{t} = 2,211140$, inde fit quartum membrum $\sqrt{\frac{1 + tt}{2t}} = 1,05143$. Denique cum sit $g + t = 0,99807$, fiet membrum secundum $\sqrt{g + t} = 0,99904$,

a quo quartum sublatum errorem $E = -0,05239$ praebet.

Simili modo faciamus membrum secundum tertio aequale, quod fit sumendo $t = 2f + g = 2,0421694$, unde fit $\frac{1}{t} = 0,489675$. Erit ergo $t + \frac{1}{t} = 2,531844$, ideoque membrum quartum $\sqrt{\frac{1+tt}{2t}} = 1,125132$. Nunc vero pro membro primo habemus $f + \frac{1}{t} = 1,328775$, cujus radix dat membrum primum $\sqrt{f + \frac{1}{t}} = 1,152725$, a quo quartum sublatum dabit errorem $E = + 0,027593$.

Ex his duobus erroribus colligitur more solito valor vero propior $t = 1,55644$, ita ut $\frac{1}{t} = 0,64249$, hincque $t + \frac{1}{t} = 2,19893$, consequenter membrum quartum $= 1,04734$, sicque summa tertii membri et quarti erit $= 2,59851$, cui ergo summa primi et secundi debebat esse aequalis.

Pro membro igitur primo habemus $f + \frac{1}{t} = 1,48159$, hinc ipsum membrum $= 1,21721$. Simili modo ob $g + t = 1,92041$ erit membrum secundum $= 1,38579$, quorum ergo summa $= 2,60300$, unde subtrahendo summam tertii et quarti remanet error $E = + 0,00449$.

Comparemus hunc errorem cum casu $t = 2,04217$, et cum sit: Pro $+ t = 2,04217$ error $= + 2759$

Pro $+ t = 1,55644$ error $= + \ \ 449$

manifestum est verum valorem ipsius t infra posteriorem cadere, ad eum inveniendum fiat haec proportio:

2310 : 449 = 0,48573 : 0,09441, unde prodit valor proximus $t = 1,46203$.

Instituamus denuo talem operationem, et cum sit $t = 1,46208$, erit $\frac{1}{t} = 0,68396$, hincque $t + \frac{1}{t} = 2,14604$, unde colligitur membrum IV = 1,03586, ideoque III+IV = 2,58703. Tum vero cum sit $f + \frac{1}{t} = 1,52306$ et $g + t = 1,82605$, erit membrum I = 1,23412 et II = 1,35130, eorumque summa = 2,58542, ideoque error E = 0,00161.

Quoniam igitur valor $t = 1,55644$ dederat errorem + 449, et valor $t = 1,46203$ dederat — 162, fiet hinc vero proximus valor $t = 1,48701$; unde fit $\frac{1}{t} = 0,67249$ et angulus $\Phi = 56°. 5'$. Porro membrum IV = 1,03911, ideoque III + IV = 2,59028. Deinde cum sit $f + \frac{1}{t} = 1,51159$, erit membr. I = 1,22944; tum ob $g + t = 1,85098$ erit membrum II = 1,36051, ergo I + II = 2,58995, a quo summa III + IV sublata relinquit errorem — 0,00033, quem pro nihilo reputari liceat.

En ergo nacti sumus hanc solutionem: Quoniam tertium membrum refert totam basin AB, primum vero intervallum AX et secundum intervallum BY, si ponamus AB = III membro = 1,55117, erit AX = 122944, BY = 1,36051, ideoque intervalla AY = 0,19066 et BX = 0,32173, ac angulus $\Phi = AXO = 56°. 5'$.

§. 35. Arbitror has dilucidationes Geometris non fore ingratas, cum in iis plures investigationes non vulgares occurrant, cujusmodi in aliis problematibus raro, atque vix, occurrere solent. Imprimís autem hic notari meretur, quod ad hoc Problema solvendum minime consultum est, aequationem principalem, quae quatuor formulis radicalibus constat, ad rationalitatem reducere, propterea quod aequatio rationalis simul omnes signorum ambiguitates complecteretur, cum tamen natura quaestionis nullam talem ambiguitatem admittat.

SOLUTIO COMPLETA
PROBLEMATIS
DE QUADRISECTIONE TRIANGULI
PER DUAS RECTAS INTER SE NORMALES,

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibita die 3 Maii 1779.

§. 1. In dilucidationibus super hoc insigni problemate, quas non ita pridem proposui, regulam exhibui certam, cujus ope ista quadripartitio semper peragi potest, cujuscunque speciei fuerit triangulum propositum, id quod, si ad usum practicum respiciamus, utique sufficere potest. Num autem illa regula omnes plane quadrisectiones in se complectatur, quaestio non parum ardua est censenda, atque adeo non dubitavi affirmare, nullas alias dari quadrisectiones, praeter eas, quas mea regula ostendisset.

§. 2. Postea vero se mihi obtulit casus huic assertioni penitus adversans. Incidi enim in triangulum isosceles ACB, ubi angulorum aequalium A et B tangens erat $\frac{16}{9}$, ideoque uterque horum angulorum $60°, 38', 32''$; ita ut Tab. II. Fig. I.

parum a triangulo aequilatero differat. Secundum regulam igitur ante datam alterutrum huius trianguli crus, sive AC, sive BC, pro eo latere assumi deberet, cui ambae rectae secantes insisterent; at vero inveni hoc casu etiam ipsam basin AB pro isto latere assumi posse. Ea enim in sex partes aequales divisa, si capiantur intervalla $AX = 5$, $BY = 5$, et super XY construatur triangulum isosceles XOY, non solum ejus area erit pars quarta totius trianguli, sed etiam, productis lateribus XO et YO in x et y, triangula XAx et YBy aequabuntur semissi totius trianguli, ita ut hoc modo totum triangulum in quatuor partes aequales dividatur, quemadmodum, qui calculum tentare voluerit, facile videbit.

§. 3. Cum igitur ista quadripartitio regulae a me ante datae refragetur, nullum est dubium, quin etiam innumerabiles alii casus existant ab ista regula deficientes. Interim tamen deinceps observavi, omnes has exceptiones inter arctissimos cancellos includi, ita ut affirmare queamus, plerumque nullas alias quadrisectiones locum habere posse, nisi quas regula memorata suppeditat. Plurimum ergo operae erit pretium solutionem istius problematis accuratius evolvere, cum in ea plures circumstantiae occurrant, quae prorsus singularem explanationem requirunt, cujusmodi in aliis problematibus geometricis non deprehendi solent.

§. 4. Sequenti igitur modo hoc problema sum aggressurus, et quia binae rectae secantes necessario uni lateri trianguli insistere debent, sit AB istud latus, et X et Y loca, ubi rectae se secantes insistunt. Vocemus ergo totum latus $AB = c$, intervalla $AX = x$ et $BY = y$, interstitium autem $XY = z$, ita ut sit $x + y = c + z$. Praeterea vero sit angulus $A = \alpha$ et $B = \beta$, atque pro triangulo rectangulo XOY sit angulus $YXO = \Phi$; ubi ergo necesse est, ut iste angulus Φ minor sit recto, summa vero $\alpha + \beta$ minor duobus rectis. Tandem totam trianguli ACB aream statuamus $= kk$.

§. 5. His positis cum in triangulo rectangulo XOY sint latera $XO = z \cos. \Phi$ et $YO = z \sin. \Phi$, erit ejus area $\frac{1}{2} zz \sin. \Phi \cos. \Phi$, quae ergo ipsi $\frac{1}{4} kk$ aequari debet; unde fit $zz = \frac{kk}{2 \sin. \Phi \cos. \Phi} = \frac{kk}{\sin. 2\Phi}$. Hinc ergo si pro sequenti calculo statuamus $\tang. \Phi = t$, ob $\sin. \Phi = \frac{t}{\sqrt{1+tt}}$ et $\cos. \Phi = \frac{1}{\sqrt{1+tt}}$, erit $zz = \frac{kk(1+tt)}{2t}$, ideoque $z = k\sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$.

§. 6. Consideremus nunc triangulum AXx, cujus area debet esse $= \frac{1}{2} kk$, atque ob angulum $AxX = 180° - \alpha - \Phi$ colliguntur latera $Ax = \frac{x \sin. \Phi}{\sin. (\alpha + \Phi)}$, et $Xx = \frac{x \sin \alpha}{\sin. (\alpha + \Phi)}$; unde colligitur area hujus trianguli $= \frac{xx \sin. \alpha \sin \Phi}{2 \sin. (\alpha + \Phi)}$, quae ipsi $\frac{1}{2} kk$ aequata dat $xx = \frac{kk \sin (\alpha + \Phi)}{\sin. \alpha \sin \Phi}$, ideoque $x = k\sqrt{\frac{\sin. (\alpha + \Phi)}{\sin. \alpha \sin. \Phi}}$. Quod si jam hic statuamus $\cot. \alpha = a$, facta evolutione

prodibit $x = k\sqrt{a + \frac{1}{t}}$. Hinc igitur habebimus

$$Ax = \frac{k \sin. \Phi \sqrt{a + \frac{1}{t}}}{\sin. (\alpha + \Phi)}, \text{ ideoque } Ax \sin. \alpha = \frac{k}{\sqrt{a + \frac{1}{t}}},$$

quam formulam ideo apposui, quia Ax necessario minor esse debet quam AC. Deinde est $Xx = \frac{k \sin. \alpha \sqrt{a + \frac{1}{t}}}{\sin. (\alpha + \Phi)}$, hincque $Xx \sin. \Phi = \frac{k}{\sqrt{a + \frac{1}{t}}}$. Notetur autem hic esse debere $Xx > XO$.

§. 7. Evolvamus simili modo triangulum BYy, unde ob $BY = y$ et angulum $ByY = 180° - \beta - 90° + \Phi = 90 - \beta + \Phi$, elicitur latus $By = \frac{y \cos. \Phi}{\cos. (\beta - \Phi)}$ et $Yy = \frac{y \sin \beta}{\cos (\beta - \Phi)}$. Hinc igitur istius trianguli area ipsi $\frac{1}{2}kk$ aequanda $= \frac{yy \sin. \beta \cos. \Phi}{2 \cos. (\beta - \Phi)}$, ideoque erit $yy = \frac{kk \cos (\beta - \Phi)}{\sin. \beta \cos. \Phi}$. Hinc igitur si statuamus $\cos. \beta = b$, facta evolutione orietur $y = k\sqrt{b + t}$, hincque porro erit $By = \frac{k \cos \Phi \sqrt{b + t}}{\cos. (\beta - \Phi)}$, consequenter $By \sin. \beta = \frac{k}{\sqrt{b + t}}$. Oportet autem esse $By < \beta C$. Denique erit $Yy = \frac{k \sin. \beta \sqrt{b + t}}{\cos (\beta - \Phi)}$. quod superare debet intervallum YO; at vero erit $Yy \cos. \Phi = \frac{k}{\sqrt{b + t}}$.

§. 8. Tandem eodem modo tractemus totum triangulum ABC, et ob $AB = c$ et angulum $C = 180° - \alpha - \beta$, reperiemus latera $AC = \frac{c \sin. \beta}{\sin. (\alpha + \beta)}$ et $BC = \frac{c \sin. \alpha}{\sin. (\alpha + \beta)}$;

hinc igitur area trianguli erit $kk = \frac{cc \sin. \alpha \sin. \beta}{2 \sin. (\alpha + \beta)}$, unde fit $cc = \frac{2kk \sin. (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin. \beta}$, ideoque $c = k\sqrt{\frac{2 \sin. (\alpha + \beta)}{\sin. \alpha \sin \beta}}$. Cum autem posuerimus $\cot. \alpha = a$ et $\cot. \beta = b$, erit $c = k\sqrt{2(a+b)}$,

hincque $\begin{cases} AC \sin. \alpha = \frac{k\sqrt{2(a+b)}}{a+b} \\ BC \sin. \beta = \frac{k\sqrt{2(a+b)}}{a+b} \end{cases}$

§. 9. Inventis igitur quatuor intervallis:

1°) $AB = c = k\sqrt{2(a+b)}$

2°) $AX = x = k\sqrt{a + \frac{1}{t}}$

3°) $BY = y = k\sqrt{b + t}$

4°) $XY = z = k\sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$

quia esse debet $x + y = c + z$, nanciscimur, per k dividendo, sequentem aequationem:

$$\sqrt{a + \frac{1}{t}} + \sqrt{b+t} = \sqrt{2(a+b)} + \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$$

ubi sequentia sunt observanda:

1°) Etsi vulgo signa radicalia in calculo duplicem habere solent significatum, hic tamen cuique membro suum signum necessario est tribuendum.

2°) Inspectio ipsius figurae statim declarat, esse debere tam x quam y minor quam c; unde hae duae fluunt conditiones: $\sqrt{a + \frac{1}{t}} < \sqrt{2(a+b)}$ et $\sqrt{b+t} < \sqrt{2(a+b)}$.

3°) Aeque manifestum est, tam intervallum x quam y majus esse debere intervallo XY, unde sequitur

$$\sqrt{a + \frac{1}{t}} > \sqrt{\frac{1+tt}{2t}} \text{ et } \sqrt{b+t} > \sqrt{\frac{1+tt}{2t}}$$

§. 10. Quae hactenus sunt proposita perfecte conveniunt cum iis, quae non ita pridem in dilucidationibus exhibui. Nunc vero resolutionem aequationis inventae alio modo instituamus, quandoquidem etiam hoc modo priores conditiones adimplentur, quibus duo membra priora tertio debent esse minora; ubi notetur, primum et secundum saltem non major esse debere. Hunc in finem statuamus membrum quartum $\sqrt{\frac{1+tt}{2t}} = s$, ut sit $2ss = \frac{1}{t} + t$, ac ponamus primum membrum $\sqrt{a + \frac{1}{t}} = ms$, et secundum $\sqrt{b + t} = ns$; ubi ergo litterae m et n erunt numeri unitate majores, vel potius ea saltem non minores. Hinc igitur erit $a = mmss - \frac{1}{t}$ et $b = nnss - t$, unde fit $a + b = (mm + nn - 2)\,ss$. Sicque membrum tertium erit $\sqrt{2\,(a+b)} = s\sqrt{2\,(mm + nn - 2)}$.

§. 11. Introductis igitur his litteris m et n, una cum littera s, nostra aequatio hanc induet formam:

$$m + n = \sqrt{2\,(mm + nn - 2)} + 1,$$

qua igitur relatio inter binos numeros m et n ita determinatur, ut, altero cognito, simul alter innotescat. Facta autem evolutione erit $(m - n)^2 + 2\,(m - n) = 5$. Aufferatur utrinque $4n$, additaque porro unitata fiet

$$(m - n)^2 + 2\,(m - n) + 1 = 6 - 4n,$$

quae aequatio, extracta radice, praebet $m - n + 1 = \sqrt{6 - 4n}$, consequenter $m = n - 1 + \sqrt{6 - 4n}$.

§. 12. Hic statim patet, ne in imaginaria procidamus, necessario esse debere $n < \frac{3}{2}$; ex quo simul intelligitur, signum radicale negativum accipi non posse, quia aliter prodiret $m < 1$. Cum igitur semper sit $n < \frac{3}{2}$, ut prodeat $m > 1$, sive $\sqrt{6 - 4n} > 2 - n$, sive $n < \sqrt{2}$, manifestum est, ambas litteras m et n intra limites 1 et $\sqrt{2}$ cadere debere; ambae autem intra se fient aequales casu $m = n = \frac{5}{4}$; ita ut si altera hoc medio fuerit major, altera necessario futura sit minor. Tum vero manifestum etiam est, cum sit limes major $= \sqrt{2} = 1{,}4142136$, minore existente $= 1$, valor inventus $\frac{5}{4} = 1{,}2500$ propemodum medium interjacere hos limites.

§. 13. Quo autem clarius appareat, quomodo hi duo numeri m et n inter se referantur, sequentem tabulam subjungamus, quae pro ambobus numeris m et n valores rationales, atque adeo exacte veros in fractionibus decimalibus usque ad quartam figuram exhibeat; ubi, quia numeri m et n sunt permutabiles, prior columna majores, posterior vero minores ostendit.

Tabula

exhibens valores rationales exacte veros numerorum *m* et *n*.

Majores.	Minores.	Majores.	Minores.
1,2500	1,2500	1,3479	1,1279
1,2599	1,2399	1,3556	1,1156
1,2696	1,2296	1,3631	1,1031
1,2791	1,2191	1,3704	1,0904
1,2884	1,2084	1,3775	1,0775
1,2975	1,1975	1,3844	1,0644
1,3064	1,1864	1,3911	1,0511
1,3151	1,1751	1,3976	1,0376
1,3236	1,1636	1,4039	1,0239
1,3319	1,1519	1,4100	1,0100
1,3400	1,1400		

§. 14. Quoniam igitur posuimus, ut sequitur:

$$\sqrt{\frac{1+tt}{2t}} = s, \text{ tum vero}$$

$$\sqrt{a+\tfrac{1}{t}} = ms, \text{ atque}$$

$$\sqrt{b+t} = ns, \text{ unde fit}$$

$$\sqrt{2(a+b)} = (m+n-1)s$$

pro baseos trianguli propositi sectionibus inde deducimuss sequentes determinationes:

Ipsam basin $AB = ks(m + n - 1)$
Ejus portionem $AX = mks$.
– – – $BY = nks$
– – – $XY = ks$

unde patet, has quatuor lineas esse AB, AX, BY, XY ut $m + n - 1$, m, n, 1, ideoque a solo numero n pendere, quippe quo alter determinatur.

§. 15. Pro reliquis lateribus erit per easdem, quas modo attulimus, determinationes: $AC \sin. \alpha = \frac{2k}{(m+n-1)s}$ et $Ax \sin. \alpha = \frac{k}{ms}$, sicque erit $AC : AX = 2m : m + n - 1$; unde patet punctum x semper intra AC cadere. Est enim $2m > m + n - 1$. Eodem modo erit $BC \sin. \beta = \frac{2k}{(m+n-1)s}$ et $By \sin. \beta = \frac{k}{ns}$, ideoque $BC : By = 2n : m + n - 1$, quae pariter est ratio majoris inaequalitatis, ideoque punctum y etiam semper intra BC cadet. Ceterum hic observasse juvabit esse: $\left\{ \begin{matrix} AC : Ax : = 2AX : AB \\ BC : By : = 2BY : AB \end{matrix} \right\}$ quod quidem immediate inde sequitur, quod utrumque triangulum XAx et YBy aequetur semissi trianguli propositi ABC.

§. 16. Praeterea vero erit $Xx \sin. \Phi = \frac{k}{ms}$ et $Yy \cos. \Phi = \frac{k}{ns}$. At vero cum sit $\sin. \Phi \cos. \Phi = \frac{t}{1+tt} = \frac{1}{2ss}$,

erit XO sin. $\Phi = \frac{k}{2s}$ et YO cos. $\Phi = \frac{k}{2s}$, sicque patet fore $Xx : XO = 2 : m$, similique modo $Yy : YO = 2 : n$, quae utraque ratio pariter est majoris inaequalitatis, cum semper sit $m < 2$ et $n < 2$. Quocirca certum est, in nostra solutione punctum O necessario intra triangulum cadere; consequenter formulae hic datae omnes plane quadrisectiones possibiles complectuntur.

§. 17. Cum igitur solutio nostri problematis potissimum relationi inter numeros m et n innitatur, ex tabula quidem supra data pro quolibet numero n respondentem m excerpere licet. Quoniam autem hi valores plerumque sunt irrationales et tantum vero proxime hic sunt exhibiti, si tales valores rationales desideremus, sequentes formulae negotium conficient: $m = \frac{5}{4} + \delta - \delta\delta$ et $n = \frac{5}{4} - \delta - \delta\delta$, ubi δ quamlibet fractionem valde parvam et minorem quam $\frac{\sqrt{2}-1}{2} = 3,2071$ denotari potest. Sic enim erit $m - n = 2\delta$ et $m + n = \frac{5}{2} - 2\delta\delta$. Quoniam igitur requiritur ut sit $(m-n)^2 + 2(m+n) = 5$, istae formulae huic conditioni manifesto satisfaciunt. Deinde vero, quoniam debet esse $n > 1$, oportet fieri $\frac{1}{4} > \delta + \delta\delta$, ideoque $\delta + \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ hoc est $\delta < \frac{\sqrt{2}-1}{2}$. Cum igitur sit $m + n = \frac{5}{2} - 2\delta\delta$, ejus maximus valor manifesto est $\frac{5}{2}$, minimus vero $1 + \sqrt{2} = 2,4142$; sicque formula $m + n - 1$

semper intra hos arctissimos cancellos continetur: 1,500 et 1,414, quorum differentia est 0,086.

§. 18. Nunc investigemus quemadmodum litterae a et b, quae sunt cotangentes angulorum A et B, per hos numeros m et n, una cum angulo Φ, cujus tangens posita est $= t$, definiantur. Ac primo quidem, quia posuimus $\sqrt{a + \frac{1}{t}} = ms$, erit $a = mmss - \frac{1}{t}$, unde cum sit $ss = \frac{1+tt}{2t}$, ideoque $2ss = \frac{1}{t} + t$, erit $2a = (mm - 2)\frac{1}{t} + mmt$, sive, quia $mm < 2$, erit $2a = mmt - (2 - mm)\frac{1}{t}$. Simili modo cum sit $\sqrt{b + t} = ns$, erit $b = nnss - t$, hincque $2b = t(nn - 2) + \frac{nn}{t} = \frac{nn}{t} - (2 - nn)t$. Quam ob rem si praeter numeros m et n etiam t sive angulum Φ pro lubitu assumamus, omnes valores possibiles pro angulis α et β obtinebimus, consequenter omnia plane triangula, in quae haec quadrisectio competit. Scilicet hoc modo problema nostrum inversum jam perfecte est resolutum, quo data quadrisectione triangulum desideratur.

§. 19. Verum si ipsum triangulum detur, ideoque litterae a et b ut datae spectari queant, inter eas tamen dabitur certa relatio, quam solutio absolute postulat, ad quam explorandam ex binis aequationibus inventis

$$2a = mmt - (2 - mm)\frac{1}{t} \text{ et}$$
$$2b = nn\frac{1}{t} - (2 - nn)t$$

litteram t eliminemus; ac primo quidem eliminando $\frac{1}{t}$ ha-

bebimus: $2nna + 2(2 - mm)b = 2(mm + nn - 2)t$, ideoque $t = \frac{nna + (2 - mm)b}{mm + nn - 2}$. Simili modo eliminando t erit

$$2(2 - nn)a + 2mmb = 2(mm + nn - 2)\frac{1}{t}$$

hincque $\frac{1}{t} = \frac{(2 - nn)a + mmb}{mm + nn - 2}$. Nunc igitur hae aequationes in se invicem ductae monstrabunt relationem inter a et b, quae erit:

$$nn(2 - nn)aa + mm(2 - mm)bb + 2ab(2 - mm - nn + mmnn$$
$$= (mm + nn - 2)^2.$$

§. 20. Quo hanc aequationem contrahamus, ponamus brevitatis gratia $nn(2 - nn) = A$; $mm(2 - mm) = B$; $mm + nn - 2 = C$ et $2 - mm - nn + mmnn = D$, ut aequatio nostra sit $Aaa + Bbb + 2Dab = CC$; ubi notasse juvabit esse $A = 1 - (nn - 1)^2$; $B = 1 - (mm - 1)^2$; $C = (mm - 1) + (nn - 1)$ et $D = 1 + (mm - 1)(nn - 1)$; unde porro colligitur $AB = D^2 - C^2$; tum vero $A + B = 2D - CC$.

§. 21. Haec igitur aequatio satis concinna evadet, si statuamus $mm - 1 = \mu$ et $nn - 1 = \nu$; ubi notetur, litteras μ et ν semper intra limites 0 et 1 cadere. Per has autem litteras nostra aequatio erit

$$(1 - \nu\nu)aa + (1 - \mu\mu)bb + 2(1 + \mu\nu)ab = (\mu + \nu)^2.$$

Hic autem probe notetur, quia istae litterae μ et ν ex numeris m et n sunt formatae, eas certo modo a se invicem pendere, ita ut assumta altera simul altera innotescat.

§. 22. Hinc igitur patet, ambos angulos α et β neutiquam pro lubitu accipi posse; quod si enim illi ut dati spectentur, resolutio hujus aequationis certum valorem praebebit (pro μ vel ν, qui nisi intra limites 0 et 1 cadat, quadrisectio impossibilis erit. Verum in dilucidationibus supra datis satis luculenter demonstravi, in omni triangulo proposito semper duos angulos ita eligi posse, ut ista aequatio adimpleri queat. Quod argumentum quo accuratius evolvamus, sequentia problemata subjungamus.

Problema I.

Invenire omnia triangula isoscelia ABC, *ad quorum basin* AB *nostra aequatio applicari possit, ita ut intra ejus terminos* A *et* B *puncta* X *et* Y *cadant.*

§. 23. Cum igitur anguli A et B sint inter se aequales, posito $b = a$ aequatio nostra erit:

$$(4 - (\mu - \nu)^2)\, aa = (\mu + \nu)^2$$

ideoque $aa = \frac{(\mu + \nu)^2}{4 - (\mu - \nu)^2}$; unde introductis numeris m et n erit $aa = \frac{(mm + nn - 2)^2}{4 - (mm - nn)^2}$. Quia igitur numerus m semper intra limites 1 et $\sqrt{2}$ continetur, pro his limitibus, quibus est vel $m = 1$ et $n = \sqrt{2}$, vel $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$, reperietur $aa = \frac{1}{3}$, ideoque $a = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot. \alpha$; unde patet

hunc angulum α esse $= 60°$, ita ut hoc casu triangulum sit aequilaterum.

§. 24. Cum igitur sit $m = 1$, $n = \sqrt{2}$ et $a = b = \frac{1}{\sqrt{3}}$, hinc angulus Φ, ejusve tangens t, ex formulis supra §. 19. datis, colligitur: erit enim $t = \sqrt{3}$, sicque angulus $\Phi = 60°$. Deinde ob $ss = \frac{1+tt}{2t} = \frac{2}{\sqrt{3}}$, pro data totius trianguli area $= kk$ fiet trianguli basis $= ks\sqrt{2}$, atque intervalla $AX = ks$, $BY = ks\sqrt{3}$ et $XY = ks$. Hinc ergo si basis AB vocetur $= c$, erit $AX = \frac{c}{\sqrt{2}}$, $BY = c$.

§. 25. Quoniam igitur ambo casus extremi pro numeris m et n assumti ad idem triangulum aequilaterum perducunt, deceptus sum antehac per praecipitantiam, ut putarem, etiam casus intermedios eodem collineare. Nunc autem rem longe aliter se habere deprehendi, cum omnes valores intermedii alia praebeant triangula. Primo igitur litteris m et n tribuamus valores medios inter se aequales, qui sunt $\frac{5}{4}$, hincque derivatur $aa = \frac{9^2}{16^2}$, ideoque $a = b = \frac{9}{16} = \cot.\ \alpha$, ideoque

$$\tang.\ \alpha = \frac{16}{9} = 1,7777777,$$

hinc anguli ad basin erunt $\alpha = \beta = 60°.\ 38'.\ 33''$. Tum vero pro angulo Φ erit $t = 1$, ideoque angulus $\Phi = 45°$. At vero pro divisione basis in punctis X et Y, posito $AB = c$ erit $AX = BY = \frac{5}{6}c$ et $XY = \frac{4}{6}c$.

§. 26. Hinc jam tuto concludi potest, alios casus

intermedios eo propius ad triangulum aequilaterum esse accessuros, quo magis ab intermedio distent. Quod quo clarius appareat, pro m et n assumamus valores supra assignatos $m = \frac{5}{4} + \delta - \delta\delta$ et $n = \frac{5}{4} - \delta - \delta\delta$, unde fit $m + n = \frac{5}{2} - 2\delta\delta$, et $m - n = 2\delta$, hincque $mm - nn = 5\delta - 4\delta^3$, porro vero

$$mm + nn - 2 = \frac{18}{16} - 3\delta^2 + 2\delta^4 = 2\left(\frac{3}{4} - \delta\delta\right)^2.$$

Quare cum invenerimus $a = \frac{mm + nn - 2}{\sqrt{(4 - (mm - nn)^2)}}$, erit nunc $a = \frac{2\left(\frac{3}{4} - \delta\delta\right)^2}{\sqrt{(4 - (5\delta - 4\delta^3)^2)}}$, unde patet eundem prodire valorem pro a, sive δ capiatur positive sive negative.

§. 27. Quia limites hujus solutionis tam sunt angusti, ut valor ipsius δ sit valde parvus, ejus potestates quarta altiores tuto negligere licebit, sicque numeratorem et denominatorem per 2 dividendo, numerator erit

$$\frac{9}{16} - \frac{3}{2}\delta\delta + \delta^4 = \frac{9}{16}\left(1 - \frac{8}{3}\delta\delta + \frac{16}{9}\delta^4\right),$$

denominator vero erit $\sqrt{1 - \frac{25}{4}\delta\delta + 10\delta^4}$, qui pro numeratore praebet hunc factorem $1 + \frac{25}{8}\delta\delta + \frac{1235}{128}\delta^4$. Facta igitur multiplicatione reperimus $a = \frac{9}{16}\left(1 + \frac{11}{24}\delta\delta + \frac{3563}{9128}\delta^4\right)$, unde patet valorem ipsius a semper majorem esse fractione $\frac{9}{16}$, eo quo major capiatur fractio δ. Notetur autem fractionem δ non ultra limitem $\frac{\sqrt{2} - 1}{2} = 0,2371$ augeri posse.

§. 28 Postquam autem invenerimus cotangentem a, quaeramus angulum Φ, cujus tangentem vidimus esse

$\frac{(2 + nn - mm)a}{mm + nn - 2}$. Cum igitur sit $m = \frac{5}{4} + \delta - \delta\delta$ et $n = \frac{5}{4} - \delta - \delta\delta$, modo ante vidimus esse

$$mm + nn - 2 = 2\left(\tfrac{3}{4} - \delta\delta\right)^2 = 2\left(\tfrac{9}{16}\left(1 - \tfrac{8}{3}\delta\delta + \tfrac{16}{8}\delta^4\right)\right);$$

porro erat $mm - nn = 5\delta - 4\delta^3$, unde numerator erit

$$2 - 5\delta + 4\delta^3 = 2\left(1 - \tfrac{5}{2}\delta + 2\delta^3\right)$$

sicque erit $t = \dfrac{\left(1 - \frac{5}{2}\delta + 2\delta^3\right)a}{\frac{9}{16}\left(1 - \frac{8}{3}\delta\delta + \frac{16}{9}\delta^4\right)}$, ita ut sit

$$t = \frac{\left(1 - \frac{5}{2}\delta + 2\delta^3\right)\left(1 + \frac{11}{24}\delta\delta + \frac{3563}{9 \cdot 128}\delta^4\right)}{1 - \frac{3}{2}\delta\delta + \frac{16}{9}\delta^4}.$$

Ex denominatore autem oritur hic novus factor: $1 + \frac{8}{3}\delta\delta + \frac{16}{3}\delta^4$, qui postremo junctus praebet $1 + \frac{25}{8}\delta\delta + \frac{695}{72}\delta^4$, consequenter verus valor erit $t = 1 - \frac{5}{2}\delta + \frac{25}{8}\delta\delta - \frac{93}{16}\delta^3 + \frac{695}{72}\delta^4$. Unde patet, quoniam δ hic tam positive quam negative accipi potest (propterea quod in valore pro a invento nullae impares potestates ipsius δ occurrunt, ita ut pro angulo Φ duo valores prodeant, alter semirecto minor, alter vero major) duplicem pro t valorem prodire; at vero hoc casu, quo triangulum est isosceles, per se evidens est duas solutiones locum habere.

§. 29. Quod si jam ipsi δ maximum valorem, quem recipere potest, tribuamus, qui est $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$, quo casu fit vel $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$, vel $m = 1$ et $n = \sqrt{2}$, pro utroque casu formula nostra principalis dabit $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$, hincque

$\alpha = \beta = 60^\circ$, pro triangulo aequilatero. Tum vero casu priore, quo $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$, prodit $t = a - \frac{1}{\sqrt{3}}$, ideoque angulus $\Phi = 30^\circ$. Altero vero casu, quo $m = 1$ et $n = \sqrt{2}$, fit $t = 3a = \sqrt{3}$, ideoque $\Phi = 60^\circ$, qui casus cum sit alter extremus, hinc discimus alia triangula isoscelia istam quadrisectionem non admittere, nisi quorum anguli ad basin contineantur intra hos limites 60° et $60^\circ . 38' . 33''$.

§. 30. Quo autem calculus pro casibus intermediis, quibus litterae δ valor quidam medius inter o et $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ datur, facilius expediri queant, coëfficientes ante inventos per fractiones decimales exprimamus, sicque reperiemus

$a = 0{,}56250 + 0{,}25781\,\delta\delta + 1{,}73975\,\delta^4$ et

$$t = 1{,}00000 - 2{,}50000\,\delta + 3{,}12500\,\delta\delta - 5{,}81250\,\delta^3 + 9{,}65278\,\delta^4.$$

§. 31. Sumamus $\delta = \pm \frac{1}{10}$, eritque $a = 0{,}56510$, ex quo colligisur angulus $\alpha = \beta = 60^\circ . 31' . 44''$; deinde erit $t = 1{,}03221 \mp 0{,}25581$. Quamobrem si fuerit $\delta = + \frac{1}{10}$, hoc casu fit $m = 1{,}34000 = AX$ et $n = 1{,}14000 = BY$, tum vero $AB = m + n - 1 = 1{,}48000$, existente $XY = 1$. Hoc igitur casu erit $t = 0{,}77640$, ideoque angulus $\Phi = 37^\circ . 49' . 31''$.

§. 32. Altera solutio oritur ex $\delta = - \frac{1}{10}$, quo casu fit $m = 1{,}14000 = AX$ et $n = 1{,}34000 = BY$ et

$AB = m + n - 1 = 1,48000$, existente $XY = 1$; tum
Tab. II. autem erit $t = 1,28802$, ideoque angulus $\Phi = 52^\circ . 10' . 29''$.
Fig. 2. Hic casus in figura 2 refertur, quae figura inversa etiam alterum casum refert. Praeterea vero, sumto alterutro crure pro basi, quadrisectio vulgaris locum habet.

De quadrisectione triangulorum scalenorum.

§. 33. Cum singuli valores pro litteris m et n assumti statim praebeant sectionem baseos in punctis X et Y, hinc diversas species omnium quadrisectionum constituamus, inter quas potissimum binas extremas cum media hic contemplemur, pro quibus formulae solutionem continentes sequenti modo se habebunt.

I) Species extrema prior, qua $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$, et aequatio inter a et b haec: $aa + 2ab = 1$ et $t = a$.

II) Species extrema altera, qua $m = 1$ et $n = \sqrt{2}$; aequatio inter a et b est $bb + 2ab = 1$ et $t = b$.

III) Species intermedia, qua $m = n = \frac{5}{4}$; ubi aequatio inter a et b erit $175\,aa + 175\,bb + 2 . 337\,ab = 324$ et denique $t = \frac{25a + 7b}{18}$.

Singulas has species accuratius evolvamus.

Problema II.

Dato angulo A $= \alpha$, cujus tangens $= a$, invenire alterum angulum ad basin B $= \beta$, cujus cotangens $= b$, ut quadrisectio secundum speciem primam locum habere queat.

§. 34. Cum hic sit $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$, tota basis AB $= \sqrt{2}$ ita secatur, ut punctum X in B cadat; punctum autem Y ita ut sit BY $= 1$, et quia pro hac specie aequatio inter a et b est $aa + 2ab = 1$, ex ea statim reperitur $b = \frac{1 - aa}{2a}$, sicque erit cot. $\beta = \frac{1 - \text{cot. } \alpha^2}{2 \text{ cot. } \alpha}$, hincque tang. $\beta = \frac{2 \text{ cot. } \alpha}{1 - \text{cot. } \alpha^2} = \frac{2 \text{ tang. } \alpha}{\text{tang. } \alpha^2 - 1}$. Tab. II. Fig. 3.

§. 37. Novimus autem hanc formulam $\frac{2 \text{ tang. } \alpha}{1 - \text{tang. } \alpha^2}$ exprimere tangentem anguli dupli 2α, sicque erit

$$\text{tang. } \beta = - \text{tang. } 2\alpha = \text{tang. } (180^\circ - 2\alpha),$$

consequenter angulus β per α ita determinatur, ut sit $\beta = 180^\circ - 2\alpha$. Atque hinc notasse juvabit, si fuerit $\alpha = 60^\circ + \varepsilon$, fore $\beta = 60^\circ - 2\varepsilon$, ac propterea tertium trianguli angulum C $= \gamma = 60^\circ + \varepsilon$, ideoque ipsi A aequalem, ita ut hoc triangulum sit quoque isosceles. Sin autem sumto ε negativo fuerit angulus A $= \alpha = 60^\circ - \varepsilon$, erit B $= \beta = 60^\circ + 2\varepsilon$, angulusque C $= \gamma = 60^\circ - \varepsilon =$ A. Denique pro angulo Φ habebitur hic ejus tangens $t = a$, hoc est tang. $\Phi =$ cot. α, consequenter $\Phi = 90^\circ - \alpha$.

Problema III.

Dato angulo A $= \alpha$, *cujus cotangens* $=$ a, *invenire alterum angulum ad basin* B $= \beta$, *ut quadrisectio secundum speciem II locum habere queat.*

Tab. II. Fig. 4. §. 38. Cum igitur hic sit $m = 1$ et $n = \sqrt{2}$, tota basis $AB = \sqrt{2}$ ita secatur, ut fiat $AX = 1$ et $BY = \sqrt{2}$, qui casus a praecedente tantum ordine differt. At vero inter a et b nunc habetur ista aequatio: $bb + 2ab = 1$, hinc colligitur $b = -a + \sqrt{1 + aa} = \cot. \beta$; unde oritur $\text{tag.}\, \beta = a + \sqrt{1 + aa}$. Quare cum sit $a = \cot. \alpha = \frac{\cos. \alpha}{\sin. \alpha}$, fiet $\text{tag.}\, \beta = \frac{1 + \cos. \alpha}{\sin. \alpha}$, ubi cum sit $1 + \cos. \alpha = 2 \cos. \frac{1}{2} \alpha^2$ et $\sin. \alpha = 2 \sin. \frac{1}{2} \alpha \cos. \frac{1}{2} \alpha$, erit $\text{tag.}\, \beta = \cot. \frac{1}{2} \alpha$, consequenter $\beta = 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha$. Atque cum hoc casu sit $t = b$, erit $\text{tag.}\, \Phi = \cot. \beta = \text{tag.}\, \frac{1}{2} \alpha$, ideoque $\Phi = \frac{1}{2} \alpha$. Quod si jam ut ante ponamus $\alpha = 60^\circ + \varepsilon$, erit $\beta = 60 - \frac{1}{2} \varepsilon$, unde fit tertius trianguli angulus $\gamma = 60^\circ - \frac{1}{2} \varepsilon = B = \beta$, ita ut etiam hoc triangulum sit isosceles.

§. 39. Dato igitur angulo α utcunque, quoties angulus β cadet intra limites $90^\circ - \frac{1}{2} \alpha$ et $180^\circ - 2 \alpha$; sive posito $\alpha = 60^\circ + \varepsilon$, quoties alter angulus β cadet intra hos limites $60^\circ - \frac{1}{2} \varepsilon$ et $60^\circ - 2 \varepsilon$, quadrisectio semper locum habebit. Neque vero hinc sequitur, quando iste angulus extra hos limites cadit, tum solutionem semper

esse impossibilem, quemadmodum in dilucidationibus putaveram, atque istos casus hic imprimis sum perscrutaturus, cum reliqui ante jam satis clare et fuse sunt tractati.

Problema IV.

Data angulo A $= \alpha$, cujus cotangens $= a$, invenire alterum angulum ad basin B $= \beta$, ut quadrisectio secundum speciem III locum habere queat.

§. 40. Cum sit $m = n = \frac{5}{4}$, tota basis $AB = m + n - 1 = \frac{6}{4}$ ita secabitur in punctis X et Y, ut sit $AX = BY = \frac{5}{4}$, hincque $AY = BX = \frac{1}{4}$, ideoque sextae parti totius basis AB aequales. At inter a et b haec habetur aequatio: $175\,aa + 175\,bb + 2 \,.\, 337\,ab = 324$; unde radice extracta reperitur $b = \frac{-337a + 18\sqrt{256\,aa + 175}}{175}$, ubi probe notandum hic signo radicali valorem negativum tribui non licere, etiamsi cot. $\beta = b$ negativa fieri possit, cujus rei ratio in hoc est sita, quod in formulis principalibus occurrat membrum $\sqrt{2\,(a+b)}$, ideoque summa $a + b$ necessario debeat esse positiva. Hinc enim est Tab. II. Fig. 5.

$a + b = \frac{-162a + 18\sqrt{256\,aa + 175}}{175}$, quae formula manifesto fieret negativa, si signo radicali signum — praefigeretur.

§. 41. At vero ex hac expressione satis complexa nihil plane pro ipsis angulis α et β, eorumque ratione, concludere licet; quamobrem tentemus sublatione irratio-

nalitatis formulas simpliciores tam pro a quam pro b elicere. Hunc in finem statuamus $\sqrt{256aa+175}=16a+7v$, unde colligitur $a=\frac{25-7vv}{32v}$, ideoque $\sqrt{256aa+175}=\frac{-25+7vv}{2v}$, quibus valoribus substitutis colligitur $b=\frac{25vv-7}{32v}$. Ecce ergo binas formulas pro a et b satis simplices sumus nacti, quae adeo ita inter se cohaerent, ut si in altera loco v scribatur $\frac{1}{v}$, proditura sit altera.

§. 44. Hic primum observo, sumto $v=1$ prodire $a=b=\frac{9}{16}$, qui est casus trianguli isoscelis modo ante tractati. Tum vero, quo majores valores ipsi v tribuantur, eo magis ambo anguli α et β a se invicem recedent. Ita angulus α evadet rectus, ejus cotangens $a=0$, sumto $v=\frac{5}{\sqrt{7}}$, tum vero erit $b=\frac{18}{5\cdot\sqrt{7}}$, cui respondet angulus $\beta=30^\circ.\ 18'.\ 48''$. Ceterum hic probe observandum, ipsi v nullos valores negativos tribui posse, quia aliter valor superioris signi radicalis fieret negativus.

§. 45. Quia vero hic imprimis in eos casus inquirere constitui, qui a praecedente dissertatione recedunt, ii autem, ut mox videbimus, circa angulorum α et β aequalitatem subsistunt, hic istos casus accuratius evolvamus, pro quibus v quam minime unitatem superabit. Ponam igitur, quia eadem est ratio ipsius v et $\frac{1}{v}$, hoc modo: $v=\frac{1+\omega}{1-\omega}$, existente ω fractione valde parva, unde per

seriem erit $v = 1 + 2\omega + 2\omega^2 + 2\omega^3 + 2\omega^4 +$ etc. et $\frac{1}{v} = 1 - 2\omega + 2\omega^2 - 2\omega^3 + 2\omega^4 -$ etc. Quare cum sit $a = \frac{25}{32}.\frac{1}{v} - \frac{7}{32}v$, reperitur haec series: $a = \frac{9}{16} - 2\omega + \frac{9}{8}\omega^2 - 2\omega^3 + \frac{9}{8}\omega^4 -$ etc. eodemque modo: $b = \frac{9}{16} + 2\omega + \frac{9}{8}\omega^2 + 2\omega^3 + \frac{9}{8}\omega^4 +$ etc. quarum autem serierum terminos paucissimos sumsisse sufficiet.

§. 46. Hinc jam haud difficile erit ipsos angulos α et β definire: Hunc in finem sit θ angulus cujus cotangens $= \frac{9}{16}$, et cum sit $\cot.\alpha = a = \cot.\theta - 2\omega + \frac{9}{8}\omega^2 - 2\omega^3 + \frac{9}{8}\omega^4 -$ etc., ponatur brevitatis gratia $p = 2\omega - \frac{9}{8}\omega^2 + 2\omega^3 - \frac{9}{8}\omega^4 +$ etc., ut sit $p = \frac{2\omega - \frac{9}{8}\omega^2}{1 - \omega^2}$, atque habebimus $\cot.\alpha = \cot.\theta - p$. Jam cum sit $\cot.(\alpha - \theta) = \frac{1 + \cot.\alpha\cot.\theta}{\cot.\theta - \cot.\alpha}$, erit $\cot.(\alpha - \theta) = \frac{1 + \cot.\theta^2 - p\cot.\theta}{p}$, ideoque $\text{tag.}\,(\alpha - \theta) = \frac{p}{1 - p\cot.\theta + \cot.\theta^2} = \frac{256p}{337 - 144p}$. Jam quia iste angulus $\alpha - \theta$ est valde parvus, erit proxime $\alpha - \theta = P - \frac{1}{3}P$, existente $P = \frac{256p}{337 - 144p}$. Hic autem angulus in partibus radii est expressus, qui ergo in minuta secunda convertetur, si multiplicetur per numerum $206265''$, cujus logarithmus est $5,4144251$. Quod si ergo iste numerus minutorum secundorum ponatur $= M$, ut sit $\alpha - \theta = M$, quia est $\theta = 60^\circ.\,38'.\,33''$, erit noster angulus $\alpha = 60^\circ.\,38'.\,33'' + M$.

§. 47. Simili modo si ponamus brevitatis gratia $q = 2\omega + \frac{9}{8}\omega^2 +$ etc. $= \frac{2\omega + \frac{9}{8}\omega^2}{1 - \omega\omega}$, ut sit $\cot.\beta = b = \frac{9}{16} + q = \cot.\theta + g$, ideoque ob $\cot.(\theta - \beta) = \frac{1 + \cot.\beta\cot.\theta}{\cot.\beta - \cot.\theta}$, erit $\cot.(\theta - \beta) = \frac{1 + \cot.\theta^2 + q\cot.\theta}{q}$ ideoque $\text{tag.}\,(\theta - \beta) = \frac{q}{1 + \cot.\theta^2 + q\cot.\theta} = \frac{256q}{337 + 144q}$, quae frac-

tio si ponatur $= Q$, erit ipse angulus $\theta - \beta = Q - \frac{1}{3} Q^3$, qui valor multiplicatus per 206265 in minuta secunda convertetur, quorum numerus si ponatur $= N$, erit $\beta = \theta - N = 60^\circ. 38'. 33'' - N$. Plerumque autem, quando fractio ω est valde parva, quadratum ipsius ω, cum potestatibus superioribus, negligere licebit, ita ut sit $p = 2\omega$ et $q = 2\omega$, hincque $P = \frac{512\omega}{337}$ et $Q = \frac{512\omega}{337}$.

§. 48. Quo jam ternos valores anguli β, qui pro tribus speciebus principalibus eidem angulo α respondent, facilius inter se comparare queamus, introducamus idoneas denotationes sequentes:

I) Denotet igitur b' valorem ipsius b ex prima specie oriundum, et β' ipsum angulum ei convenientem, ita ut sit $b' = \frac{1 - aa}{2a}$ et $\beta' = 180^\circ - 2\alpha$.

II) Sit b'' valor ipsius b pro secunda specie inventus, et β'' angulus ei respondens, vidimusque esse $b'' = \sqrt{1 + aa} - a$ et $\beta'' = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

III) Sit b''' valor ipsius b ex tertia specie ortus, et β''' angulus ei respondens, ita ut sit $b''' = -\frac{337a + 18\sqrt{256aa + 175}}{175}$.

§. 49. Quoniam igitur species prima et secunda referunt extremas quadripartitiones, valor b''' plerumque inter limites b' et b'' incidet; interim tamen dantur casus, quibus ultra divagatur, secus atque dudum eram arbitra-

tus; quocirca maxime erit necessarium, in eos casus inquirere, quibus b''' extra limites b' et b'' cadit, quod commodissime praestabitur, si eos casus exploremus, quibus b''' vel ipsi b' vel ipsi b'' aequatur.

Problema V.

Investigare angulum α, ejusve cotangentem a, *cujus respondens valor* b''' *aequetur valori* b'.

§. 50. Quod si ergo loco b' et b''' valores ante inventos substituamus, habebimus hanc aequationem: $\frac{1-aa}{2a} = -\frac{337a + 18\sqrt{256aa+175}}{175}$, quae reducitur ad hanc formam: $175 + 499aa = 36a\sqrt{256aa+175}$, quae sumtis quadratis abibit in sequentem:

$175^2 + 2.175.499a^2 + 499^2a^4 = 36^2.16^2.a^4 + 36^2.175.aa$ sive in hanc concinniorem: $77.1075a^4 + 2.149.175aa = 175^2$, quae aequatio per $175 = 7.25$ divisa evadit

$11.43.a^4 + 2.149aa = 175$, unde extracta radice fit $aa = \frac{-149 + \sqrt{149^2 + 175.473}}{473} = -\frac{149 + 324}{473} = \frac{175}{473}$, consequenter erit $a = \sqrt{\frac{175}{473}}$.

Problema hoc etiam sequenti modo resolvi potest.

§. 51. Utamur ipsis aequationibus pro specie prima et tertia immediate inventis: $aa + 2ab = 1$ et $175aa + 175bb + 2.337ab = 324$, unde elisa quantitate b valorem ipsius a quaeri oportet. Hunc in finem

dividatur altera per alteram et prodibit

$175\,aa + 175\,bb + 2\,.\,337\,ab = 324\,aa + 2\,.\,324\,ab$

quae redit ad sequentem aequationem: $149aa - 175bb - 26ab = 0$, unde colligitur $b = \frac{149}{175}\,a$, qui valor in prima substitutus praebet $a = \sqrt{\frac{175}{473}}$, prorsus ut ante.

§. 52. Cum igitur sit tag. $\alpha = \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{473}{175}}$, hinc colligitur ipse angulus $\alpha = 58^\circ.\,41'.\,22\frac{1}{2}''$. Huic igitur angulo tam pro prima quam pro tertia specie respondet idem angulus β, cujus cotangens est $b = \frac{149}{\sqrt{175\cdot 473}}$, ideoque tag. $\beta = \frac{\sqrt{175\cdot 473}}{149}$, unde ipse angulus erit $\beta' = \beta''' = 62^\circ.\,37'.\,15''$. At vero pro eodem angulo α vidimus esse

$\beta'' = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 60^\circ.\,39'.\,19''$.

Problema VI.

Investigare angulum α, sive ejus cotangentem a, cujus respondens valor b''' *aequetur ipsi* b''.

§. 53. Ex formulis igitur b'' et b''' supra datis habebimus hanc aequationem: $\sqrt{1 + aa} - a = \frac{-337 + 18\sqrt{256aa + 175}}{175}$, quae in hanc formam transfunditur:

$175\sqrt{1 + aa} + 162\,a = 18\sqrt{256\,aa + 175}$;

haec, sumtis quadratis, abit in hanc:

$175\,.\,149\,(1 + aa) = 2\,.\,175\,.\,162\,a\sqrt{1 + aa}$

quae reducitur ad sequentem: $149\sqrt{1 + aa} = 324\,a$. Sumtis hinc denuo quadratis fiet:

$149^2 = (324^2 - 149^2)\, aa = 175 \cdot 473\, aa$, unde colligitur $a = \frac{149}{\sqrt{175 \cdot 473}}$.

§. 54. Idem valor etiam ex ipsis aequationibus rationalibus reperitur, quae sunt $bb + 2ab = 1$ et $175\, aa + 175\, bb + 2 \cdot 337\, ab = 324$, quarum haec per illam divisa praebet $\frac{175aa + 175bb + 2 \cdot 337ab}{bb + 2ab} = \frac{324}{1}$, quae in hanc formam transmutatur: $149\, bb - 26\, ab - 175\, aa = 0$, unde elicimus $b = \frac{175}{149} a$, qui valor in priore aequatione $b(b + 2a) = 1$ substitutus, ob $b + 2a = \frac{473}{149} a$, praebet $\frac{175 \cdot 473}{149^2} aa = 1$, ideoque $a = \frac{149}{\sqrt{175 \cdot 473}}$, prorsus ut ante.

§. 55. Cum igitur sit $\cot.\alpha = \frac{149}{\sqrt{175 \cdot 473}}$, erit $\text{tag.}\alpha = \frac{\sqrt{175 \cdot 473}}{149}$ unde ex praecedenti calculo colligimus fore $\alpha = 62^\circ.\, 37'.\, 15''$, cui ergo respondet tam in secunda quam in tertia specie angulus $\beta'' = \beta''' = 58^\circ.\, 41'.\, 22''\tfrac{1}{2}$.

§. 56. Hi duo valores, quos pro α sumus adepti, tanquam limites spectari possunt, intra quos si angulus α cadat, ei respondens angulus β''' extra limites β' et β'' extravagetur. Hujusmodi ergo valores medios pro α accuratius prosequi conveniet, quem in finem sequens problema subjungimus.

Problema VII.

Proposito angulo α, intra limites modo inventos contento, assignare ternos valores anguli β, quos pro tribus speciebus principalibus recipiet.

§. 57. Hic plurimum observasse juvabit, egregium dari nexum inter binos limites inventos, ita ut cognito uno alter ultro innotescat. Si enim minorem limitem littera f, majorem vero littera g designemus, vidimus esse tag. $f = \sqrt{\frac{473}{175}}$ et tag. $g = \frac{\sqrt{175 \cdot 473}}{149}$, unde colligitur tag. $(f+g) = \frac{tag. f + tag. g}{1 - tag. f\, tag. g} = -\sqrt{\frac{473}{175}} = -$ tag. f, ita ut sit tag. $(f+g) =$ tag. $(180^\circ - f)$, consequenter erit $f + g = 180^\circ - f$, ideoque $2f + g = 180^\circ$, quae proprietas perfecte congruit cum valoribus inventis.

§. 58. Quod jam primo ad valores β' et β'' attinet, ii sunt $\beta' = 180^\circ - 2\alpha$ et $\beta'' = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$; unde si ponamus $\alpha = 60^\circ + \varepsilon$, erit $\beta' = 60^\circ - 2\varepsilon$ et $\beta'' = 60^\circ - \frac{1}{2}\varepsilon$. Pro valore autem tertio β''', quoniam limites inventi satis sunt angusti, facile intelligitur, in formulis, quas in praecedente problemate sumus adepti, litterae ω potestates secunda altiores tuto omitti posse; hanc ob rem, introducto angulo θ, cujus tangens est $= \frac{16}{9}$, invenimus tag. $(\alpha - \theta) = \frac{256p}{337 - 144p}$, existente $p = 2\omega - \frac{9}{8}\omega^2$, siquidem potestatem tertiam ω^3 rejiciamus; quo valore substituto erit tag. $(\alpha - \theta) = \frac{512\omega - 288\omega^2}{337 - 288\omega} = \frac{512}{337}\omega + \frac{175 \cdot 288}{337^2}\omega\omega$, cujus loco brevitatis gratia scribamus tag. $(\alpha - \theta) = \mu\omega + \nu\omega\omega$, ita ut sit $\mu = \frac{512}{337}$ et $\nu = \frac{175 \cdot 288}{337^2}$. His autem valoribus non indigebimus. Eodem modo reperietur tag. $(\theta - \beta''') = \mu\omega - \nu\omega\omega$.

§. 59. Nunc igitur quia potestates tertias rejicimus, erunt ipsi hi anguli $\alpha-\theta=\mu\omega+\nu\omega\omega$ et $\theta-\beta'''=\mu\omega-\nu\omega\omega$, quarum hic ab illo subtractus relinquit $\alpha+\beta'''-2\theta=2\nu\omega\omega$; hinc ergo si etiam quadratum ipsius ω negligeremus, foret $\alpha+\beta'''=2\theta$, ideoque $\beta'''=2\theta-\alpha=121^\circ.\,17'.\,4''-\alpha$; quare posito, ut fecimus, $\alpha=60^\circ+\varepsilon$, erit $\beta'''=61^\circ.\,17'.\,4''-\varepsilon$.

§. 60. Hic autem valor correctione indiget, ex neglectu ipsius ω^2 oriunda, cum revera sit $\beta'''=61^\circ.\,17'.\,4''-\varepsilon+2\nu\omega\omega$, ita ut ad valores inde desumtos semper aliquid addi oporteat. Ad hanc correctionem investigandam consideremus summam binarum formularum inventarum, quae dabit $\alpha-\beta'''=2\mu\omega$; unde intelligitur errorem illum adjiciendum semper proportionalem esse quadrato formulae $\alpha-\beta'''$; ita ut si unico casu errorem noverimus, eum pro omnibus reliquis facile definire liceat.

§. 61. Hunc in finem consideremus limitem ipsum majorem pro α inventum, qui erat $\alpha=62^\circ.\,37'.\,15''$, cui jam novimus respondere $\beta'''=58^\circ.\,41'.\,22''$. At vero per formulam nostram $\beta'''=2\theta-\alpha$ prodit $\beta'''=58^\circ.\,39'.\,49''$, ita ut hic error sit $1'.\,33''$, nostro valori addendus. Quamobrem cum hoc casu sit $\alpha-\beta'''=3^\circ.\,57'.\,26''$, ad minuta secunda reducendo novimus differentiae $\alpha-\beta'''=14246''$ respondere errorem $93''$; unde pro alia quacunque differentia $\alpha-\beta'''=\lambda$ error erit $\frac{93\,\lambda\lambda}{14246^2}=\frac{\lambda\lambda}{2000000}$.

§. 62. Quoniam igitur pro quavis differentia $\alpha - \beta''' = \lambda''$ errorem ante memoratum facile assignare poterimus (ubi notandum, perinde esse, sive differentia $\alpha - \beta'''$ sit positiva sive negativa) sequentem tabulam subjungamus, cujus prima columna refert differentiam $\alpha - \beta'''$ per quina minuta prima crescentem, altera vero columna exhibet errorem desideratum valori scilicet $\beta''' = 2\theta - \alpha$ addendum. Notetur autem, si differentia $\alpha - \beta'''$ fuerit $5\,i$ min. ob $\lambda = 300\,i$ sec. et $\lambda\lambda = 90000\,ii$, fore errorem $= \frac{9ii}{200}$ sec. vel accuratius $\frac{ii}{24}$.

Tabula Errorum.

$\alpha - \beta'''$	Error.	$\alpha - \beta'''$	Error.	$\alpha - \beta'''$	Error.	$\alpha - \beta'''$	Error.
$5'$	$\frac{1}{24}''$	$1^\circ\ 5'$	$7\frac{1}{24}''$	$2^\circ\ 5'$	$26\frac{1}{24}''$	$3^\circ\ 5'$	$57\frac{1}{24}''$
10	$\frac{1}{6}$	1 10	$8\frac{1}{6}$	2 10	$28\frac{1}{6}$	3 10	$60\frac{1}{6}$
15	$\frac{3}{8}$	1 15	$9\frac{3}{8}$	2 15	$30\frac{3}{8}$	3 15	$63\frac{3}{8}$
20	$\frac{2}{3}$	1 20	$10\frac{2}{3}$	2 20	$32\frac{2}{3}$	3 20	$66\frac{2}{3}$
25	$1\frac{1}{24}$	1 25	$12\frac{1}{24}$	2 25	$35\frac{1}{24}$	3 25	$70\frac{1}{24}$
30	$1\frac{1}{2}$	1 30	$13\frac{1}{2}$	2 30	$37\frac{1}{2}$	3 30	$73\frac{1}{2}$
35	$2\frac{1}{24}$	1 35	$15\frac{1}{24}$	2 35	$40\frac{1}{24}$	3 35	$77\frac{1}{24}$
40	$2\frac{2}{3}$	1 40	$16\frac{2}{3}$	2 40	$42\frac{2}{3}$	3 40	$80\frac{2}{3}$
45	$3\frac{3}{8}$	1 45	$18\frac{3}{8}$	2 45	$45\frac{3}{8}$	3 45	$84\frac{3}{8}$
50	$4\frac{1}{6}$	1 50	$20\frac{1}{6}$	2 50	$48\frac{1}{6}$	3 50	$88\frac{1}{6}$
55	$5\frac{1}{24}$	1 55	$22\frac{1}{24}$	2 55	$51\frac{1}{24}$	3 55	$92\frac{1}{24}$
60	6	1 60	24	2 60	54	3 60	96

§. 63. Nunc ope hujus tabulae construamus tabulam completam, quae pro omnibus angulis α intra nostros limites contentis exhibeat ternos valores alterius anguli β

ex specie prima, secunda et tertia ortos. Prima igitur columna referat angulos α a limite minore $58°. 41'. 22''$ ad majorem $62°. 37'. 15''$ per dena minuta prima crescentes, praeterquam in ipsis limitibus; secunda columna contineat angulos β', ex prima specie desumtos, ubi est $\beta' = 180° - 2\alpha$; tertia columna indicet angulos β'', ex specie secunda, ubi $\beta'' = 90° - \frac{1}{2}\alpha$; quarta columna exhibeat valores β''' tertiae speciei ex formula $2\theta - \alpha$ desumtos, cui autem in quinta columna assignemus errores addendos.

α	β'	β''	β'''	Error.
58°, 41', 22''	62°, 37', 15	60°, 39', 19''	62°, 37', 15''	—' —''
58, 50 —	62, 20 —	60, 35 —	62, 27, 4	1' 18''
59, 0 —	62, 0 —	60, 30 —	62, 17, 4	1 5
59, 10 —	61, 40 —	60, 25 —	62, 7, 4	— 52
59, 20 —	61, 20 —	60, 20 —	61, 57, 4	— 41
59, 30 —	61, 0 —	60, 15 —	61, 47, 4	— 31
59, 40 —	60, 40 —	60, 10 —	61, 37, 4	— 21
59, 50 —	60, 20 —	60, 5 —	61, 27, 4	— 15
60, 0 —	60, 0 —	60, 0 —	61, 17, 4	— 10
60, 10 —	59, 40 —	59, 55 —	61, 7, 4	— 5
60, 20 —	59, 20 —	59, 50 —	60, 57, 4	— 2
60, 30 —	59, 0 —	59, 45 —	60, 47, 4	— —
60, 40 —	58, 40 —	59, 40 —	60, 37, 4	— —
60, 50 —	58, 20 —	59, 35 —	60, 27, 4	— 1
61, 0 —	58, 0 —	59, 30 —	60, 17, 4	— 3
61, 10 —	57, 40 —	59, 25 —	60, 7, 4	— 7
61, 20 —	57, 20 —	59, 20 —	59, 57, 4	— 11
61, 30 —	57, 0 —	59, 15 —	59, 47, 4	— 17
61, 40 —	56, 40 —	59, 10 —	59, 37, 4	— 25
61, 50 —	56, 20 —	59, 5 —	59, 27, 4	— 34
62, 0 —	56, 0 —	59, 0 —	59, 17, 4	— 44
62, 10 —	55, 40 —	58, 55 —	59, 7, 4	— 56
62, 20 —	55, 20 —	58, 50 —	58, 57, 4	1, 9
62, 30 —	55, 0 —	58, 45 —	58, 47, 4	1, 23
62, 37, 15	54, 45, 30	58, 41, 22	58, 41, 22	— —

§. 64. In hac igitur tabula continentur omnes casus, quibus valor β''' extra limites β' et β'' cadit; unde sequitur, dari etiam ejusmodi casus, sive relationes inter binos angulos ad basin α et β, ubi β non intra limites β' et β'', qui erant $180° - 2\alpha$ et $90° - \frac{1}{2}\alpha$, subsistunt, quibusque nihilo minus quadrisectio trianguli perfici potest. Hos igitur casus in istis limitibus non contentos in subjuncta tabula repraesentemus, quae pro singulis angulis α novos limites exhibeat, quibus etiam solutio locum habere potest, quod quidem, uti vidimus, evenire nequit, nisi angulus α intra intervallum $58°.41'.22''$ et $62°.37'.15''$ contineatur. His igitur angulis α per dena minuta prima crescentibus adjungamus limites novos, intra valores β''' et vel β' vel β'', qui illi est propior, siquidem casus intra β' et β'' jam in priori tabula continentur, atque ut haec tabula magis ad usum accommodetur, valores β''' in praecedente tabula datos suis erroribus augeamus.

Tabula

novos limites pro angulo β exhibens, quae instar supplementi spectari potest tabulae olim datae.

α	β‴	β′ vel β″
58°, 41′, 22″	62°, 37′, 15″	62°, 37′, 15″
58, 50, —	62, 28, 22	62, 20, —
59, 0, —	62, 18, 9	62, 0, —
59, 10, —	62, 7, 56	61, 40, —
59, 20, —	61, 57, 45	61, 20, —
59, 30, —	61, 47, 35	61, 0, —
59, 40, —	61, 37, 25	60, 40, —
59, 50, —	61, 27, 19	60, 20, —
60, 0, —	61, 17, 14	60, 0, —
60, 10, —	61, 7, 9	59, 55, —
60, 20, —	60, 57, 6	59, 50, —
60, 30, —	60, 47, 4	59, 45, —
60, 40, —	60, 37, 4	59, 40, —
60, 50, —	60, 27, 5	59, 35, —
61, 0, —	60, 17, 7	59, 30, —
61, 10, —	60, 7, 11	59, 25, —
61, 20, —	59, 57, 15	59, 20, —
61, 30, —	59, 47, 21	59, 15, —
61, 40, —	59, 37, 29	59, 10, —
61, 50, —	59, 27, 38	59, 5, —
62, 0, —	59, 17, 48	59, 0, —
62, 10, —	59, 8, 0	58, 55, —
62, 20, —	58, 58, 13	58, 50, —
62, 30, —	58, 48, 27	58, 45, —
62, 37, 15	58, 41, 22	58, 41, 22

§. 65. Quando angulus β intra veteres limites continetur, jam in dilucidationibus methodum facilem exposui, ex datis binis angulis α et β, eorumve cotangentibus *a* et

b, angulum ϕ, cujus tangens erat t, inveniendi; ubi simul manifestum erat, quovis casu tantum unicam solutionem locum habere posse; praeterea quoque ibi ostendi, horum amborum angulorum α et β semper alterum esse maximum, alterum vero minimum in triangulo, sive latus pro basi assumtum AB esse medium inter maximum et minimum.

§. 66. Quando autem angulus β intra limites novos continetur, tum postrema proprietas, quod latus AB sit medium, non amplius locum habet. Consideremus enim casum quo $\alpha = 61°$, et sumamus $\beta = 60°$, eritque tertius trianguli angulus $59°$, ideoque hoc casu latus AB est minimum in triangulo. Sin autem sumamus angulum $\alpha = 59°$ et $\beta = 62°.\ 10'$, erit tertius angulus $58°.\ 50'$, ideoque tam ipse quam latus oppositum, seu basis, minimum; unde intelligitur, his novis casibus latus AB semper esse minimum in triangulo. Imprimis autem circa hos novos casus notandum est, pro iis semper duas solutiones dari posse, quam ob caussam methodus supra data hic non commode in usum vocare poterit. Hic igitur exponam novam methodum, pro quolibet horum casuum ambas solutiones, quas admittunt, una operatione eliciendi.

Problema VIII.

Quando relatio inter binos angulos α et β in nova tabula continetur, invenire ambas quadrisectiones, quae locum habere possunt.

§. 67. Totum ergo negotium huc redit, ut pro datis duobus hujusmodi angulis debiti valores numerorum m et n investigentur: his enim inventis ope formulae supra datae littera $t = \frac{nna + (2 - mm)b}{mm + nn - 2}$ inveniri potest. Cum porro sit t tangens anguli Φ, triangulum rectangulum XOY determinatur. Sectio autem basis AB in punctis X et Y immediate ex numeris m et n innotescit, cum posito intervallo $XY = 1$ sit $AX = m$, $BY = n$ et tota basis $AB = m + n - 1$. Tab. II. Fig. 1.

§. 68. Inchoëmus nunc a nostris tribus speciebus principalibus, pro quarum prima erat $m = \sqrt{2}$ et $n = 1$; hic autem spectemus numerum $n = 1$, ac ponamus angulum β ipsi α in hac specie respondentem $\beta' = 180^\circ - 2\alpha = f$. Pro specie secunda, sive altera extrema, erat $n = \sqrt{2}$, cujus loco scribamus ϱ, ut sit $\varrho\varrho = 2$; angulus autem $\beta'' = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ ponatur $= g$. At pro specie tertia intermedia, pro qua erat $n = \frac{5}{4}$, valor ipsius β''', ex tabula penultima sumendus, designetur littera h. Ex his igitur definiri debet valor litterae n, qui angulo β dato respondeat.

Tab. II. Fig. 6.

§. 69. Hunc in finem valores litterae n per abscissas, valores autem anguli β per applicatas repraesentemus, ita ut sumto $AO=1$ sit $AF=f$, sumto vero $OB=\sqrt{2}=\varrho$, sit $BG=\beta''=g$, sumto denique $OC=\frac{5}{4}$ sit $CH=\beta'''=h$. Hic facile intelligitur, puncta F, H et G sita fore in certa linea curva tractu satis uniformi procedente, propterea quod intervallum f et g valde est exiguum; ac praeterea singulis abscissis unica tantum respondet applicata; sumta igitur abscissa quacunque $OX=x$, cui respondeat applicata $XY=y$, natura hujus curvae satis exacte tali aequatione exprimi poterit: $y=A+Bx+Cxx$.

§. 70. In hac ergo aequatione coëfficientes A, B, C ita comparati esse debent, ut posito $x=1$, fiat $y=f$, sumta vero abscissa $x=\frac{5}{4}$, fiat $y=h$, ac tandem sumta abscissa $x=\sqrt{2}$, ut fiat $y=g$. Hinc ergo oriuntur tres sequentes aequationes:

$$\text{I)}\quad f=A+B+C,$$

$$\text{II)}\quad h=A+\tfrac{5}{4}B+\tfrac{25}{16}C,$$

$$\text{III)}\quad g=A+\varrho B+\varrho\varrho C,$$

unde elicimus sequentes valores pro litteris A, B, C:

$$B=\frac{9(g-f)-16(h-f)}{9\varrho-13}=\frac{7f+9g-16h}{9\varrho-13},$$

$$C=(g-f)-(\varrho-1)B,$$

$$A=f-B-C.$$

Praestabit enim in praxi his formulis uti, potius quam

iis qui, omnibus ad eundem denominatorem reductis, prodirent. Ubi notasse juvabit esse proxime $9\varrho - 13 = -0{,}2720776$, hincque $\frac{1}{9\varrho - 13} = -3{,}6754175$; tum vero erit $\varrho - 1 = 0{,}4142136$.

§. 71. Calculus autem commodior reddetur, cum valores *f*, *g*, *h* circa 60° subsistant et intra sat arctos limites contineantur, si applicatae *f*, *g*, *h* 60 gradibus diminuantur, earumque loco sive excessus supra 60°, sive defectus infra 60° in minutis primis exprimantur, quibus minuta secunda in partibus decimalibus adjungi possunt; tum vero etiam ipsam applicatam *y*, quae verum valorem anguli $B = \beta$ refert, pariter 60° gradibus diminui debebit.

§. 72. Postquam autem valores litterarum A, B, C fuerint inventi, tribuatur applicatae *y* angulus $B = \beta$ datus, atque ex aequatione secundi gradus $y = A + Bx + Cxx$ quaerantur binae radices pro *x*, quae dabunt binos valores pro numero *n*, unde simul alter numerus *n* innotescet, quibus cognitis statim divisio basis AB in punctis *x* et *y*, hincque porro angulus Φ, cujus tangens *t*, facile reperientur; ubi meminisse oportet, litteras *a* et *b* designare cotangentes angulorum *α* et *β*, hocque ergo modo duplex solutio una operatione obtinebitur — Haec exemplo illustrari conveniet.

Exemplum

Propositum sit triangulum, cujus alter angulus $A = \alpha = 59^\circ$, *alter vero* $B = 62^\circ, 10'$, *pro quo duplicem quadrisectionem trianguli quaeri oporteat.*

§. 73. Pro hoc ergo angulo $\alpha = 59^\circ$ habemus $\beta' = 62^\circ$; $\beta'' = 60^\circ, 30'$, $\beta''' = 62^\circ, 18', 9''$; unde rejectis 60 gradibus, erit $f = 120'$; $g = 30'$; $h = 138, 150'$; praeterea vero erit $y = 130'$. Hinc igitur primo quaeramus pro littera B numeratorem, qui erit $7f + 9g - 16h = -1100{,}40$, qui ductus in $-3{,}6754175$ praebet $B = +4044{,}430$. Hinc erit porro $C = -1765{,}258$, ideoque $A = -2159{,}172$. His substitutis aequatio quadratica, pro determinatione valorum x §. 69 exhibita, ita se habet:

$$130 = -2159{,}172 + 4044{,}430 \,.\, x - 1765{,}258 \,.\, xx$$

ex qua fit $x = \frac{2022{,}215 \pm \sqrt{(2022{,}215)^2 - (2289{,}172)(1765{,}258)}}{1765{,}258}$, qua forma, pro ratione ambiguitatis signorum evoluta, nanciscimur

$$x = \begin{cases} 1{,}27015 \\ 1{,}02097. \end{cases}$$

§. 74. Invento igitur hoc duplici valore abscissae $OX = x$ nacti sumus simul binos valores pro littera n, quibus cognitis etiam valores alterius litterae m innotescunt, cum sit $m = n - 1 + \sqrt{6 - 4n}$. His autem determinatis vi problematis VIII, quadrisectio ita instituitur, ut fiat pro sectione basis $AX = m$, $BY = n$, tota basis

$AB = m + n - 1$; et pro angulo Φ, tag. $\Phi = \frac{nna + (2 - mm)b}{mm + nn - 2}$. Duplicem hanc quadripartitionem in sequenti tabula ob oculos ponemus.

Data	Solutio I.	Solutio II.
AB	1,4991	1,4262
AX	1,2290	1,4052
BY	1,2701	1,0210
XY	1,0000	1,0000
Φ	47°, 32′, 14″	32°, 10′, 23″

Utriusque indoles et constructio ex figura 7 et 8 apparet. Tab. II. Fig. 7,8.

DECAS

PROBLEMATUM GEOMETRICORUM;

EX METHODO TANGENTIUM INVERSA, RADIUM OSCULI SPECTANTIUM.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhib. die 13. Junii 1799.

Problema I.

Tab. I. Fig. 5. §. 1. *Invenire curvam* AY, *ad punctum fixum* C *relatam, in cujus quolibet puncto* Y *radius osculi* YR *aequalis sit rectae* CY *ex puncto fixo* C *eductae.*

Solutio.

Vocentur radius osculi $YR = r$, recta $CY = z$, perpendiculum ex C in tangentem YT demissum $CT = t$, ductaque per punctum C, pro arbitrio, axe DE, sit angulus $DCY = \Phi$; eritque pro puncto curvae proximo y angulus $YCy = \partial\Phi$, perpendiculum ex Y in Cy demissum $Yz = z\partial\Phi$ et $zy = \partial z$, unde fit elementum arcus $Yy = \partial s = \sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}$. Tum vero ob triangula Yyz

et CTY similia erit $Yy : Yz = CY : CT$, ergo $CT = \frac{CY \cdot Yz}{Yy}$, hoc est $t = \frac{zz\partial\phi}{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\phi^2}}$. Constat autem esse radium osculi $r = \frac{z\partial z}{\partial t}$, unde, cum pro adimplenda conditione problematis fieri debeat $r = \frac{z\partial z}{\partial t} = z$, sequitur fore $\partial t = \partial z$, ideoque $t = z - 2a$, denotante $2a$ constantem arbitrariam per integrationem ingressam. Habemus igitur

$$t = z - 2a = \frac{zz\partial\phi}{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\phi^2}}$$

ex qua aequatione reperitur $\partial\phi = \pm\frac{(z-2a)\partial z}{2z\sqrt{az - aa}}$, unde integrando assequimur

$$\phi = \sqrt{\frac{z-a}{a}} - 2 \text{ Arc. tang. } \sqrt{\frac{z-a}{a}}.$$

Hinc si ponatur $\sqrt{\frac{z-a}{a}} = -$ tang. ω, adjecto arcu quodam constante α, erit

$$\phi = \alpha + 2\omega - \text{tang.}\,\omega,$$

$$z = a \sec. \omega^2.$$

Dantur igitur z et ϕ per eandem variabilem ω, unde curva problemati proposito satisfaciens facile construi poterit.

Alia solutio.

Quod si eadem quaeratur curva, ad axem fixum DE relata, ope coordinatarum $CX = x$, $XY = y$, posito $y = ux$ et $\partial y = p\partial x = u\partial x + x\partial u$, erit $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$; tum vero quoque erit recta $CY = \sqrt{xx+yy} = x\sqrt{1+uu}$; unde con-

ditio problematis YR $=$ CY ad hanc perducit aequationem differentialem:

$$\frac{\partial n}{(1+pp)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\partial u}{(p-u)\sqrt{1+uu}}$$

in qua variabilium separandarum causa ponatur $u = \frac{p-v}{1+pv}$, ita ut sit

$$1^\circ)\ \partial u = \frac{\partial p(1+vv) - \partial v(1+pp)}{(1+pv)^2}$$

$$2^\circ)\ p - u = \frac{v(1+pp)}{1+pv}$$

$$3^\circ)\ \sqrt{1+uu} = \frac{\sqrt{1+vv}\sqrt{1+pp}}{1+pv}$$

quibus valoribus substitutis nanciscimur hanc aequationem separatam: $\frac{\partial p}{1+pp} = \frac{\partial p}{(\sqrt{1+vv}-v)\sqrt{1+vv}}$, quam ita commodius repraesentare licet:

$$\frac{\partial p}{1+pp} = \frac{\partial v(\sqrt{1+vv}+v)}{\sqrt{1+vv}} = \partial v + \frac{v\partial v}{\sqrt{1+vv}}$$

unde sumtis integralibus utrinque prodit

$$\text{Arc tang. } p = v + \sqrt{1+vv}.$$

Statuatur jam $v + \sqrt{1+vv} = \theta$, ita ut sit $p = \text{tang. } \theta$ et $v = \frac{\theta\theta - 1}{2\theta}$, eritque

$$u = \frac{p-v}{1+pv} = \frac{2\theta \text{ tang. } \theta - (\theta\theta - 1)}{2\theta + (\theta\theta - 1)\text{ tang. } \theta}$$

$$p - u = \frac{\theta\theta - 1}{\cos.\ \theta^2 (2\theta + (\theta\theta - 1)\text{ tang. } \theta)}:$$

Cum igitur supra invenerimus

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u} = \frac{\partial p}{p-u} - \frac{(\partial p - \partial u)}{p-u}$$

sumtis integralibus erit

$$lx(p-u) - \int \frac{\partial p}{p-u} = \int \frac{\partial\theta(2\theta + (\theta\theta - 1)\text{ tang. } \theta)}{\theta\theta - 1}$$

sive $lx\ (p-u) = lb + l\ (\theta\theta - 1) - l \cos.\ \theta$

ideoque, si ad numeros surgamus, habebimus

$$x(p-u) = \frac{b(\theta\theta - 1)}{\cos. 1}$$

hincque reperiuntur coordinatae x et $y = ux$; erit enim

$$x = b(2\theta \cos.\theta + (\theta\theta - 1)\sin.\theta)$$
$$y = b(2\theta \sin.\theta - (\theta\theta - 1)\cos.\theta)$$

quorum valorum ope curva pariter facile construi poterit.

Scholion.

§. 2. Hanc posteriorem solutionem, cui praecedens, ob summam simplicitatem, longe est anteferenda, ideo potissimum hic adjeci, quod variis transformationibus et artificiis calculi ansam praebuit; tum vero, quod ejus consensus cum priori solutione non facile perspicitur, cum tamen utriusque perfecta identitas sequenti modo satis commode ostendi queat. Ex valoribus enim pro x et y inventis statim sequitur fore

$$z = \sqrt{xx + yy} = b(\theta\theta + 1)$$
$$\text{tang.}\,\Phi = -\frac{y}{x} = -\frac{2\theta \sin.\theta + (1 - \theta\theta)\cos.\theta}{2\theta \cos.\theta - (1 - \theta\theta)\sin.\theta}.$$

Sumto igitur $b = a$ et $\theta = \text{tang.}\,\omega$, ita ut sit $\theta\theta + 1 = \frac{1}{\cos.\omega^2}$ sec. ω^2 et $1 - \theta\theta = \frac{\cos. 2\omega}{\cos.\omega^2}$, fiet

$$\text{tang.}\,\Phi = -\frac{\cos.(2\omega - \theta)}{\sin.(2\omega - \theta)} = -\cot.(2\omega - \theta), \text{ ergo}$$
$$\Phi = -90^\circ + 2\omega - \text{tang.}\,\omega$$
$$z = a \sec.\omega^2$$

ut in priore solutione.

*

Problema II.

Tab. I. Fig. 6. §. 3. *Invenire curvam* AY *ad axem* CD *relatam, cujus radius osculi* YR *in singulis punctis* Y *sit ad partem ei respondentem axis* CN *in data ratione* $1:n$, *existente* C *puncto fixo in axe.*

Solutio.

Si hoc problema more solito, ope expressionum pro radio osculi et subnormali curvae quaesitae, resolvere vellemus, in calculos inextricabiles illaberemur, cum tamen totum negotium facillime sequenti modo perficere liceat. Sit AR curvae quaesitae AY evoluta, vocenturque ejus coordinatae $CX = x$, $XR = y$ et arcus $AR = s$, positoque $\partial y = p\partial x$ erit subtangens $NX = \frac{y}{p}$; radius osculi vero $YR = \text{arc.}\, AR = s$; tum vero $CN = CX - NX = x - \frac{y}{p}$. Conditio igitur problematis: $nYR = CN$ manuducit ad hanc aequationem: $ns = x - \frac{y}{p}$, unde differentiando reperitur

$$n\partial s = n\partial x \sqrt{1 + pp} = \partial x - \left(\frac{p\partial y - y\partial p}{pp}\right)$$

quae aequatio, ob $\partial x = \frac{\partial y}{p}$, abit in hanc: $\frac{n\partial y \sqrt{1+pp}}{p} = \frac{y\partial p}{pp}$, et separando variabiles erit $\frac{n\partial y}{y} = \frac{\partial p}{p\sqrt{1+pp}}$; unde sumtis integralibus sequitur fore

$$nly = lc + l\frac{p}{1 + \sqrt{1 + pp}}$$

ita ut, ad numeros regrediendo, habeamus $y^n = \frac{cp}{1+\sqrt{1+pp}}$.

Hinc igitur nanciscimur $p = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2cy^n}{cc - y^{2n}}$, unde prodit $\partial x = \frac{\partial y (cc - y^{2n})}{2cy^n}$, cujus integrale est

$$x = \frac{cy^{1-n}}{2(1-n)} - \frac{y^{1+n}}{2c(1+n)}.$$

Ope igitur hujus aequationis evoluta AY facile construitur, qua inventa facile erit curvam problemati proposito satisfacientem describere.

Problema III.

§. 4. *Invenire curvam ad punctum fixum* C *relatam, in qua differentia inter radium osculi* YR *et rectam* CR *sit ubique eadem.* Tab. I. Fig. 5.

Solutio.

Vocentur radius osculi YR $= r$, recta CY $= z$, perpendiculum in tangentem CT $= t$, differentia constans CR — YR $= a$, eritque CR $= a + r$, hinc

$$\cos. \text{CYR} = \frac{zz - aa - 2ar}{2zr} = \frac{t}{z}$$

unde fit radius osculi $r = \frac{z\partial z}{\partial t} = \frac{zz - aa}{2(a+t)}$, hincque prodit haec aequatio separata: $\frac{\partial t}{a+t} = \frac{2z\partial z}{zz - aa}$, cujus integrale est

$$lb + l(a+t) = l(zz - aa)$$

unde ad numeros surgendo adipiscimur

$$b(a+t) = zz - aa$$

sicque habebimus

$$t = \frac{zz - aa - ab}{b} = \frac{zz\partial\Phi}{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}} \quad (§. 1.)$$

ex qua aequatione colligitur fore

$$\partial\Phi = \frac{(zz - aa - ab)\,\partial z}{z\sqrt{bbzz - (zz - aa - ab)^2}}.$$

Quantitas irrationalis in denominatore ad formam $\sqrt{(zz-\alpha)(\beta-zz)}$ reducitur, ponendo $\alpha = aa$ et $\beta = (a + b)^2 = cc$. Statuatur igitur

$$\sqrt{(zz - \alpha)(\beta - zz)} = (\beta - zz)\,u,$$

quo $\partial\Phi$ rationaliter exprimatur, eritque

$$zz = \frac{\alpha + \beta uu}{1 + uu} = \frac{aa + ccuu}{1 + uu}$$

sumtisque differentialibus logarithmicis fiet

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{ccu\partial u}{aa + ccuu} - \frac{u\partial u}{1 + uu}.$$

Praeterea vero erit $zz - aa - ab = \frac{bcuu - ab}{1 + uu}$ et

$$\sqrt{bbzz - (zz - aa - ab)^2} = \frac{u\,(cc - aa)}{1 + uu}$$

quibus valoribus in $\partial\Phi$ substitutis emanat forma rationalis sequens:

$$(cc - aa)\,\partial\Phi = \frac{cc\,(bcuu - ab)\,\partial u}{aa + ccuu} - \frac{(bcuu - ab)\,\partial u}{1 + uu}$$

pro qua integranda notetur esse

$$bc\int\frac{ccuu\partial u}{aa + ccuu} = bc\int\partial u - bc\int\frac{aa\partial u}{aa + ccuu}$$
$$bc\int\frac{uu\partial u}{1 + uu} = bc\int\partial u - bc\int\frac{\partial u}{1 + uu}$$

unde partes integralis quaesiti erunt

$$bc\int\frac{ccuu\partial u}{aa + ccuu} = bcu - ab\text{A tang. }\frac{cu}{a}$$
$$ab\int\frac{cc\partial u}{aa + ccuu} = bc\text{A tang. }\frac{cu}{a}$$
$$bc\int\frac{uu\partial u}{1 + uu} = bcu - bc\text{A tang. }u$$
$$ab\int\frac{\partial u}{1 + uu} = ab\text{A tang. }u$$

hincque colligitur

$$(cc - aa) \cdot \Phi = b(a + c)(\text{A tang. } u - \text{A tang. } \tfrac{cu}{a}).$$

Est vero $cc - aa = b(2a + b) = b(a + c)$, ideoque

$$\Phi = \text{A tang. } u - \text{A tang. } \tfrac{cu}{a};$$

$$z = \sqrt{\frac{aa + ccuu}{1 + uu}}.$$

Cum igitur invenerimus utramque variabilem z et Φ per u expressam, curva construi poterit, et problema est solutum.

Ad curvam accuratius cognoscendam notasse juvabit, ob $uu = \frac{zz - aa}{cc - zz}$, fore

$$\Phi = \text{A tang. } \frac{-bu}{a + cuu} = -\text{A tang. } \frac{\sqrt{(zz - aa)(cc - zz)}}{ac + zz},$$

sive concinnius $\Phi = -\text{Arc. cos. } \frac{ac + zz}{(a + c)z}$, unde concludimus fore

$$ac + zz = -(a + c)z \cos. \Phi.$$

Est vero $z \cos. \Phi = -x$ et $zz = xx + yy$, quibus valoribus substitutis inter ipsas coordinatas x et y haec resultat aequatio:

$$yy = -ac + (a + c)x - xx,$$

quae est pro circulo radio $\frac{c - a}{2}$ descripto, existente puncto C in diametro producto, ad distantiam a centro $= \frac{c + a}{2}$, praeter quem igitur nulla alia curva problemati satisfacit.

Problema IV.

§. 5. *Invenire curvam* AY *ad punctum fixum* C *relatam, in qua radius osculi* YR *sit ad rectam* CR *ubique in eadem ratione* $n : 1$. Tab. I. Fig. 5.

Solutio.

Servatis denominationibus hactenus adhibitis, ob $CR = nr$ ex triangulo CRY erit

$$\cos. CYR = \frac{zz + rr - nnrr}{2zr} = \frac{t}{z}.$$

Hinc, posito brevitatis gratia $1 - nn = m$, exoritur haec aequatio: $zz + mrr = 2tr$, ex qua invenitur radius osculi

$$r = \frac{z\partial z}{\partial t} = \frac{t + \sqrt{tt - mzz}}{m}$$

ita ut habeamus hanc aequationem:

$$mz\partial z = t\partial t + \partial t\sqrt{tt - mzz}$$

quae nobis praebet $-\partial t = \frac{t\partial t - mz\partial z}{\sqrt{tt - mzz}}$, unde integrando elicitur

$$a - t = \sqrt{tt - mzz}$$

hincque porro sequitur fore

$$t = \frac{aa + mzz}{2a} = \frac{zz\partial\Phi}{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}} \quad (\S.\ 1.)$$

quae aequatio suppeditat

$$\partial\Phi = \frac{(aa + mzz)\,\partial z}{z\sqrt{4aazz - (aa + mzz)^2}}.$$

Ad hanc formam rationalem reddendam sit

$$4aazz - (aa + mzz)^2 = (mzz - \alpha aa)(\beta aa - mzz)$$

factaque evolutione fiet

$$4aazz - a^4 - 2maazz = maa(\alpha + \beta)zz - \alpha\beta a^4$$

unde patet fieri debere $\alpha + \beta = \frac{4}{m} - 2$ et $\alpha\beta = 1$, hincque $\alpha = \frac{2 - m - 2n}{m}$ et $\beta = \frac{2 - m + 2n}{m}$, sive, ob $m = 1 - nn$, erit $\alpha = \frac{1 - n}{1 + n}$ et $\beta = \frac{1 + n}{1 - n}$. Statuatur nunc porro

$$\sqrt{(mzz - \alpha aa)(\beta aa - mzz)} = (\beta aa - mzz)\,u$$

ita ut evadat $mzz = \frac{aa(\alpha + \beta uu)}{1 + uu}$, ex quo valore deducuntur sequentes:

$$aa + mzz = \frac{aa((1 + \alpha) + (1 + \beta) uu)}{1 + uu}$$
$$\beta aa - mzz = \frac{aa(\beta - \alpha)}{1 + uu}$$
$$\frac{\partial z}{z} = \frac{(\beta - \alpha) u\partial u}{(\alpha + \beta uu)(1 + uu)}$$

hisque valoribus substitutis rationaliter habebimus differentiale

$$\partial\phi = \frac{(1 + \alpha + (1 + \beta) uu) \partial u}{(\alpha + \beta uu)(1 + uu)}$$

quod ita in partes dispescitur:

$$(\beta - \alpha) \partial\phi = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \partial u (1 + \alpha + (1 + \beta) uu)}{\alpha + \beta uu} \\ - \frac{\partial u (1 + \alpha + (1 + \beta) uu}{1 + uu} \end{array} \right\}$$

pro cujus integrali investigando notetur esse

$$\int \frac{\beta \partial u}{\alpha + \beta uu} = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \text{ A tang. } u \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$$
$$\int \frac{\beta uu \partial u}{\alpha + \beta uu} = u - \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \text{ A tang. } u \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$$
$$\int \frac{\partial u}{1 + uu} = \text{A tang. } u$$
$$\int \frac{uu \partial u}{1 + uu} = u - \text{A tang. } u$$

hincque, ob $\beta = \frac{1}{\alpha}$, ideoque $(1 + \alpha) \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} - (1 + \beta) \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{1 - \alpha\alpha}{\alpha} = \beta - \alpha$, facta divisione per $\beta - \alpha$ exorietur integrale

$$\phi = \text{A tang. } u + \text{A tang. } \frac{u}{\alpha}.$$

Solutio igitur nostri problematis, his binis formulis continetur:

$$z = \frac{a}{1 - nn} \sqrt{\frac{(1 - n)^2 + (1 + n)^2 uu}{1 + uu}};$$
$$\phi = \text{A tang. } u + \text{A tang. } \frac{1 + n}{1 - n} u.$$

Corollarium I.

§. 6. Casus simplicissimus, quo $n = 1$, peculiarem evolutionem postulat: eum enim ex his formulis repetere non licet. Cum ergo hoc casu sit cos. CYR $= \frac{z}{2r} = \frac{t}{z}$, erit $r = \frac{zz}{2t} = \frac{z\partial z}{\partial t}$, ideoque $\frac{\partial t}{t} = \frac{2\partial z}{z}$ et $la + lt = lzz$, sive $at = zz = \frac{azz\partial\Phi}{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}}$, hinc $\partial\Phi = \frac{\pm\partial z}{\sqrt{aa - zz}}$, ideoque vel $\Phi = A \sin. \frac{z}{a}$, vel $\Phi = A \cos. \frac{z}{a}$. Ex postremo valore sequitur $\cos. \Phi = \frac{x}{z} = \frac{z}{a}$, unde fit $ax = zz = xx + yy$, aequatio pro circulo radio $\frac{1}{2}a$ per punctum C descripto.

Corollarium 2.

§. 7. Si hic aequationem inter coordinatas $CX = x$, $XY = y$, eodem modo, quo in praecedente problemate usi sumus, quaerere vellemus, in calculos satis molestos illaberemur. Notetur autem formulae differentialis hujus:

$$\partial\Phi = \frac{(A + Bzz)\partial z}{z\sqrt{DDzz - (A + Bzz)^2}}$$

integrale fore $\cos. \Phi = \frac{A - Bzz}{z\sqrt{DD - 4AB}}$. Cum igitur invenerimus

$$\partial\Phi = \frac{(aa + mzz)\partial z}{z\sqrt{4aazz - (aa + mzz)^2}}$$

sumto $A = aa$, $B = m$ et $D^2 = 4aa$, erit

$$\cos. \Phi = \frac{aa - mzz}{z\sqrt{4aa - 4aam}} = \frac{aa - (1 - nn)zz}{2naz}$$

ita ut habeamus hanc aequationem:

$$2naz \cos. \Phi = aa - (1 - nn)zz$$

quae, si loco a scribatur $c(1 - nn)$, tum vero $z \cos. \Phi = -x$

et $zz = xx + yy$, sequentem induit formam:

$$yy = cc(1 - nn) + 2ncx - xx$$

aequatio pro circulo radio c descripto, existente puncto fixo C in diametro ad distantiam a centro $= nc$. Posito $n = 1$ habebitur aequatio corollarii primi.

Corollarium 3.

§. 8. Revertamur ad aequationem nostram fundamentalem (§. 5.)

$$mz\partial z = t\partial t + \partial t \sqrt{tt - mzz}$$

cui manifesto satisfit ponendo $tt = mzz$, unde fit $t = z\sqrt{m} = z\sqrt{1-nn}$, ita ut sit sin. CYT $= \frac{t}{z} = \sqrt{1-nn}$, ideoque angulus CYT constans, quae est proprietas Logarithmicae spiralis. Inter curvas igitur problemati satisfacientes, praeter circulum, quoque reperitur spiralis logarithmica, dummodo fuerit $n \lessgtr 1$.

Problema V.

§. 9. *Invenire curvam* AY *ad punctum fixum* C *relatam, in qua radius osculi* YR *ad partem tangentis* YT *sit ubique in eadem ratione* $1 : n$. Tab. I. Fig. 5.

Solutio.

Vocetur angulus YCT $= \zeta$, eritque YT $= z$ sin. ζ, $t = z$ cos. ζ, hincque $\partial t = \partial z$ cos. $\zeta - z\partial\zeta$ sin. ζ, unde re-

peritur $r = \frac{z\partial z}{\partial t} = \frac{z\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta}$. Cum igitur esse debeat $nr = YT$, habebimus hanc aequationem:

$$\frac{nz\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta} = z \sin.\zeta$$

ex qua constituitur ista:

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\zeta \sin.\zeta^2}{\sin.\zeta \cos.\zeta - n} = \frac{\partial\zeta\,(1 - \cos.2\zeta)}{\sin.2\zeta - 2n}$$

Tum vero ob $zy : Yz = YT : CT = \text{tang.}\,\zeta : 1$, erit

$$\partial\phi = \frac{\partial z}{z \,\text{tang.}\,\zeta} = \frac{\partial\zeta \sin.2\zeta}{\sin.2\zeta - 2n}.$$

Ex priore sequitur fore

$$lz = -\tfrac{1}{2}\,l\,(\sin.2\zeta - 2n) - \tfrac{1}{2}\int\frac{2\partial\zeta}{2n - \sin 2\zeta}$$

ex altera vero $\phi = \zeta - n\int\frac{2\partial\zeta}{2n - \sin.2\zeta}$. Sit $2\zeta = 90^\circ - \eta$, eritque $\int\frac{2\partial\zeta}{2n - \sin.2\zeta} = -\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta}$. Ponatur tang. $\tfrac{1}{2}\eta - q$, fiet $\partial\eta = \frac{2\partial q}{1 + qq}$ et $\cos.\eta = \frac{1 - qq}{1 + qq}$, quibus substitutis erit

$$\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta} = \int\frac{2\partial q}{2n - 1 + (2n + 1)qq}$$

cujus integrale duplici modo exhiberi potest: 1°) si $n > \tfrac{1}{2}$, habebimus

$$\int\frac{2\partial q}{(2n - 1) + (2n + 1)qq} = \frac{2}{\sqrt{4nn - 1}}\,\text{Arc. tang.}\,\sqrt{\frac{2n + 1}{2n - 1}}\,.\,q.$$

2°) Si $n < \tfrac{1}{2}$, habebimus

$$\int\frac{2\partial q}{(2n - 1) + (2n + 1)qq} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4nn}}\;l\;\frac{q\sqrt{1 + 2n} - \sqrt{1 - 2n}}{q\sqrt{1 + 2n} + \sqrt{1 - 2n}}$$

Duplicem igitur solutionem nacti sumus, quarum prior, pro casu $n > \tfrac{1}{2}$, his formulis continetur:

$$lz = l\,\frac{b}{\sqrt{2n - \sin.2\zeta}} + \frac{1}{\sqrt{4nn - 1}}\,\text{A tang.}\left[\sqrt{\frac{2n + 1}{2n - 1}}\,.\,\text{tg.}\,(45^\circ - \zeta)\right];$$

$$\phi = \beta + \zeta + \frac{n}{\sqrt{4nn - 1}}\,\text{A tang.}\left[\sqrt{\frac{2n + 1}{2n - 1}}\,.\,\text{tang.}\,(45^\circ - \zeta)\right];$$

alteram, pro casu $n < \tfrac{1}{2}$ exhibent formulae

$$z = \frac{a\left(\sqrt{1+2n\,\text{tang.}\,(45^\circ-\zeta)}-\sqrt{1-2n}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{1-4nn}}}}{(\sin.\,2\zeta-2n)^{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1+2n\,\text{tang.}\,(45^\circ-\zeta)}-\sqrt{1-2n}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{1-4nn}}}}$$

$$\Phi = \alpha+\zeta+\frac{n}{\sqrt{1-4nn}}\,l\,\frac{\sqrt{1+2n}\,.\,\text{tang.}\,(45^\circ-\zeta)-\sqrt{1-2n}}{\sqrt{1+2n}\,.\,\text{tang.}\,(45^\circ-\zeta)-\sqrt{1-2n}}.$$

Corollarium.

§. 10. Sit $n=\frac{1}{2}$, quem casum ex neutra solutionum modo traditarum immediate derivare licet. Cum autem sit

$$lz = \tfrac{1}{2}\,l\,\frac{b}{1-\sin.\,2\zeta}-\int\frac{\partial z}{1-\sin.\,2\zeta}$$

$$\Phi = \beta+\zeta-\int\frac{\partial\zeta}{1-\sin.\,2\zeta}$$

absoluta integratione habebimus

$$lz = l\gamma\,\sec.\,(45^\circ+\zeta)-\tfrac{1}{2}\,\text{tang.}\,(45^\circ+\zeta)$$

$$\Phi = \beta+\zeta-\tfrac{1}{2}\,\text{tang.}\,(45^\circ+\zeta)$$

tum vero erit $x=-z\cos.\,\gamma$ et $y=z\sin.\,\Phi$.

Problema VI.

§. 11. *Invenire curvam* AY, *ad punctum fixum* C *relatam, in qua ubique radius osculi* YR *sit ad arcum* AY *ut* YT *ad* CT. Tab. I. Fig. 5.

Solutio.

Cum sit YT : CT $=\sin.\,\zeta:\cos.\,\zeta$, ex conditione problematis sequitur fieri debere $\frac{r}{s}=\text{tang.}\,\zeta$. Statuatur igi-

tur $r = wz \sin.\zeta$ et $s = wz \cos.\zeta$, ut conditio praescripta adimpleatur. Quoniam vero $r = \frac{z\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta}$ (§. 9.), habebimus $\frac{\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta} = w \sin.\zeta$, ex qua aequatione sequitur $\frac{\partial z}{z} = -\frac{w\partial\zeta \sin.\zeta^2}{1 - w \sin.\zeta \cos.\zeta}$. Tum vero, quoniam

$$Yy : yz = CY : TY = 1 : \sin.\zeta$$

in genere erit $\partial s = \frac{\partial z}{\sin.\zeta}$. Cum igitur sit

$$\partial s = z\partial w \cos.\zeta + w\partial z \cos.\zeta - wz\partial\zeta \sin.\zeta$$

pro $\frac{\partial z}{z}$ alia emergit expressio

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial w \sin.\zeta \cos.\zeta - w\partial\zeta \sin.\zeta^2}{1 - w \sin.\zeta \cos.\zeta}$$

quae quoniam priori debet esse aequalis, facile perspicitur fieri debere $\partial w = 0$, ideoque w quantitas constans. Sit igitur $w = \frac{1}{n}$, eritque

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\zeta \sin.\zeta^2}{\sin.\zeta \cos.\zeta - n} = \frac{\partial\zeta (1 - \cos.2\zeta)}{\sin.2\zeta - 2n}$$

$$\partial\Phi = \frac{\partial z}{z \tang.\zeta} = \frac{\partial\zeta \sin.2\zeta}{\sin.2\zeta - 2n}.$$

Hinc autem sequitur fore, ut in problemate praecedente:

1°) Si $n > \frac{1}{2}$:

$$lz = l\frac{b}{\sqrt{2n - \sin.2\zeta}} + \frac{1}{\sqrt{4nn - 1}} \text{A tang.} \left[\sqrt{\tfrac{2n+1}{2n-1}} \text{tang.} (45^\circ - \zeta)\right]$$

$$\Phi = \beta + \zeta + \frac{n}{\sqrt{nn - 1}} \text{A tang.} \left[\sqrt{\tfrac{2n+1}{2n-1}} \text{tang.} (45^\circ - \zeta)\right]$$

tum vero 2°) Si $n < \frac{1}{2}$:

$$z = \frac{a[\sqrt{1 + 2n}.\text{tang.}(45^\circ - \zeta) - \sqrt{1 - 2n}]^{1:2\sqrt{1-4nn}}}{\sqrt{\sin.2\zeta - 2n}.[\sqrt{1 + 2n}.\text{tang.}(45^\circ - \zeta) + \sqrt{1 - 2n}]^{1:2\sqrt{1-4nn}}}$$

$$\Phi = \alpha + \zeta + \frac{n}{\sqrt{1 - 4nn}}\, l \frac{\sqrt{1+2n}.\text{tang.}(45^\circ - \zeta) - \sqrt{1-2n}}{\sqrt{1+2n}.\text{tang.}(45^\circ - \zeta) + \sqrt{1-2n}}.$$

Corollarium I.

§. 12. Hinc igitur sequitur, in qua curva fuerit $YR:YT = 1:n$, in eadem quoque fore $YR:TY = vAY:CT$; et vicissim, in qua curva fuerit $YR:YT = AY:CT$, in eadem quoque fore $YR:YT = 1:n$, nec non, utroque casu $AY:CT = 1:n$.

Corollarium 2.

§. 13. Porro vero, cum posuerimus (§. 11.) $r = wz \sin. \zeta$ et $s = wz \cos. \zeta$, ob $w = \frac{1}{n}$ erit $r = \frac{z \sin. \zeta}{n}$ et $s = \frac{z \cos. \zeta}{n}$, hincque $rr + ss = \frac{zz}{nn}$. Unde sequitur: in qua curva fuerit vel $YR:YT = AY:CT$, vel $YR:YT = 1:n$, vel etiam $AY:CT = 1:n$, in eadem curva quoque fore $YR^2 + AY^2 : CY^2 = 1:nn$; at non vicissim. Ex solutione enim sequentis problematis patebit non omnes curvas, huic postremae conditioni satisfacientes, quoque praeditas esse proprietatibus in problemate quinto et sexto stabilitis.

Problema VII.

§. 14. *Invenire curvam* AY *ad punctum fixum* C *relatam, in qua summa quadratorum radii osculi et arcus ad quadratum rectae ex puncto fixo eductae sit ubipue in eadem ratione* $1:nn$. Tab. I. Fig. 5.

Solutio.

Cum igitur esse debeat $rr + ss = \frac{zz}{nn}$, huic condi-

tioni satisfiet ponendo $nr = z \cos.\psi$ et $ns = z \sin.\psi$; tum autem erit $nr = \frac{nz\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta} = z \cos.\psi$

$$n\partial s = \partial z \sin.\psi + z\partial\psi \cos.\psi = \frac{n\partial z}{\sin.\zeta}.$$

Ex illa aequatione elicitur $\frac{\partial z}{z} = - \frac{\partial\zeta \sin.\zeta \cos.\psi}{n - \cos.\zeta \cos.\psi}$, ex hac vero emergit $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\psi \sin.\zeta \cos.\psi}{n - \sin.\zeta \sin.\psi}$, qui ambo valores, cum debeant esse inter se aequales, suppeditant istam aequationem: $\partial\psi(n - \cos.\zeta \cos.\psi) + \partial\zeta(n - \sin.\zeta \sin\psi) = 0$, quae in hanc transfunditur:

$$\left.\begin{array}{l} + \partial\psi\,[n - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi - \zeta) - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi + \zeta)] \\ + \partial\zeta\,[n - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi - \zeta) + \tfrac{1}{2}\cos.(\psi + \zeta)] \end{array}\right\} = 0.$$

Ponatur nunc $\psi - \zeta = \eta$ nt $\psi + \zeta = \theta$, et aequatio induit hanc formam simpliciorem:

$$2n\partial\theta - \partial\theta \cos.\eta - \partial\eta \cos.\theta = 0,$$

ex qua sequitur fore $\int\frac{\partial\theta}{\cos.\theta} = \int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta}$. Novimus autem esse

$$\int\frac{\partial\theta}{\cos.\theta} = l\,\text{tag.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\theta)$$

$$\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta} = \frac{2}{\sqrt{4nn - 1}}\,\text{A tag.}\,[\sqrt{\tfrac{2n+1}{2n-1}}\,\text{tag.}\,\tfrac{1}{2}\eta]$$

casu quo $n > \frac{1}{2}$, sive

$$\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4nn}}\; l\,\frac{\sqrt{1+2n}\,.\,tg.\tfrac{1}{2}\eta - \sqrt{1-2n}}{\sqrt{1+2n}\,.\,tg.\tfrac{1}{2}\eta + \sqrt{1-2n}}$$

casu quo $n < \frac{1}{2}$. Hos igitur binos casus seorsim evolvi conveniet. Priusquam autem hanc evolutionem specialem incipiamus, sequentia adhuc in genere sunt notanda.

Ex aequatione illa inter θ et η deducitur $\partial\eta = \frac{\partial\theta(2n - \cos.\eta)}{\cos.\theta}$, hincque, ob $\zeta = \frac{\theta - \eta}{2}$, fiet

$\partial\zeta = \frac{\partial\theta - \partial\eta}{2} = \frac{\partial\theta(\cos.\theta + \cos.\eta - 2n)}{2\cos.\theta}$. At vero est $\cos.\theta + \cos.\eta = 2\cos.\frac{\theta+\eta}{2} = 2\cos.\psi\cos.\zeta$, unde sequitur fore $\partial\zeta = \frac{\partial\theta(\cos.\psi\cos.\zeta - n)}{\cos.\theta}$. Hinc autem sponte resultat $\frac{\partial z}{n - \cos.\zeta\cos.\psi} = -\frac{\partial\theta}{\cos.\theta}$, ita ut habeamus $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\theta\sin.\zeta\cos.\psi}{\cos.\theta}$, ideoque, ob $\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\,tag.\zeta}$ (§. 9.), erit $\partial\Phi = \frac{\partial\theta\cos.\zeta\cos.\psi}{\cos.\theta}$, quos valores etiam ita exprimere licet:

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\theta\,[\sin.(\psi+\zeta) - \sin.(\psi-\zeta)]}{2\cos.\theta}$$

$$\partial\Phi = \frac{\partial\theta\,[\cos.(\psi+\zeta) + \cos.(\psi-\zeta)]}{2\cos.\theta}$$

sive concinnius ita:

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\theta\sin.\theta}{2\cos.\theta} - \frac{\partial\theta\sin.\eta}{2\cos.\theta} = \frac{\partial\theta\sin.\theta}{2\cos.\theta} - \frac{\partial\eta\sin.\eta}{2(2n - \cos.\eta)}$$

$$\partial\Phi = \frac{\partial\theta}{2} + \frac{\partial\theta\cos.\eta}{2\cos.\theta} = \frac{\partial\theta}{2} + \frac{\partial\eta\cos.\eta}{2(2n - \cos.\eta)}.$$

Evolutio casus quo $n > \frac{1}{2}$.

Sit $\sqrt{\frac{2n+1}{2n-1}}.\,tag.\frac{1}{2}\eta = tag.\tau$, eritque $tag.\frac{1}{2}\eta = \sqrt{\frac{2n-1}{2n+1}}.\,tag.\tau$, tum vero $l\,tag.(45° + \frac{1}{2}\theta) = \int\frac{\partial\theta}{\cos.\theta} = \int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta} = \frac{2\tau}{\sqrt{4nn-1}}$. Hoc igitur modo anguli η et θ dantur per τ; tum autem erit

$$l\,z = l\,b - \tfrac{1}{2}l\cos.\theta - \tfrac{1}{2}l(2n - \cos.\eta),$$

$$\Phi = \frac{\theta}{2} - \frac{\eta}{2} + n\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta}.$$

Casu igitur $n > \frac{1}{2}$ solutio problematis propositi his formulis continetur: $z = \frac{b}{\sqrt{\cos.\theta(2n - \cos.\eta)}}$ et $\Phi = \beta + \frac{\theta-\eta}{2} + \frac{2n\tau}{\sqrt{4nn-1}}$, unde pro quovis valore τ innotescunt z et Φ, ideoque etiam coordinatae $x = -z\cos.\Phi$ et $y = z\sin.\Phi$.

Evolutio casus quo $n < \frac{1}{2}$.

Ponatur hic $\frac{\sqrt{1+2n}.\,tg.\frac{1}{2}\eta - \sqrt{1-2n}}{\sqrt{1+2n}.\,tg.\frac{1}{2}\eta + \sqrt{1-2n}} = \varrho$, eritque

$$\text{tag.}\tfrac{1}{2}\eta = \frac{(1+\varrho)\sqrt{1-2n}}{(1-\varrho)\sqrt{1+2n}},$$

$$l\,\text{tg.}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\theta) = \int\frac{\partial\theta}{\cos.\theta} = \int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta} = \frac{l\varrho}{\sqrt{1-4nn}}.$$

Hoc modo ambo anguli η et θ dantur per ϱ, tum autem erit

$$lz = la - \tfrac{1}{2}l\cos.\theta - \tfrac{1}{2}l(\cos.\eta - 2n),$$

$$\Phi = \frac{\theta}{2} - \frac{\eta}{2} + n\int\frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta}.$$

Casu igitur $n < \frac{1}{2}$ solutio nostri problematis his formulis erit comprehensa: $z = \frac{a}{\sqrt{\cos.\theta(\cos.\eta - 2n)}}$ et $\Phi = \alpha + \frac{\theta - \eta}{2} + \frac{nl\varrho}{\sqrt{1-4nn}}$, unde pro quolibet valore ϱ innotescunt z et Φ, ac deinceps x et y.

Corollarium.

§. 15. Quodsi hic angulus θ rectus statuatur, erit $\psi = 90^\circ - \zeta$ et $\eta = 90^\circ - 2\zeta$; tum autem angulus Φ eosdem obtinebit valores, quos pro utroque casu $n > \frac{1}{2}$ et $n < \frac{1}{2}$ solutio problematis quinti et sexti habet. Quod autem variabilem z attinet, ob $\sin.\theta = 1$, erit $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\theta}{2\cos.\theta} - \frac{\partial\eta\sin.\eta}{2(2n - \cos.\eta)}$. At vero $\frac{\partial\theta}{\cos.\theta} = \frac{\partial\eta}{2n - \cos.\eta}$, ideoque $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\eta(1 - \sin.\eta)}{2(2n - \cos.\eta)} = \frac{\partial\zeta(1 - \cos.2\zeta)}{\sin.2\zeta - 2n}$, quemadmodum etiam in problemate V et VI invenimus, unde pro z etiam iidem valores, quos ibi dedimus, emergent. Hinc intelligitur ambo illa problemata casus esse particulares praesentis problematis, ex valore constante $\theta = 90^\circ$ oriundi. Adhuc generalius est problema sequens.

Problema VIII.

§. 16. *Invenire curvam* AY *ad punctum fixum* C *relatam, in qua ubique sit* $mm \cdot YR^2 + nn \cdot AY^2 = CY^2$.

Solutio.

Servatis denominationibus hactenus adhibitis ponatur $mr = z \cos.\psi$ et $ns = z \sin.\psi$, eritque, uti requiritur, $mmrr + nnss = zz$. Tum autem habebimus has aequationes: $mr = \frac{mz\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta} = z\cos.\psi$,

$$n\partial s = \frac{n\partial z}{\sin.\zeta} = \partial z \sin.\psi + z\partial\psi \cos.\psi;$$

ex quarum prima fit $\frac{\partial z}{z} = \frac{-\partial\zeta \sin.\zeta \cos.\psi}{m - \cos.\zeta \cos.\psi}$, ex altera vero $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\psi \sin.\zeta \cos.\psi}{n - \sin.\zeta \sin.\psi}$, quibus valoribus inter se aequatis prodibit

$$\partial\psi(m - \cos.\zeta \cos.\psi) + \partial\zeta(n - \sin.\zeta \sin.\psi) = 0.$$

Hanc jam aequationem ita repraesentemus:

$$\left.\begin{aligned} &+\partial\psi\,[m - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi-\zeta) - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi+\zeta)] \\ &+\partial\zeta\,[n - \tfrac{1}{2}\cos.(\psi-\zeta) + \tfrac{1}{2}\cos.(\psi+\zeta)] \end{aligned}\right\} = 0,$$

quae, posito $\psi - \zeta = \eta$ et $\psi + \zeta = \theta$, abit in hanc:

$$(m+n)\partial\theta + (m-n)\partial\eta - \partial\theta\cos.\eta - \partial\eta\cos.\theta = 0$$

unde enascitur haec aequatio separata: $\frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta} + \frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta} = 0$, ex qua sequitur fore $\int\frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta} + \int\frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta} = \text{const.} = 2f$, cui satisfit statuendo $\int\frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta} = f + v$ et $\int\frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta} = f - v$. Quodsi jam ponamus $m + n = \alpha$, $m - n = \beta$, existente α, aeque ac β, numero unitate majore, ex superioribus jam novimus fore:

$$\int \frac{\partial \theta}{\beta - \cos.\theta} = \frac{2}{\sqrt{\beta\beta - 1}} \text{A.tg.} [\sqrt{\tfrac{\beta+1}{\beta-1}} . \text{tg.} \tfrac{1}{2}\theta] = f + v$$

$$\int \frac{\partial \eta}{\alpha - \cos.\eta} = \frac{2}{\sqrt{\alpha\alpha - 1}} \text{A.tg.} [\sqrt{\tfrac{\alpha+1}{\alpha-1}} . \text{tg.} \tfrac{1}{2}\eta] = f - v$$

unde anguli η et θ per eandem variabilem v definiuntur sequenti modo:

$$\text{tag.} \tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\tfrac{\beta-1}{\beta+1}} . \text{tag.} \tfrac{1}{2}(f+v)\sqrt{\beta\beta - 1}$$

$$\text{tag.} \tfrac{1}{2}\eta = \sqrt{\tfrac{\alpha-1}{\alpha+1}} . \text{tag.} \tfrac{1}{2}(f-v)\sqrt{\alpha\alpha - 1}.$$

Jam vero aequatio differentialis supra allata inter Φ et θ praebet $\partial\eta = -\frac{\partial\theta(m+n-\cos\eta)}{m-n-\cos.\theta}$, unde, ob $\partial\zeta = \frac{\partial\theta - \partial\eta}{2}$, fiet $\partial\zeta = \frac{\partial\theta(2m-\cos.\eta-\cos.\theta)}{2(m-n-\cos.\theta)} = \frac{(m-\cos.\zeta\cos.\psi)\partial\theta}{m-n-\cos.\theta}$, unde nanciscimur $\frac{\partial\zeta}{m-\cos.\zeta\cos.\psi} = \frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta}$, hincque porro

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{-\partial\theta \sin.\zeta \cos.\psi}{m-n-\cos.\theta} = \frac{-\partial\theta(\sin.\theta - \sin.\eta)}{2(m-n-\cos.\theta)}$$

$$\partial\Phi = \frac{-\partial\theta\cos.\zeta\cos.\psi}{m-n-\cos.\theta} = \frac{-\partial\theta(\cos.\theta + \cos.\eta)}{2(m-n-\cos.\theta)}$$

Quoniam autem supra invenimus $\frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta} = -\frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta}$, variabilia η et θ facile separantur, ita ut sit

$$\frac{2\partial z}{z} = \frac{-\partial\theta\sin.\theta}{m-n-\cos.\theta} - \frac{\partial\eta\sin.\eta}{m+n-\cos.\eta};$$

$$2\partial\Phi = \frac{-\partial\theta\cos.\theta}{m-n-\cos.\theta} + \frac{\partial\eta\cos.\eta}{m+n-\cos.\eta}.$$

Pro posteriore notetur esse

$$\frac{\partial\eta\cos.\eta}{m+n-\cos.\eta} = -\partial\eta + \frac{(m+n)\partial\eta}{m+n-\cos.\eta}$$

$$-\frac{\partial\theta\cos.\theta}{m-n-\cos.\theta} = +\partial\theta - \frac{(m-n)\partial\theta}{m-n-\cos.\theta},$$

ita ut habeamus $2\partial\Phi = \partial\theta - \partial\eta + \frac{(m+n)\partial\eta}{m+n-\cos.\eta} - \frac{(m-n)\partial\theta}{m-n-\cos.\theta}$, sive ob $\frac{\partial\theta}{m-n-\cos.\theta} = -\frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta}$ erit

$$\partial\Phi = \frac{\partial\theta - \partial\eta}{2} + m\frac{\partial\eta}{m+n-\cos.\eta}.$$

Hinc igitur integrando fiet $z = \frac{b}{\sqrt{(m+n-\cos.\eta)(m-n-\cos.\theta)}}$ et $\Phi = \beta + \frac{\theta-\eta}{2} + \frac{2m}{\sqrt{(m+n)^2-1}}\text{A.tg.}[\sqrt{\tfrac{m+n+1}{m+n-1}} . \text{tg.}\tfrac{1}{2}\eta]$.

Cum igitur η et θ dentur per v, etiam z et Φ pro quolibet valore v innotescunt.

Corollarium 1.

§. 17. Sumatur $m = 1$ et $n = 0$, fietque pro curva, in qua YR = CY,

$$z = \frac{b}{\sqrt{(1 - \cos.\eta)(1 - \cos.\theta)}} \text{ et } \Phi = \frac{\theta - \eta}{2} + \int \frac{\partial \eta}{1 - \cos \eta}.$$

Cum autem hoc casu sit $\frac{\partial \theta}{1 - \cos.\theta} = - \frac{\partial \eta}{1 - \cos.\eta}$, erit $\cot.\frac{1}{2}\theta = -\cot.\frac{1}{2}\eta$, ideoque $\frac{1}{2}\theta = -\frac{1}{2}\eta$ et $\theta = -\eta$, unde sequitur fore $z = \frac{b}{1 - \cos.\eta} = \frac{b}{2 \sin.\frac{1}{2}\eta^2}$ et $\Phi = \beta - \eta - \cot.\frac{1}{2}\eta$. Hinc si statuatur $\eta = 180° - 2\omega$ et $b = 2a$, erit $z = a \sec.\omega^2$ et $\Phi = \alpha + 2\omega - \text{tag}.\omega$, quemadmodum etiam supra §. 1. invenimus.

Corollarium 2.

§. 18. Sumatur $n = m$, et cum sit in genere $\frac{2\partial z}{z} = - \frac{\partial \theta \sin.\theta}{m - n - \cos.\theta} - \frac{\partial \eta \sin.\eta}{m + n - \cos.\eta}$, pro nostro casu erit $\frac{2\partial z}{z} = + \frac{\partial \theta \sin.\theta}{\cos.\theta} - \frac{\partial \eta \sin.\eta}{2n - \cos.\eta}$. Sumtis integralibus erit $lzz = lbb - l\cos.\theta - l(2n - \cos.\eta)$, ideoque $z = \frac{b}{\sqrt{\cos.\theta(2n - \cos.\eta)}}$, tum vero erit $\Phi = \beta + \frac{\theta - \eta}{2} + \frac{2nT}{\sqrt{4nn - 1}}$, quemadmodum etiam supra §. 14. in problemate VII pro casu $n > \frac{1}{2}$ invenimus.

Scholion

§. 19. Casus, quo quaeritur curva, in qua ubique sit $mmrr + nnss = aa$, denotante a quantitatem constantem, in hac quidem solutione non contineri videtur; eum saltem non commode ex illa solutione derivare licet,

Verum istud problema simili modo tractari poterit. Solutio autem facillima, aeque ac simplicissima, obtinebitur, si curva ad axem fixum referatur ope coordinatarum, introducendo amplitudinem curvae, ejusve complementum, ut ex sequente problemate apparebit.

Problema IX.

Tab. I. Fig. 7. §. 20. *Invenire curvam ad axem fixum* AB *relatam,* AY, *in cujus singulis punctis* Y *sit* $mm.YR^2 + nn.AY^2 = CD^2$.

Solutio.

Sit $CD = a$, $YR = r$, $v AY = s$, angulus $ATY = \omega$, $AX = x$, $XY = y$, eritque, uti constat, $r = \frac{\partial s}{\partial \omega}$, ideoque $\partial \omega = \frac{\partial s}{r}$. Cum autem fieri debeat $mmrr + nnss = aa$, erit $r = \frac{\sqrt{aa - nnss}}{m}$, ergo $\partial \omega = \frac{m \partial s}{\sqrt{aa - nnss}}$, unde integrando erit $\omega = \frac{m}{n} A . \sin. \frac{ns}{a}$, hincque fit $s = \frac{a}{n} \sin. \frac{n\omega}{m}$ et $\partial s = \frac{a \partial \omega}{m} \cos. \frac{n\omega}{m}$. Cum igitur sit $\partial x = \partial s \cos. \omega$ et $\partial y = \partial s \sin. \omega$, habebimus

$$\partial x = \frac{a \partial \omega}{m} \cos. \omega \cos. \frac{n\omega}{m}$$
$$\partial y = \frac{a \partial \omega}{m} \sin. \omega \cos. \frac{n\omega}{m}$$

sive commodius: $\partial x = \frac{a \partial \omega}{2m} [\cos. (\frac{m+n}{m}) \omega + \cos. (\frac{m-n}{m}) \omega]$

$$\partial y = \frac{a \partial \omega}{2m} [\sin. (\frac{m+n}{m}) \omega + \sin. (\frac{m-n}{m}) \omega]$$

unde facta integratione prodit

$$x = \frac{a}{2(m+n)} \sin. (\frac{m+n}{m}) \omega + \frac{a}{2(m-n)} \sin. (\frac{m-n}{m}) \omega$$
$$y = \frac{-a}{2(m+n)} \cos. (\frac{m+n}{m}) \omega - \frac{a}{2(m-n)} \cos. (\frac{m-n}{m}) \omega.$$

Corollarium 1.

§. 21. Hinc igitur intelligimus, curvas huic problemati satisfacientes fore algebraicas, quoties n et m sunt numeri rationales, solo casu $n = m$ excepto. Tum vero perspicuum est omnes istas curvas esse vel Epicycloïdes vel Hypocycloïdes, quae motu cycloïdali duplici produci possunt: 1°) si radius circuli immobilis fuerit $= \frac{am}{mm - nn}$, mobilis vero $= \frac{-a}{2(m+n)}$; vel 2°) si radius circuli immobilis fuerit $= - \frac{an}{mm - nn}$, mobilis vero $= \frac{a}{2(m-n)}$.

Corollarium 2.

§. 22. Quod casum $n = m$ attinet, cum ei evolvendo formulae pro x et y datae inservire nequeant, ad earum differentialia confugiendum erit, quae pro isto casu sunt: $\partial x = \frac{a\partial\omega}{2m}(1 + \cos. 2\omega)$ et $\partial y = \frac{a\partial\omega}{2m}\sin. 2\omega$, unde integrando, posito termino integrationis $\omega = 0$, elicitur $x = \frac{a}{4n}(2\omega + \sin. 2\omega)$ et $y = \frac{a}{4n}(1 - \cos. 2\omega)$, aequationes Cycloïdi propriae.

Scholion

§. 23. Supra §. 19. innuimus solutionem problematis noni in problemate octavo (§. 16.) non contentam videri. Nunc autem ostendam eam revera in hac solutione generaliori inesse. Nexum inter ambo problemata sequens theorema patefaciet.

Theorema.

§. 24. *In qua curva fuerit* $\mu\mu rr + \nu\nu ss = cc$, *in eadem quoque erit* $\mu^4 rr + \nu^4 ss = (\nu\nu - \mu\mu)^2 zz$.

Demonstratio.

Positis $CT = t$, $YT = u$, statuatur $tt = \frac{\gamma\gamma - \mu\mu zz}{\nu\nu - \mu\mu}$ et $uu = \frac{\nu\nu zz - \gamma\gamma}{\nu\nu - \mu\mu}$, ita ut habeamus $\mu\mu uu + \nu\nu tt = \gamma\gamma$; et quoniam est $\sin.\zeta = \frac{u}{z}$, erit $\partial s = \frac{\partial z}{\sin.\zeta} = \frac{z\partial z}{u} = \frac{z\partial z\sqrt{\nu\nu - \mu\mu}}{\sqrt{(\nu\nu zz - \gamma\gamma)}}$, hincque integrando prodit $s = \frac{\sqrt{\nu\nu - \mu\mu} \cdot \sqrt{\nu\nu zz - \gamma\gamma}}{\nu\nu}$, tum vero ob $\partial t = \frac{-\mu\mu z\partial z}{\sqrt{\nu\nu - \mu\mu} \cdot \sqrt{\gamma\gamma - \mu\mu zz}}$, erit

$$r = \frac{z\partial z}{\partial t} = \frac{\sqrt{\nu\nu - \mu\mu} \cdot \sqrt{\gamma\gamma - \mu\mu zz}}{\mu\mu}.$$ Hinc autem nanciscimur $\mu\mu rr + \nu\nu ss = \frac{(\nu\nu - \mu\mu)^2}{\nu\nu\mu\mu} \cdot \gamma\gamma = cc$

$$\mu^4 rr + \nu^4 ss = (\nu\nu - \mu\mu)^2 zz.$$

In eadem igitur curva, in qua est $\mu\mu rr + \nu\nu ss = cc$, in eadem quoque erit $\mu^4 rr + \nu^4 ss = (\nu\nu - \mu\mu)^2 zz$, et insuper $\mu\mu uu + \nu\nu tt = \gamma\gamma$, existente $\gamma\gamma = \frac{\mu\mu\nu\nu cc}{(\nu\nu - \mu\mu)^2}$.

Corollarium 1.

§. 25. Quodsi igitur ponatur $\frac{\pm\mu\mu}{\nu\nu - \mu\mu} = m$ et $\frac{\pm\nu\nu}{\nu\nu - \mu\mu} = n$, tum in qua curva est $mmrr + nnss = zz$, in eadem quoque erit $\mu\mu rr + \nu\nu ss = cc$. Unde intelligitur problema nonum contineri in problemate octavo, ex quo derivari potest statuendo $m = \frac{\pm\mu\mu}{\nu\nu - \mu\mu}$ et $n = \frac{\pm\nu\nu}{\nu\nu - \mu\mu}$.

Corollarium 2.

§. 26. Cum sit $\frac{u}{t} = \text{tag.}\ \zeta = \sqrt{\frac{vvzz - \gamma\gamma}{\gamma\gamma - \mu\mu zz}}$, pro casu problematis noni habebimus $z = \frac{\gamma}{\sqrt{vv\cos.\zeta^2 + \mu\mu\sin.\zeta^2}}$. Tum vero sumtis differentialibus logarithmicis habebimus

$\frac{\partial z}{z} = \frac{(vv - \mu\mu)\partial\zeta\sin.\zeta\cos.\zeta}{vv\cos.\zeta^2 + \mu\mu\sin.\zeta^2}$, hincque ob $\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\,tg.\zeta}$ orietur $\partial\Phi = \partial\zeta - \frac{\mu\mu\partial\zeta}{vv\cos.\zeta^2 + \mu\mu\sin.\zeta^2}$, cujus integrale est

$$\Phi = \beta + \zeta - \frac{\mu}{v} \text{A tag.} [\frac{\mu tg.\zeta}{v}].$$

Hinc igitur pro curva, in qua $\mu\mu rr + vvss = cc$, si ad punctum fixum C referatur, sequens enascitur solutio:

$$z = \frac{b}{\sqrt{(\frac{vv+\mu\mu}{vv-\mu\mu} + \cos.2\zeta)}}$$

$$\Phi = \beta + \zeta - \frac{\mu}{v} \text{A tag.} (\frac{\mu tag.\zeta}{v})$$

quae cum indicet Epicycloïdes vel Hypocycloïdes, cum illa problematis noni penitus convenit.

Corollarium 3.

§. 27. Videamus nunc quomodo ista solutio cohaereat cum illa, quae ex problemate octavo deducitur, ponendo $m = \frac{\mu\mu}{vv - \mu\mu}$ et $n = \frac{vv}{vv - \mu\mu}$, sive, quod eodem redit; $m = \frac{\mu\mu}{\mu\mu - vv}$ et $n = \frac{vv}{\mu\mu - vv}$. Ex his postremis valoribus statim fit $m + n = \alpha = \frac{\mu\mu + vv}{\mu\mu - vv}$, $m - n = \beta = +1$, $\sqrt{\frac{m+n+1}{m+n-1}} = \frac{\mu}{v}$, $\frac{2m}{\sqrt{(m+n)^2 - 1}} = \frac{\mu}{v}$. Hinc autem, ob $\sqrt{\beta\beta - 1} = 0$, fit tag. $\frac{1}{2}\theta = 0$, ergo $\frac{1}{2}\theta = 0$, $\eta = -2\zeta$; tum vero ob

$$\frac{z\partial z}{z} = \frac{+\partial\eta \sin.\eta}{\frac{\nu\nu+\mu\mu}{\nu\nu-\mu\mu}+\cos.\eta}, \text{ erit}$$

$$lzz = lbb - l\left(\frac{\nu\nu-\mu\mu}{\nu\nu+\mu\mu}+\cos.\eta\right), \text{ ideoque}$$

$$z = \frac{b}{\sqrt{\left(\frac{\nu\nu-\mu\mu}{\nu\nu+\mu\mu}+\cos.\eta\right)}}$$

$$\Phi = \beta - \frac{\eta}{2} + \frac{\mu}{\nu}\,\text{Arc. tang.}\left[\frac{\mu\,tang.\frac{1}{2}\eta}{\nu}\right]$$

quarum consensus cum formulis corollarii praecedentis, cum sit $\eta = -2\zeta$, est manifestus.

Corollarium 4.

§. 28. Quodsi quaestio fuerit de curva, in qua ubique $\nu\nu ss - \mu\mu rr = cc$, ponatur $\frac{\mu\mu}{\nu\nu} = -\lambda\lambda$, eritque ex corollario secundo

$$\partial\Phi = \partial\zeta + \frac{\lambda\lambda\partial\zeta}{\cos.\zeta^2 - \lambda\lambda\sin.\zeta^2},$$

unde integrando adipiscimur

$$\Phi = \delta + \zeta + \lambda l\sqrt{\frac{\cos.\zeta+\lambda\sin.\zeta}{\cos.\zeta-\lambda\sin.\zeta}}$$

tum vero erit $z = \frac{b}{\sqrt{\left(\frac{1-\lambda\lambda}{1+\lambda\lambda}+\cos.2\zeta\right)}}$.

Ex theoremate autem (§. 24.) perspicitur, in eadem curva, in qua $\nu\nu ss - \mu\mu rr = cc$, fore quoque $mmrr + nnss = zz$, sumendo $m = \frac{\pm\mu\mu}{\nu\nu+\mu\mu}$ et $n = \frac{\pm\nu\nu}{\nu\nu+\mu\mu}$. Curvae autem utrique conditioni satisfacientes spiralium logarithmicarum sunt affines, quemadmodum ex solutione directa problematis sequentis clarius apparebit.

Problema X.

§. 29. *Invenire curvam* AY *ad axem fixum* AB *relatam, in cujus quolibet puncto* Y *sit* $\nu\nu AY^2 - \mu\mu YS^2 = CD^2$. Tab. I. Fig. 7.

Solutio.

Sit latus dati quadrati constantis $CD = c$, angulus $ATY = \omega$, ponaturque arcus curvae $s = ae^{n\omega} + be^{-n\omega}$, eritque radius osculi $r = \frac{\partial s}{\partial \omega} = n(ae^{n\omega} - be^{-n\omega})$, hincque fiet $nnss - rr = 4nnab$, sive, posito $n = \frac{\nu}{\mu}$, erit

$$\nu\nu ss - \mu\mu rr = 4\nu\nu ab = cc,$$

ita ut hac positione conditioni praescriptae sit satisfactum. Jam cum sit $\partial x = \partial s \cos.\omega$ et $\partial y = \partial s \sin.\omega$, habebimus

$$\partial x = n\partial\omega \cos.\omega\,(ae^{n\omega} - be^{-n\omega})$$
$$\partial y = n\partial\omega \sin.\omega\,(ae^{n\omega} - be^{-n\omega}).$$

Per lemma autem notissimum

$$\int P\partial Q = PQ - \int Q\partial P$$

facile reperitur

$$\int e^{\lambda\omega}\partial\omega \cos.\omega = \frac{e^{\lambda\omega}\cos.\omega}{\lambda} + \int \frac{e^{\lambda\omega}\partial\omega \sin.\omega}{\lambda}$$
$$\int e^{\lambda\omega}\partial\omega \sin.\omega = \frac{e^{\lambda\omega}\sin.\omega}{\lambda} - \int \frac{e^{\lambda\omega}\partial\omega \cos.\omega}{\lambda}$$

unde pro nostro instituto sequentia integralia derivantur:

$$\int e^{\lambda\omega}\partial\omega \cos.\omega = \frac{e^{\lambda\omega}(\lambda \cos.\omega + \sin.\omega)}{1 + \lambda\lambda}$$
$$\int e^{\lambda\omega}\partial\omega \sin.\omega = \frac{e^{\lambda\omega}(\lambda \sin.\omega - \cos.\omega)}{1 + \lambda\lambda}$$

quorum subsidio colligimus fore

$$x = \frac{nae^{n\omega}}{1+nn}(n \cos.\omega + \sin.\omega) + \frac{nbe^{-n\omega}}{1+nn}(\sin.\omega - n\cos.\omega)$$
$$y = \frac{nae^{n\omega}}{1+nn}(n \sin.\omega - \cos.\omega) + \frac{nbe^{-n\omega}}{1+nn}(\cos.\omega + n\sin.\omega)$$

quae formulae jam distinctius quam superiores in corollario quarto exhibitae curvas spiralium logarithmicarum affines indicant.

Corollarium 1.

§. 30. Quodsi hic statuamus $a = 0$ et $n = 1$, pro curva, in cujus singulis punctis est $ss - rr = 0$, habebimus

$$x = \tfrac{1}{2} be^{-\omega} (\cos.\omega - \sin.\omega)$$
$$y = \tfrac{1}{2} be^{-\omega} (\cos.\omega + \sin.\omega)$$

pro ipsa logarithmica spirali semirectangula.

Corollarium 2.

Tab. I. Fig. 5. §. 31. Posito angulo DCY $= \Phi$, cum sit $\frac{y}{x} = \text{tg.}(180^\circ - \Phi)$, habebimus

$$\text{tang.}(180^\circ - \Phi) = \frac{ae^{n\omega}(n\,\text{tang.}\,\omega - 1) + be^{-n\omega}(1 + n\,\text{tang.}\,\omega)}{ae^{n\omega}(n\,\text{tang.}\,\omega) - be^{-n\omega}(\text{tang.}\,\omega - n)}$$

sive ob $\text{tang.}(180^\circ - \Phi) = \cot.(\Phi - 90^\circ)$ erit

$$\text{tang.}(\Phi - 90^\circ) = \frac{ae^{n\omega}(n + \text{tang.}\,\omega) - be^{-n\omega}(\text{tang.}\,\omega - n)}{ae^{n\omega}(n\,\text{tang.}\,\omega - 1) + be^{-n\omega}(1 + n\,\text{tang.}\,\omega)}.$$

Hinc, quoniam est $\zeta = \omega + \Phi - 90^\circ$ et

$$\text{tang.}(\omega + \Phi - 90^\circ) = \frac{\text{tang.}\,\omega + \text{tang.}(\Phi - 90^\circ)}{1 - \text{tang.}\,\omega\,\text{tang.}(\Phi - 90^\circ)},\ \text{fiet}$$
$$\text{tang.}\,\zeta = -\frac{n(ae^{n\omega} + be^{-n\omega})}{ae^{n\omega} - be^{-n\omega}} = -\frac{nns}{r}.$$

Unde sequitur, in qua curva fuerit $\nu\nu ss - \mu\mu rr = cc$, in eadem quoque fore $\frac{\nu\nu s}{\mu\mu r} = \text{tang.}\,\zeta$; et posito $\nu = \mu$, sive

$n = 1$, in qua curva fuerit $ss - rr = cc$, in eadem quoque erit $\frac{s}{r} =$ tang. ζ; unde facilis habetur solutio problematis sexto analogi, ubi curvas investigavimus, in quibus ubique est $\frac{r}{s} =$ tang. ζ.

Corollarium 3.

§. 32. Cum sit $zz = xx + yy = tt + uu$, sequitur fore ex valoribus pro x et y inventis

$$tt + uu = \frac{nn}{(1+nn)^2}(ae^{n\omega} - be^{-n\omega})^2 + \frac{n^4}{(1+nn)^2}(ae^{n\omega} + be^{-n\omega})^2$$

unde porro concluditur fore

$$t = \frac{n}{1+nn}(ae^{n\omega} - be^{-n\omega}) = \frac{r}{1+nn}$$

$$u = \frac{nn}{1+nn}(ae^{n\omega} + be^{-n\omega}) = \frac{nns}{1+nn}.$$

Hinc intelligitur, in qua curva fuerit

$$\nu\nu \,.\, u\, AY^2 - \mu\mu \,.\, YR^2 = cc$$

in eadem quoque fore

$$1^\circ)\ \mu\mu \,.\, YT^2 - \nu\nu\, CT^2 = dd$$

$$2^\circ)\ CT : YR = \mu\mu : \mu\mu + \nu\nu$$

$$3^\circ)\ YT : AY = \nu\nu : \mu\mu + \nu\nu.$$

Scholion.

§. 33. Simili prorsus modo tractari poterit quaestio de curva, in qua $\mu\mu rr - \nu\nu ss = cc$: huic enim conditioni satisfit, statuendo $s = ae^{n\omega} - be^{-n\omega}$, unde fit radius osculi

$$r = n(ae^{n\omega} + be^{-n\omega})$$

et pro coordinatis

$$\partial x = n\partial\omega \cos.\,\omega\,(ae^{n\omega} + be^{-n\omega})$$
$$\partial y = n\partial\omega \sin.\,\omega\,(ae^{n\omega} + be^{-n\omega})$$

hincque integrando reperitur

$$x = \frac{nae^{n\omega}}{1+nn}(n \cos.\,\omega + \sin.\,\omega) - \frac{nbe^{-n\omega}}{1+nn}(n \cos.\,\omega - \sin.\,\omega)$$
$$y = \frac{nae^{n\omega}}{1+nn}(n \sin.\,\omega - \cos.\,\omega) - \frac{nbe^{-n\omega}}{1+nn}(n \sin.\,\omega - \cos.\,\omega)$$

unde curvae oriuntur a praecedentibus penitus diversae; in his enim radius osculi nullibi evanescere potest; in praecedentibus vero tam radius osculi quam perpendiculum ex puncto fixo in tangentem demissum evanescunt, ubi $\omega = \frac{1}{2n}\, l\, \frac{b}{a}$. Hae igitur curvae cuspide in puncto C sunt praeditae, qua postremae carent.

ADDITAMENTUM

AD DISSERTATIONEM, QUAM INSCRIPSI:

DECAS PROBLEMATUM GEOMETRICORUM, EX METHODO TANGENTIUM INVERSA, RADIUM OSCULI SPECTANTIUM.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conv. exhib. die 13 Octobris 1802.

§. 1. Problematum memoratae dissertationis antepenultimum hoc erat: Invenire curvam AY ad punctum fixum C relatam, in qua sit $nnrr + mmss = zz$, denotante r radium osculi YR, s arcum curvae AY, et z distantiam puncti fixi C a puncto curvae Y ubicunque sumto, numerisque m et n existentibus quibuscunque. Huic problemati jam tum temporis, quum dissertationem illam elaborarem, aliud addere in animo habueram, casum nempe complectens ibi non contentum, quo $nnrr - mmss = zz$; deterruerant autem a proposito summae difficultates, quibus obvolutam dedrehenderam aequationis differentialis resolutionem, cui innitebatur quaestionis enodatio, quamque, ut statim cognovi, non nisi per substitutiones imaginarias, Tab. I. Fig. 8.

perque calculos et reductiones intra cancellos prioris dissertationis haud coarctandos perficere licuisset. Ex quo factum est, ut aliis porro distractus negotiis magis urgentibus, in aliud tempus distulissem tractationem hujus argumenti, quam nunc, recuperatis otio et oportunitate, recipere repertaque seorsim peculiari dissertatione Academiae tradere constitui.

§. 2. Aggrediar igitur istud problema, octavo decadis illius simillimum, at longe difficilius: *Invenire curvam ad punctum fixum* C *relatam, in qua, posito radio osculi* YR $= r$, *arcu* AY $= s$, *et radio vectore* CY $= z$, *ubique sit* $nnrr - mmss = zz$. Ad quod resolvendum ex puncto fixo C in tangentem YZ demitto perpendiculum YT, et nuncupato angulo YCT $= \zeta$, ex priori dissertatione notum est fore $\partial s = \frac{\partial z}{\sin.\zeta}$ (§. 11.), $r = \frac{z\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta}$ (§. 9.). Quod si igitur adimplendae conditionis causa ponamus

$$nr = \tfrac{1}{2} z\,(e^{\omega} + e^{-\omega});$$

$$ms = \tfrac{1}{2} z\,(e^{\omega} - e^{-\omega}),$$

habebimus, uti requiritur, $nnrr - mmss = zz$; tum vero erit

$$r = \frac{z}{2n}(e^{\omega} + e^{-\omega}) = \frac{z\partial z}{\partial z \cos.\zeta - z\partial\zeta \sin.\zeta}$$

unde sequitur fore

$$\frac{\partial z}{z} = - \frac{\partial\zeta \sin.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega})}{2n - \cos.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega})}.$$

Porro autem cum sit

$$\partial s = \frac{\partial z}{2m}(e^{\omega} - e^{-\omega}) + \frac{z\partial\omega}{2m}(e^{\omega} + e^{-\omega}) = \frac{\partial z}{\sin.\zeta}$$

sequitur quoque fore

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\omega \sin.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega})}{2m - \sin.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega})}$$

atque ex collatione horum duorum valorum pro $\frac{\partial z}{z}$ inventorum enascitur ista aequatio:

$$2n\partial\omega + 2m\partial\zeta - \partial\omega \cos.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega}) - \partial\zeta \sin.\zeta\,(e^{\omega} - e^{-\omega}) = 0.$$

§. 3. Haec est ea aequatio differentialis, quae me ab ulteriori solutione istius problematis, ut supra dictum est, deterruerat, quoniam mihi quidem nullo modo etiamnunc cognito tractari posse videbatur. Statim quidem eam ad formam paulo magis consuetam reduxeram, ponendo $e^{\omega} - e^{-\omega} = 2p$ et cos. $\zeta = q$, unde fiebat $\partial\omega\,(e^{\omega} + e^{-\omega}) = 2\partial p$, $\partial\omega = \frac{\partial p}{\sqrt{1+pp}}$ et $\partial\zeta = \frac{-\partial q}{\sqrt{1+qq}}$, ipsaque aequatio transformabatur in hanc:

$$\frac{n\partial p}{\sqrt{1+pp}} - \frac{m\partial q}{\sqrt{1+qq}} = q\partial p - p\partial q.$$

Verum cum ista transformatio parum subsidii attulisset, confugeram deinceps ad substitutionem imaginariam. Eandem quoque viam, uti ex litteris ad me datis intellexi, inierat acutissimus Pfaff, cui illam aequationem resolvendam proposueram, nulla problematis, ex quo nata erat, mentione facta; ego vero in hujusmodi substitutionem incidere eo potius debebam, non solum quia quod in problemate VIII prioris dissertationis erat m, hic est $m\sqrt{-1}$, sed etiam ob ipsam aequationis formam, quae tali substi-

tutione evidenter ad aequationem illam problematis VIII reduci se patiebatur, cujus integrale jam in promtu erat. Hoc autem in usum vocato instituenda supererat elisio imaginariorum, quam tunc nec suscipere vacabat, neque, si vacasset, illi dissertationi subnectere licuisset, ne in nimiam ea molem ultraque praescriptos limites incresceret.

§. 4. Quo igitur, ut dictum est, aequationem §. 2. inventam ad formam problemate VIII. adeptam reducerem, posui $\omega = \psi \sqrt{-1}$, et ob

$$e^{\omega} + e^{-\omega} = 2 \cos. \psi$$
$$e^{\omega} - e^{-\omega} = 2 \sqrt{-1} \,.\, \sin. \psi$$

aequatio illa hanc induit formam:

$$n\partial\psi\sqrt{-1} + m\partial\zeta - \partial\psi\sqrt{-1} \cos.\zeta \cos.\psi - \partial\zeta\sqrt{-1} \sin \zeta \sin.\psi = 0$$

quam ita exhibere licet:

$$n\partial\psi\sqrt{-1} + m\partial\zeta - \left[\begin{matrix}\partial\psi\,[\cos.(\psi-\zeta) + \cos.(\psi+\zeta)] \\ \partial\zeta\,[\cos(\psi-\zeta) - \cos.(\psi+\zeta)]\end{matrix}\right] \tfrac{1}{2}\sqrt{-1} = 0,$$

sive, per $\sqrt{-1}$ multiplicando, ita:

$$m\partial\zeta\sqrt{-1} - n\partial\psi \left\{\begin{matrix} + \frac{\partial\psi}{2}\,[\cos.(\psi-\zeta) + \cos.(\psi+\zeta)] \\ + \frac{\partial\zeta}{2}\,[\cos.(\psi-\zeta) - \cos.(\psi+\zeta)] \end{matrix}\right\} = 0.$$

Ponatur jam $\psi - \zeta = \eta$ et $\psi + \zeta = \theta$, ita ut sit $\psi = \frac{\theta+\eta}{2}$ et $\zeta = \frac{\theta-\eta}{2}$, factaque substitutione erit

$$\partial\theta \cos.\eta + \partial\eta \cos.\theta - (n - m\sqrt{-1})\,\partial\theta - (n + m\sqrt{-1})\,\partial\eta = 0,$$

unde separando eadem elicitur aequatio, quam in prioris dissertationis problemate VIII inveneram, scilicet

$$\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} + \frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} = 0$$

existente $\alpha = n - m\sqrt{-1}$ et $\beta = n + m\sqrt{-1}$, cujus igitur utraque pars facile integrari potest.

§. 5. Quoniam autem hic non solum constantes α et β, sed etiam variabiles η et θ, sunt quantitates imaginariae, ambo integralia imaginariis maxime erunt inquinata: ea autem per methodos cognitas semper ad formam $F + G\sqrt{-1}$ reducere licebit, ita ut F et G sint quantitates reales. Facta igitur hac reductione sit

$$\int \frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = P + Q\sqrt{-1},$$
$$\int \frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} = R + S\sqrt{-1},$$

atque habebimus aequationis nostrae integrale

$$(P + R) + (Q + S)\sqrt{-1} = \text{const.} = A + B\sqrt{-1}.$$

Certum autem est aequationis differentialis propositae, quae realis erat, integrale quoque reale esse debere, unde etiam certi sumus fore $P + R = A$ et $Q + S = B$, hasque aequationes fore identicas, hoc est utramque eandem relationem inter quantitates m, n, ζ et ω exhibituram fore.

§. 6. Quodsi vero aequatio illa imaginaria separata §. 4. inventa ita repraesentetur:

$$\frac{\partial\theta(\alpha - \cos.\eta) + \partial\eta(\beta - \cos.\theta)}{(\beta - \cos.\theta)(\alpha - \cos.\eta)} = 0,$$

tum vero loco α, β, η, θ valores imaginarii substituantur, prodibit ista aequatio:

$$\frac{\partial\omega\,(2n - (e^{\omega} + e^{-\omega})\cos.\zeta) + \partial\zeta\,(2m - (e^{\omega} - e^{-\omega})\sin.\zeta)}{(2n - (e^{\omega} + e^{-\omega})\cos.\zeta)^2 + (2m - (e^{\omega} - e^{-\omega})\sin.\zeta)^2} = 0,$$

de qua jam scimus eam esse verum differentiale functionis cujuspiam realis binarum variabilium ζ et ω, ideoque per se integrabilem: pro ea igitur integranda in usum vocari poterit regula Calculo Integrali Tomo I. §. 448. exposita. Statuatur scilicet angulus ω constans, et quaeratur integrale, quod sit X, cui loco constantis functio quaecunque ipsius ω, quae sit Ω, addatur; tum vero spectetur ζ ut constans, atque integrali, quod sit Y, adjiciatur, tanquam constans, functio quaecunque anguli ζ, quae sit Z. Integralia autem ex utraque integratione prodire debent eadem, eritque $X + \Omega = Y + Z$, ideoque $X - Y = Z - \Omega$, hoc est $X - Y$ dispescitur in duas functiones, quarum altera est anguli ζ, altera vero anguli ω; unde cognoscitur tam Z quam Ω, et inde ipsumintegrale elicitur quaesitum, vel $= X + \Omega$, vel $= Y + Z$.

§. 7. Simili quoque modo integrari potest sequens aequatio differentialis generalior:

$$\left\{\frac{\begin{array}{l} + (\alpha\partial\omega + \beta\partial\zeta)\,(2n - (e^{\omega} - e^{-\omega})\sin.\zeta) \\ - (\beta\partial\omega - \alpha\partial\zeta)\,(2m + (e^{\omega} + e^{-\omega})\cos.\zeta) \end{array}}{(2n - (e^{\omega} - e^{-\omega})\sin.\zeta)^2 + (2m + (e^{\omega} + e^{-\omega})\cos.\zeta)^2}\right\} = 0,$$

quam per se integrabilem esse deprehendi, etiamsi solus numerator nihilo aequalis positus aequationem exhibeat vix ullo modo resolubilem. Idem tenendum est de hac aequatione:

$$\frac{\partial\omega\,(a + e^{\omega}\cos.\zeta) + \partial\zeta\,(b + e^{\omega}\sin.\zeta)}{(a + e^{\omega}\cos.\zeta)^2 + (b + e^{\omega}\sin.\zeta)^2} = \partial S,$$

cujus integrale adeo satis concinnè ita expressum invenitur:

$$(aa + bb)\,S = a\omega + b\zeta + b\,A\,\text{tang.}\,\frac{a + e^{\omega}\cos.\zeta}{b + e^{\omega}\sin.\zeta}$$
$$- \tfrac{a}{2}\log.\,[(a + e^{\omega}\cos.\zeta)^2 + (b + e^{\omega}\sin.\zeta)^2].$$

§. 8. Sed revertamur ad nostram aequationem propositam §. 4. inventam, a qua nos observationes istae, a scopo non penitus alienae, aliquantum diduxerant; et primo quidem ejus integrale, imaginariis maxime permistum, ad formàm $F + G\sqrt{-1}$ reducamus, quae reductio, licet per methodos jam satis cognitas institui possit, ut jam supra §. 5. innuimus, minime tamen est obvia, et hic sigillatim recenseri meretur, tanquam insigne exemplum veritatis illius certissimae, at nondum in genere demonstratae: quod omnis quantitas imaginaria, quantumvis fuerit intricata realibusque permista, semper ad formam $F + G\sqrt{+1}$ reduci possit. Quoniam autem aequatio nostra ex duabus constat partibus perfecte similibus, sufficiet istam reductionem in alterutra instituisse.

§. 9. Consideremus igitur partem priorem $\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta}$, cujus integrale, posita tang. $\frac{1}{2}\eta = t$, deprehenditur fore, ut in problemate octavo invenimus,

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = \frac{2}{\sqrt{\beta\beta - 1}}\,A\,\text{tang.}\,t\sqrt{\frac{\beta + 1}{\beta - 1}}$$

sive restitutis valoribus imaginariis

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = \frac{2}{\sqrt{nn - mm - 1 + 2mn\sqrt{-1}}}\,A\,\text{tg.}\,[\sqrt{\frac{n + 1 + m\sqrt{-1}}{n - 1 + m\sqrt{-1}}}\,\text{tg.}\,(\tfrac{1}{2}\zeta - \tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1})]$$

quam igitur formulam maxime perplexam quomodo ad formam desideratam $P + Q\sqrt{-1}$ redigere liceat videamus.

§. 10. Incipiamus a multiplicatore constante, quem ita commodius repraesentare licet:

$$2\sqrt{\frac{nn - mm - 1 - 2mn\sqrt{-1}}{(nn - mm - 1)^2 + 4mmnn}} = \gamma - \delta\sqrt{-1}$$

sumtisque utrinque quadratis habebimus

$$\frac{4(nn - mm - 1 - 2mn\sqrt{-1})}{(nn - mm - 1)^2 + 4mmnn} = \gamma\gamma - \delta\delta - 2\gamma\delta\sqrt{-1},$$

hincque statim intelligitur fieri debere

$$\gamma\gamma - \delta\delta = \frac{4(nn - mm - 1)}{(nn - mm - 1)^2 + 4mmnn}$$

$$\gamma\delta = \frac{4mn}{(nn - mm - 1)^2 + 4mmnn}$$

unde jam quantitates reales γ et δ facile per numeros datos m et n determinabuntur; tum autem formula ulterius reducenda erit

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = (\gamma - \delta\sqrt{-1})\,\text{A tg.}\left[\sqrt{\frac{n + 1 + m\sqrt{-1}}{n - 1 + m\sqrt{-1}}}\cdot\text{tg.}\left(\tfrac{1}{2}\zeta - \tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1}\right)\right].$$

§. 11. Nunc aggrediamur coëfficientem constantem tangentis, quem ponamus

$$\sqrt{\frac{n + 1 + m\sqrt{-1}}{n - 1 + m\sqrt{-1}}} = \mu - \nu\sqrt{-1},$$

ita ut sumtis utrinque quadratis habeamus:

$$\frac{mm + nn - 1 - 2m\sqrt{-1}}{(n - 1)^2 + mm} = \mu\mu + \nu\nu - 2\mu\nu\sqrt{-1},$$

unde sequitur fieri debere

$$\mu\mu + \nu\nu = \frac{mm + nn - 1}{(n - 1)^2 + mm}$$

$$\mu\nu = \frac{m}{(n - 1)^2 + mm}$$

hincque valores ambos μ et ν, absque ulla difficultate, rea-

liter per datas m et n definire licebit, cui determinationi immorari superfluum foret. Formula autem ulterius reducenda erit haec:

$$\int \frac{\partial \vartheta}{\beta - \cos.\vartheta} = (\gamma - \delta\sqrt{-1})\, \mathrm{A\,tg.}\, [(\mu - \nu\sqrt{-1})\, \mathrm{tg.}\, (\tfrac{1}{2}\zeta - \tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1})].$$

§. 12 Transeamus nunc ad ipsam tangentem arcus ex reali et imaginario compositi, ponendo

$$\mathrm{tang.}\, (\tfrac{1}{2}\zeta - \tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1}) = \varkappa - \lambda\sqrt{-1},$$

quae ex elementis calculi imaginariorum, ut et exponentialis, constat esse

$$\cos.\, \varepsilon = \frac{e^{\varepsilon\sqrt{-1}} + e^{-\varepsilon\sqrt{-1}}}{2}$$

$$\sin.\, \varepsilon = \frac{e^{\varepsilon\sqrt{-1}} - e^{-\varepsilon\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}},$$

unde statim fit

$$\mathrm{tang.}\, \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{-1}} \cdot \frac{e^{\varepsilon\sqrt{-1}} - e^{-\varepsilon\sqrt{-1}}}{e^{\varepsilon\sqrt{-1}} + e^{-\varepsilon\sqrt{-1}}}$$

ita ut habeamus

$$\varkappa - \lambda\sqrt{-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \cdot \frac{e^{\frac{1}{2}\omega + \frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} - e^{-\frac{1}{2}\omega - \frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}}}{e^{\frac{1}{2}\omega + \frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} + e^{-\frac{1}{2}\omega - \frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}}}$$

sive multiplicando per $\sqrt{-1}$

$$\lambda + \varkappa\sqrt{-1} = \frac{e^{\frac{1}{2}\omega} \cdot e^{\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} - e^{-\frac{1}{2}\omega} \cdot e^{-\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}}}{e^{\frac{1}{2}\omega} \cdot e^{\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} + e^{-\frac{1}{2}\omega} \cdot e^{-\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}}}$$

quod porro, ob

$$e^{\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} = \cos.\, \tfrac{1}{2}\zeta + \sqrt{-1}\, \sin.\, \tfrac{1}{2}\zeta$$

$$e^{-\frac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}} = \cos.\, \tfrac{1}{2}\zeta - \sqrt{-1}\, \sin.\, \tfrac{1}{2}\zeta$$

in hanc formam transfunditur

$$\lambda+\varkappa\sqrt{-1}=\frac{(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\cos.\tfrac{1}{2}\zeta+(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta}{(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega})\cos.\tfrac{1}{2}\zeta+(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta}$$

ad quam simpliciorem reddendam statuamus $e^{\omega}+e^{-\omega}=2z$, ita ut sit:

$$e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}=\sqrt{2z+2}$$
$$e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega}=\sqrt{2z-2},$$

atque habebimus:

$$\lambda+\varkappa\sqrt{-1}=\frac{\cos.\tfrac{1}{2}\zeta.\sqrt{2z-2}+\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta.\sqrt{2z+2}}{\cos.\tfrac{1}{2}\zeta.\sqrt{2z+2}+\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta.\sqrt{2z-2}}.$$

Sit porro $\sqrt{\frac{2z-2}{2z+2}}=v$, eritque:

$$\lambda+\varkappa\sqrt{-1}=\frac{v\cos.\tfrac{1}{2}\zeta+\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta}{\cos.\tfrac{1}{2}\zeta+v\sqrt{-1}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta},$$

quod etiam ita commodius exhiberi potest:

$$\lambda+\varkappa\sqrt{-1}=\frac{v+(1-vv)\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\sqrt{-1}}{\cos.\tfrac{1}{2}\zeta^2+vv\sin.\tfrac{1}{2}\zeta^2},$$

unde concluditur fore:

$$\lambda=\frac{v}{\cos.\tfrac{1}{2}\zeta^2+vv\sin.\tfrac{1}{2}\zeta^2}$$
$$\varkappa=\frac{(1-vv)\sin.\zeta}{2(\cos.\tfrac{1}{2}\zeta^2+vv\sin.\tfrac{1}{2}\zeta^2)}.$$

Cum autem sit $v=\sqrt{\frac{2z-2}{2z+2}}=\sqrt{\frac{e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega}}{e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}}}=\sqrt{\frac{e^{\omega}-1}{e^{\omega}+1}}$, hoc valore substituto tam $\varkappa$ quam λ per binas quantitates ζ et ω determinabuntur, et quidem satis concinne: erit enim

$$\lambda=\frac{\sqrt{e^{2\omega}-1}}{e^{\omega}+\cos.\zeta}\quad\text{et}\quad\varkappa=\frac{\sin.\zeta}{e^{\omega}+\cos.\zeta}.$$

Quodsi nunc brevitatis gratia ponamus:

$$\mu\varkappa-\nu\lambda=\pi\quad\text{et}\quad\mu\lambda+\nu\varkappa=\varrho,$$

formula ulterius reducenda ita se habet:

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta-\cos.\theta}=(\gamma-\delta\sqrt{-1})\,\text{A tag.}(\pi-\varrho\sqrt{-1}).$$

§. 13. Ad reductionem igitur penitus absolvendam statuatur denique A tg. $(\pi - \varrho \sqrt{-1}) = \sigma - \tau \sqrt{-1}$, atque tractandum habebimus casum jam supra expeditum: fieri enim debet tg. $(\sigma - \tau \sqrt{-1}) = \pi - \varrho \sqrt{-1}$, unde ex praecedente paragrapho sequitur fore $\varrho = \frac{\sqrt{e^{4\tau} - 1}}{e^{2\tau} + \cos. 2\sigma}$ et $\pi = \frac{\sin. 2\sigma}{e^{2\tau} + \cos. 2\sigma}$, denotantibus hic $\sigma, \tau, \pi, \varrho$, respective, quod ibi fuerat $\frac{1}{2}\zeta$, $\frac{1}{2}\omega$, $\varkappa$, λ. Verum hic nobis incumbit valores σ et τ per π et ϱ determinare, quod pariter satis concinne fieri licet. Erit enim ex valore pro π invento $e^{2\tau} = \frac{\sin. 2\sigma - \pi \cos. 2\sigma}{\pi}$, unde jam conficitur $e^{2\tau} + \cos. 2\sigma = \frac{\sin. 2\sigma}{\pi}$, $e^{4\tau} - 1 = \frac{(1 - \pi\pi) \sin. 2\sigma^2 - 2\pi \sin. 2\sigma \cos. 2\sigma}{\pi\pi}$, quibus valoribus in ϱ substitutis nanciscimur $\varrho = \sqrt{1 - \pi\pi - 2\pi \cot. 2\sigma}$, hincque porro concluditur fore tag. $2\sigma = \frac{2\pi}{1 - \pi\pi - \varrho\varrho}$, unde fit sin. $2\sigma = \frac{2\pi}{\sqrt{(1 - \pi\pi - \varrho\varrho)^2 + 4\pi\pi}}$, cos. $2\sigma = \frac{1 - \pi\pi - \varrho\varrho}{\sqrt{(1 - \pi\pi - \varrho\varrho)^2 + 4\pi\pi}}$ hique valores in $e^{2\tau}$ introducti praebent $e^{2\tau} = \frac{1 + \pi\pi + \varrho\varrho}{\sqrt{(1 - \pi\pi - \varrho\varrho)^2 + 4\pi\pi}}$. Hoc igitur modo adepti sumus valores quaesitos σ et τ per π et ϱ expressos; erit enim $\sigma = \frac{1}{2}$ Arc. tag. $\frac{2\pi}{1 - \pi\pi - \varrho\varrho}$

$$\tau = \frac{1}{2} \log. \frac{1 + \pi\pi + \varrho\varrho}{\sqrt{(1 - \pi\pi - \varrho\varrho)^2 + 4\pi\pi}}.$$

§. 14. Hac igitur reductione absoluta pars prior nostri integralis hanc obtinuit formam: $\int \frac{\partial \theta}{\beta - \cos. \theta} = P + Q \sqrt{-1}$, existente $P = \gamma\sigma - \delta\tau$ et $Q = -\delta\sigma - \gamma\tau$. Simili prorsus modo reperietur fore $\int \frac{\partial \eta}{\alpha - \cos. \eta} = R + S \sqrt{-1}$, unde quaesitum aequationis propositae integrale, ex his par-

tibus conflatum, erit $P+R+(Q+S)\sqrt{-1}=A+B\sqrt{-1}$. Hinc autem sequitur fore $P+R=A$ et $Q+S=B$, haeque aequationes, uti ex rei natura perspicitur, erunt identicae, hoc est, ex utraque eadem resultabit relatio inter angulos variabiles ζ et ω numerosque constantes m et n; utraque igitur exhibet integrale quaesitum aequationis propositae

$$2n\partial\omega+2m\partial\zeta-\partial\omega\cos.\zeta(e^{\omega}+e^{-\omega})-\partial\zeta\sin.\zeta(e^{\omega}-e^{-\omega})=0$$

et quidem realiter expressum, nec non completum.

§. 15. Huic resolutioni aliam subjungam ex principio longe diverso petitam, cujus ope integrale quaesitum, unica reductione facta, sub forma reali exhibere licebit. Quoniam nempe aequationem differentialem propositam, in $\sqrt{-1}$ ductam, (§. 4.) ad hanc formam reduximus:

$$\frac{\partial\theta}{\beta-\cos.\theta}+\frac{\partial\eta}{\alpha-\cos.\eta}=0\,.\,\sqrt{-1},$$

et summa integralium binarum partium debet esse quantitas constans, pono:

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta-\cos.\theta}+\int\frac{\partial\eta}{\alpha-\cos.\eta}=2\,C\,\sqrt{-1}.$$

Nunc autem, posita tangente $\text{tg.}\,\frac{1}{2}\theta=t$, formulam ex hac substitutione resultantem ita repraesento:

$$\int\frac{\partial\theta}{\beta-\cos.\theta}=\int\frac{2\partial t}{(1+\beta)tt-(1-\beta)}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta\beta}}=l\frac{t\sqrt{1+\beta}-\sqrt{1-\beta}}{t\sqrt{1+\beta}+\sqrt{1-\beta}},$$

et restituto loco t valore $\frac{\sin.\frac{1}{2}\theta}{\cos.\frac{1}{2}\theta}$ fiet

$$\int=\frac{\partial\theta}{\beta-\cos.\theta}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta\beta}}\;l\frac{\sin.\frac{1}{2}\theta.\sqrt{1+\beta}-\cos.\frac{1}{2}\theta.\sqrt{1-\beta}}{\sin.\frac{1}{2}\theta.\sqrt{1+\beta}+\cos.\frac{1}{2}\theta.\sqrt{1-\beta}}.$$

Simili prorsus modo, posita tag. $\frac{1}{2}\eta = u$ et restituto valore, reperietur altera pars integralis:

$$\int \frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha\alpha}}\, l\, \frac{\sin.\frac{1}{2}\eta.\sqrt{1+\alpha} - \cos.\frac{1}{2}\eta.\sqrt{1-\alpha}}{\sin.\frac{1}{2}\eta.\sqrt{1+\alpha} + \cos.\frac{1}{2}\eta.\sqrt{1-\alpha}}.$$

§. 16. Jam vero cum sit $\frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}\zeta - \frac{1}{2}\omega\sqrt{-1}$ et $\frac{1}{2}\eta = -\frac{1}{2}\zeta - \frac{1}{2}\omega\sqrt{-1}$, habebimus:

$$\sin.\tfrac{1}{2}\theta = \sin.\tfrac{1}{2}\zeta\cos.\tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1} - \cos.\tfrac{1}{2}\zeta\sin.\tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1}$$

$$\sin.\tfrac{1}{2}\eta = -\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\cos.\tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1} - \cos.\tfrac{1}{2}\zeta\sin.\tfrac{1}{2}\omega\sqrt{-1}.$$

quos autem sinus ita repraesentemus:

$$\sin.\tfrac{1}{2}\theta = \tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}) - \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}$$

$$\sin.\tfrac{1}{2}\eta = -\tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}) - \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}$$

ut pateat eos esse formae $\pm f - g\sqrt{-1}$, positoque $\sqrt{1+\beta} = c + d\sqrt{-1}$ erit $\sqrt{1+\alpha} = -c + d\sqrt{-1}$, tum vero facile intelligitur fore:

$$\sin.\tfrac{1}{2}\theta.\sqrt{1+\beta} = p + q\sqrt{-1}$$

$$\sin.\tfrac{1}{2}\eta.\sqrt{1+\alpha} = p - q\sqrt{-1}$$

ubi meminisse oportet sequentium valorum:

$$p = cf + dg$$

$$q = df - cg$$

$$f = \tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega} - e^{-\frac{1}{2}\omega})$$

$$g = \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega} - e^{-\frac{1}{2}\omega})$$

$$c = \sqrt{\frac{\sqrt{(n+1)^2+mm}+(n+1)}{2}}$$

$$d = \sqrt{\frac{\sqrt{(n+1)^2+mm}-(n+1)}{2}}.$$

§. 17. Simili plane modo pro cosinubus reperietur fore:

$$\cos.\tfrac{1}{2}\theta = \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}) + \tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}$$
$$\cos.\tfrac{1}{2}\eta = \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega}) - \tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})\sqrt{-1}$$

ideoque formae $x \pm y\sqrt{-1}$, positoque porro $\sqrt{1-\beta} = h - k\sqrt{-1}$, erit $\sqrt{1-\alpha} = h + k\sqrt{-1}$, fietque:

$$\cos.\tfrac{1}{2}\theta\,.\,\sqrt{1-\beta} = r + s\sqrt{-1}$$
$$\cos.\tfrac{1}{2}\eta\,.\,\sqrt{1-\alpha} = r - s\sqrt{-1},$$

ubi notetur esse:

$$r = hx + ky$$
$$s = hy - kx$$
$$x = \tfrac{1}{2}\cos.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}+e^{-\frac{1}{2}\omega})$$
$$y = \tfrac{1}{2}\sin.\tfrac{1}{2}\zeta\,(e^{\frac{1}{2}\omega}-e^{-\frac{1}{2}\omega})$$
$$h = \sqrt{\frac{\sqrt{(1-n)^2+mm}+(1-n)}{2}}$$
$$k = \sqrt{\frac{\sqrt{(1-n)^2+mm}-(1-n)}{2}}.$$

Praeterea autem habebimus:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta\beta}} = + \frac{(a-b\sqrt{-1})}{aa+bb}$$
$$\frac{1}{\sqrt{1-\alpha\alpha}} = - \frac{(a+b\sqrt{-1})}{aa+bb},$$

posito concinnitatis gratia $ch + dk = a$ et $dh - ck = b$.

§. 18. His praemissis binae integralis quaesiti partes nunc ita exprimentur:

$$\int \frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = \frac{a - b\sqrt{-1}}{aa + bb}\, l\, \frac{(p-r) + (q-s)\sqrt{-1}}{(p+r) + (q+s)\sqrt{-1}}$$

$$\int \frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} = -\frac{(a + b\sqrt{-1})}{aa + bb}\, l\, \frac{(p-r) - (q-s)\sqrt{-1}}{(p+r) - (q+s)\sqrt{-1}}$$

quarum igitur summa cum posita sit $= 2\,C - 1$, colligendo et per $\sqrt{-1}$ multiplicando habebimus sequentem aequationem:

$$-2\,C = \frac{2b}{aa+bb}\, l \sqrt{\frac{(p-r)^2 + (q-s)^2}{(p+r)^2 + (q+s)^2}} - \frac{a\sqrt{-1}}{aa+bb}\, l\, \frac{pp - rr + qq - ss + 2(ps - qr)\sqrt{-1}}{pp - rr + qq - ss - 2(ps - qr)\sqrt{-1}}.$$

Cum autem sit:

$$\sqrt{-1}\; l\, \frac{x + y\sqrt{-1}}{x - y\sqrt{-1}} = 2 \text{ Arc. tag. } \frac{x}{y},$$

postremum hujus integralis membrum imaginarium in arcum realem transfunditur, eritque totum integrale reale, scilicet:

$$\frac{-b}{aa+bb}\, l \sqrt{\frac{(p-r)^2 + (q-s)^2}{(p+r)^2 + (q+s)^2}} + \frac{a}{aa+bb} \text{ A tg. } \frac{pp - rr + qq - ss}{2(ps - qr)} = C,$$

qua aequatione, ob quantitates p, q, r, s, realiter per angulos variabiles ζ et ω perque datos numeros m et n determinatas, relatio inter ζ et ω definietur.

§. 19. Nunc igitur ad solutionem nostri problematis propositi penitus perficiendam nihil aliud superest, nisi ut radius vector $CY = z$ et angulus $DCY = \Phi$, quem ista linea cum axe fixo constituit, realiter exprimantur per easdem variabiles a se invicem pendentes ζ et ω. Quod distantiam z attinet, quoniam supra §. 2. invenimus

$$\frac{\partial z}{z} = -\frac{\partial\zeta \sin.\zeta\, (e^{\omega} + e^{-\omega})}{2n - \cos.\zeta\, (e^{\omega} + e^{-\omega})},$$

ob $e^{\omega} + e^{-\omega} = 2\cos.\psi$ (§. 4.) habebimus

$$\frac{\partial z}{z} = -\frac{\partial\zeta \sin.\zeta \cos.\psi}{n - \cos.\zeta \cos.\psi}.$$

Cum autem sit ex §. 4: $\partial\eta = -\frac{\partial\theta(\alpha - \cos.\eta)}{\beta - \cos.\theta}$, manifestum est fore $\partial\zeta = \frac{\partial\theta - \partial\eta}{2} = \frac{(2n - \cos.\theta - \cos.\eta)\partial\theta}{2(\beta - \cos.\theta)}$, unde porro intelligitur esse: $\frac{\partial\zeta}{n - \cos.\zeta\cos.\psi} = \frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta}$, ita ut jam habeamus:

$$\frac{\partial z}{z} = -\frac{\partial\theta\sin.\zeta\cos.\psi}{\beta - \cos.\theta} = -\frac{\partial\theta(\sin.\theta - \sin.\eta)}{2(\beta - \cos.\theta)}.$$

Verum quoniam $\partial\eta$ et $\partial\theta$ ita a se invicem pendent, ut sit:

$$\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta} = -\frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta},$$

postrema expressio hanc induit formam:

$$\frac{2\partial z}{z} = -\frac{\partial\theta\sin.\theta}{\beta - \cos.\theta} - \frac{\partial\eta\sin.\eta}{\alpha - \cos.\eta},$$

unde integrando nanciscimur:

$$lzz = C - l(\beta - \cos.\theta) - l(\alpha - \cos.\eta).$$

§. 20. Quodsi nunc loco α, β, η, θ valores imaginarii substituantur, fiet:

$$l(\beta - \cos.\theta) = l[n + m\sqrt{-1} - \cos.(\zeta - \omega\sqrt{-1})]$$
$$= l[n + m\sqrt{-1} - \tfrac{1}{2}\cos.\zeta(e^{\omega} + e^{-\omega}) - \tfrac{1}{2}\sin.\zeta(e^{\omega} - e^{-\omega})\sqrt{-1}]$$

ita ut habeamus $l(\beta - \cos.\theta) = l(\Phi + \Psi\sqrt{-1})$, ponendo scilicet: $n - \frac{1}{2}\cos.\zeta(e^{\omega} + e^{-\omega}) = \Phi$

$$m - \tfrac{1}{2}\sin.\zeta(e^{\omega} - e^{-\omega}) = \Psi.$$

Nunc autem statuatur: $l(\Phi + \Psi\sqrt{-1}) = \Sigma + \Theta\sqrt{-1}$, sumtisque differentialibus erit:

$$\frac{\partial\Phi + \partial\Psi\sqrt{-1}}{\Phi + \Psi\sqrt{-1}} = \partial\Sigma + \partial\Theta\sqrt{-1},$$

et sublato imaginario in denominatore:

$$\frac{\Phi\partial\Phi + \Psi\partial\Psi + (\Phi\partial\Psi - \Psi\partial\Phi)\sqrt{-1}}{\Phi\Phi + \Psi\Psi} = \partial\Sigma + \partial\Theta\sqrt{-1}.$$

Hinc igitur concludimus fore:

$$\frac{\Phi\partial\Phi + \Psi\partial\Psi}{\Phi\Phi + \Psi\Psi} = \partial\Sigma$$

$$\frac{\Phi\partial\Psi - \Psi\partial\Phi}{\Phi\Phi + \Psi\Psi} = \partial\Theta,$$

unde integrando nanciscimur:

$$\Sigma = l\sqrt{\Phi\Phi + \Psi\Psi} \text{ et } \Theta = A \text{ tg.} \tfrac{\Psi}{\Phi}.$$

§. 21. Eodem modo, cum pro altera parte logarithmica sit: $l(\alpha - \cos.\eta) = l[n - m\sqrt{-1} - \cos.(\zeta + \omega\sqrt{-1})]$, evolvendo et substituendo reperietur fore:

$$l(\alpha - \cos.\eta) = l(\Phi - \Psi\sqrt{-1}) = \Sigma - \Theta\sqrt{-1}.$$

Hinc jam sequitur fore:

$$lzz = C - 2\Sigma = C - l(\Phi\Phi + \Psi\Psi) = l\frac{bb}{\Phi\Phi + \Psi\Psi},$$

unde porro, si ad numeros regrediamur, sequens emanat expressio realis pro distantia quaesita puncti fixi a curva:

$$z = \frac{b}{\sqrt{[n - \frac{1}{2}\cos.\zeta\,(e^{\omega} + e^{-\omega})]^2 + [m - \frac{1}{2}\sin.\zeta\,(e^{\omega} - e^{-\omega})]^2}}.$$

§. 22. Ad explorandum denique valorem anguli Φ realiter expressum, notandum est fore:

$$\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\,tg.\zeta} = -\frac{\partial\zeta\cos.\zeta\cos.\psi}{n - \cos.\zeta\cos.\psi},$$

quod subsidio reductionum §. 19 jam adhibitarum transmutatur in $2\partial\Phi = -\frac{\partial\theta(\cos.\theta + \cos.\eta)}{\beta - \cos.\theta} = \frac{\partial\eta\cos.\eta}{\alpha - \cos.\eta} - \frac{\partial\theta\cos.\theta}{\beta - \cos.\theta}$, quod ita ulterius in partes dispescitur:

$$2\partial\Phi = \partial\theta - \partial\eta + \frac{\alpha\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} - \frac{\beta\partial\theta}{\beta - \cos.\theta},$$

unde integrando prodit

$$2\Phi = 2\zeta + (n - m\sqrt{-1})\int\frac{\partial\eta}{\alpha - \cos.\eta} - (n + m\sqrt{-1})\int\frac{\partial\theta}{\beta - \cos.\theta}.$$

At vero ex §. 18 constat esse:

$$\int \frac{\partial \theta}{\beta - \cos.\theta} = \frac{a - b\sqrt{-1}}{aa + bb}\, l\, \frac{pp - rr + qq - ss - 2(ps - qr)\sqrt{-1}}{(p+r)^2 + (q+s)^2}$$

$$\int \frac{\partial \eta}{\alpha - \cos.\eta} = -\frac{(a + b\sqrt{-1})}{aa + bb}\, l\, \frac{pp - rr + qq - ss + 2(ps - qr\sqrt{-1}}{(p+r)^2 + (q+s)^2},$$

unde sequitur fore:

$$(n - m\sqrt{-1})\int \frac{\partial \eta}{\alpha - \cos \eta} = -(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}\sqrt{-1})\, l\, (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\sqrt{-1})$$

$$(n + m\sqrt{-1})\int \frac{\partial \theta}{\beta - \cos.\theta} = +(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}\sqrt{-1})\, l\, (\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\sqrt{-1}),$$

positis brevitatis gratia:

$$\mathfrak{a} = \frac{na + mb}{aa + bb}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{nb - ma}{aa + bb}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{pp - rr + qq - ss}{(p+r)^2 + (q+s)^2}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{2(ps - qr)}{(p+r)^2 + (q+s)^2}.$$

§. 23. Nunc autem praeterea statuatur:

$$(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}\sqrt{-1})\, l\, (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\sqrt{-1}) = \mathfrak{F} + \mathfrak{G}\sqrt{-1}$$

$$(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}\sqrt{-1})\, l\, (\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\sqrt{-1}) = \mathfrak{F} - \mathfrak{G}\sqrt{-1},$$

eritque sumtis differentialibus, excussoque imaginario in denominatore:

$$(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}\sqrt{-1}) \frac{\left\{\begin{matrix} \mathfrak{A}\partial\mathfrak{A} + \mathfrak{A}\partial\mathfrak{B}\sqrt{-1} \\ + \mathfrak{B}\partial\mathfrak{B} - \mathfrak{B}\partial\mathfrak{A}\sqrt{-1} \end{matrix}\right\}}{\mathfrak{A}\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\mathfrak{B}} = \partial\mathfrak{F} + \partial\mathfrak{G}\sqrt{-1}$$

$$(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}\sqrt{-1}) \frac{\left\{\begin{matrix} \mathfrak{A}\partial\mathfrak{A} - \mathfrak{A}\partial\mathfrak{B}\sqrt{-1} \\ + \mathfrak{B}\partial\mathfrak{B} + \mathfrak{B}\partial\mathfrak{A}\sqrt{-1} \end{matrix}\right\}}{\mathfrak{A}\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\mathfrak{B}} = \partial\mathfrak{F} - \partial\mathfrak{G}\sqrt{-1},$$

hinc si denuo capiantur integralia fiet:

$$(\mathfrak{a}+\mathfrak{b}\sqrt{-1})\,[l\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{B}\mathfrak{B}}+\sqrt{-1}\,.\,\text{A}\,\text{tg.}\tfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}]=\mathfrak{F}+\mathfrak{G}\sqrt{-1}$$

$$(\mathfrak{a}-\mathfrak{b}\sqrt{-1})\,[l\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{B}\mathfrak{B}}-\sqrt{-1}\,.\,\text{A}\,\text{tg.}\tfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}]=\mathfrak{F}-\mathfrak{G}\sqrt{-1},$$

ex utraque autem concluditur fore:

$$\mathfrak{F}=\mathfrak{a}\,l\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{B}\mathfrak{B}}-\mathfrak{b}\,\text{A}\,\text{tg.}\tfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}$$

$$\mathfrak{G}=\mathfrak{b}\,l\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{B}\mathfrak{B}}+\mathfrak{a}\,\text{A}\,\text{tg.}\tfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}},$$

ita ut jam angulum Φ habeamus realiter expressum, cum sit

$$\Phi=\zeta-\mathfrak{F}=\zeta-\mathfrak{a}\,l\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{B}\mathfrak{B}}+\mathfrak{b}\,\text{A}\,\text{tg.}\tfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}$$

ubi $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ per p, q, r, s, hi vero valores per angulos ζ et ω exprimuntur, quorum relatio mutua per integrale supra §. 18 exhibitum determinatur.

§. 24. Hoc igitur modo feliciter quoque solutum est istud problema difficillimum et ideo potissimum memorabile, quod tam insigne exhibeat exemplum aequationis differentialis, quae non nisi per substitutiones imaginarias resolvi posse videtur.

FORMULARUM QUARUNDAM DIFFERENTIALIUM ANGULARIUM INTEGRATIO.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhib. die 9. Januarii 1800.

§. 1. Cum plenum omnibusque numeris absolutum Systema Calculi integralis nondum habeamus, tota formulas differentiales abstrusiores integrandi ratio hucusque in eo consistit, ut quocunque modo ad formam redigantur, cujus integrale aut per se jam constet, aut facile indagari queat methodorum jam usu receptarum subsidio. Ne igitur in solvendis problematibus profundioris indaginis moram interponat integratio aliqua, utique expedit prae manibus habere aut catalogum formularum actu jam integratarum, aut saltem repertorium praecipuarum transformationum ad varias classes formularum differentialium accommodatarum. Haec cum ita sint, laborem eorum, qui aut illi catalogo, aut huic repertorio augendo operam navant utilitate prorsus expertem censebit nemo. Hac adductus

ratione integrationem nonnullarum formularum differentialium angularium exhibere heic apud me statui, ad quas me aliquando perduxerant varia problemata tum geometrica, tum mechanica, quas autem postmodum, quo latius pateret usus, ad formam generaliorem revocare curae habui. Ceterum istae formulae ita sunt comparatae, ut peculiarem quaeque suam postulet methodum, ex quo ipso in susceptum laborem, meo equidem judicio, major emanat utilitas, quandoquidem hoc pacto non solum catalogus formularum actu jam integratarum, sed etiam numerus idonearum transformationum quodammodo augetur.

I.

Integratio formulae

$$S = \int \frac{\partial \Phi \, (a \sin.\, m\Phi + b \cos.\, m\Phi)}{\sin.\, n\Phi^{\frac{2n-m}{n}}}.$$

§. 2. Haec formula complectitur aliam magis particularem, in quam aliquando incideram, dum curvas quaerebam algebraicas cum Hyperbola aequilatera eadem rectificatione gaudentes. Integratio formulae generalioris propositae, deinceps suscepta, eo magis notatu digna mihi visa est, quod per substitutiones imaginarias absolvitur.

§. 3. Statuatur nempe:

$$\cos.\,\Phi + \sqrt{-1}\,.\,\sin.\,\Phi = p$$
$$\cos.\,\Phi - \sqrt{-1}\,.\,\sin.\,\Phi = q,$$

eritque, uti constat, $pq = 1$ et $\frac{\partial p}{p} = \partial\Phi\sqrt{-1}$, tum vero

$$\cos.\,m\Phi = \frac{p^m + q^m}{2} = \frac{p^{2m}+1}{2p^m}$$
$$\sin.\,m\Phi = \frac{p^m - q^m}{2\sqrt{-1}} = \frac{p^{2m}-1}{2p^m\sqrt{-1}}$$
$$\sin.\,n\Phi = \frac{p^n - q^n}{2\sqrt{-1}} = \frac{p^{2n}-1}{2p^n\sqrt{-1}},$$

quibus substitutis formula nostra integranda hanc induit formam:

$$S = \int \frac{p^{2n-2m-1}\,\partial p\,[\frac{ap^{2m}-a}{\sqrt{-1}} + bp^{2m} + b]}{(2\sqrt{-1})^{\frac{m-n}{n}}(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}},$$

quam porro, posito brevitatis gratia $a + b\sqrt{-1} = \alpha$ et $a - b\sqrt{-1} = \beta$, sequenti modo in duas partes discerpere licet:

$$S = \frac{2^{\frac{n-m}{n}}}{(\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}}}\left[\alpha\int\frac{p^{2n-1}\,\partial p}{(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}} - \beta\int\frac{p^{2n-2m-1}\,\partial p}{(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}}\right].$$

§. 4. Pro integranda parte priore statuatur $p^{2n}-1 = x^{2n}$, eritque $p^{2n-1}\,\partial p = x^{2n-1}\,\partial x$ et $(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}} = x^{4n-2m}$, quibus valoribus in priori formula substitutis, ista pars integralis quaesiti erit:

$$\int\frac{p^{2n-1}\,\partial p}{(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}} = \int x^{2m-2n-1}\,\partial x = \frac{x^{2m-2n}}{2m-2n}.$$

§. 5. Pro integranda parte posteriore, ea primo ita repraesentetur:

$$\int \frac{p^{2n-2m-1}\partial p}{(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}} = \int \frac{\partial p}{p^{2n+1}} \left(\frac{p^2}{\sqrt[n]{p^{2n}-1}}\right)^{2n-m},$$

tum vero statuatur $\frac{p^2}{\sqrt[n]{p^{2n}-1}} = y^2$, eritque $\frac{p^{2n}}{p^{2n}-1} = y^{2n}$, hincque porro $p^{2n} = \frac{y^{2n}}{y^{2n}-1}$ et $\frac{\partial p}{p} = \frac{-\partial y}{y(y^{2n}-1)}$, quibus substitutis pars posterior in hanc abibit formam:

$$\int \frac{p^{2n-2m-1}\partial p}{(p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}} = -\int y^{2n-2m-1}\partial y = -\frac{y^{2n-2m}}{2n-2m}.$$

§. 6. Hinc igitur integrale quaesitum sequenti modo per x et y prodibit expressum:

$$S = \frac{2^{\frac{n-m}{n}}}{(\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}}} \left[\frac{\alpha x^{2m-2n}}{2m-2n} + \frac{\beta y^{2n-2m}}{2n-2m}\right]$$

sive etiam ita:

$$S = \frac{-\alpha x^{2m-2n} + \beta y^{2n-2m}}{(2\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}} \times (n-m)}$$

in qua formula quomodo loco x et y angulus Φ restitui possit videamus.

§. 7. Hunc in finem observo, ex valore supra (§. 4.) invento: $x^{4n-2m} = (p^{2n}-1)^{\frac{2n-m}{n}}$ statim fieri

$x^{2m-4n} = \frac{1}{(p^{2n} - 1)^{\frac{2n-m}{n}}}$. Quoniam autem ex §. 3. habemus $p^{2n} - 1 = 2 p^n \sqrt{-1} \sin. n\Phi$, potestas quaesita ipsius x fiet

$$x^{2m-4n} = \frac{p^{m-2n}}{(2\sqrt{-1})^{\frac{2n-m}{n}} \sin. n\Phi^{\frac{2n-m}{n}}}$$

quae ducta in $x^{2n} = p^{2n} - 1 = 2p^n \sqrt{-1} \sin. n\Phi$ dabit

$$x^{2m-4n} = \frac{p^{m-n}}{(2\sqrt{-1})^{\frac{n-m}{n}} . \sin. n\Phi^{\frac{n-m}{n}}}$$

Simili modo cum sit $y^{2m} = \frac{p^{2m}}{(p^{2n} - 1)^{\frac{m}{n}}}$, (ex §. 5.), habebimus $\frac{y^{2n}}{y^{2m}} = \frac{p^{2n-2m}}{(p^{2n} - 1)^{\frac{n-m}{n}}}$, unde sequitur

$$y^{2n-2m} = \frac{p^{n-m}}{(2\sqrt{-1})^{\frac{n-m}{n}} . \sin. n\Phi^{\frac{n-m}{n}}}.$$

Quodsi igitur hi valores substituantur, erit

$$S = \frac{\beta p^{n-m} - \alpha p^{m-n}}{2\sqrt{-1} . (n-m) \sin. n\Phi^{\frac{n-m}{n}}}.$$

§. 8. Superest ut loco potestatum p^{n-m} et p^{m-n} substituantur earum valores per Φ expressi, qui ex §. 3. sunt:

$$p^{n-m} = \cos.(n-m)\Phi + \sqrt{-1}\sin.(n-m)\Phi$$
$$p^{m-n} = \cos.(n-m)\Phi - \sqrt{-1}\sin.(n-m)\Phi$$

tum vero, ut loco β et α restituantur valores $a - b\sqrt{-1}$ et $a + b\sqrt{-1}$ (§. 3.), quo facto fiet

$$S = \frac{\left\{\begin{array}{l} +(a-b\sqrt{-1})[\cos.(n-m)\Phi + \sqrt{-1}\sin.(n-m)\Phi] \\ -(a+b\sqrt{-1})[\cos.(n-m)\Phi - \sqrt{-1}\sin.(n-m)\Phi] \end{array}\right\}}{2\sqrt{-1}.(n-m).\sin.(n-m)\Phi^{\frac{n-m}{n}}}$$

factaque evolutione, integrale formulae propositae quaesitum tandem sequenti modo prodit expressum:

$$S = \frac{a\sin.(n-m)\Phi - b\cos.(n-m)\Phi}{(n-m)\sin.n\Phi^{\frac{n-m}{n}}}.$$

§. 9. Hinc igitur intelligitur integrale formulae propositae semper fore algebraicum, quicunque valores litteris m et n tribuantur, dummodo non fuerit $m = n$; hoc enim casu integrale formulae $S = \int \frac{\partial\Phi(a\sin.n\Phi + b\cos.n\Phi)}{\sin.n\Phi}$ manifesto ex logarithmo et arcu circulari est conflatum, quam ob caussam iste casus, aliâs facillimus ac per se obvius, in nostra formula integrali omnino non continetur.

II.

Integratio formulae.

$$S = \int \frac{\partial\Phi(a + b\cos.\Phi)}{\sin.\Phi.\sqrt{bb\sin.\Phi^2 - (b + a\cos.\Phi)^2}}.$$

§. 10. Huic formulae tractandae occasionem mihi obtulit alia magis particularis, quam nactus fueram pro elemento temporis in solvendo problemate mechanico motum quendam rotatorium spectante. Diu, sine necessitate, in eo occupatus, ut formulam ad rationalitatem perducerem, perspexi tandem, ope sequentium transformationum singularium ad integrale quaesitum perveniri.

§. 11. Quo nempe binomium uncinulis inclusum in numeratore et denominatore idem evadat, pono

$$a = \frac{fh}{\sqrt{gg + hh - ff}} \text{ et } b = \frac{gh}{\sqrt{gg + hh - ff}}$$

quo facto formula proposita abit in hanc:

$$S = \int \frac{\partial\Phi\,(f + g\cos.\Phi)}{\sin.\Phi\sqrt{hh\sin.\Phi^2 - (f + g\cos.\Phi)^2}}$$

quae praeterea, posito $f + g\cos.\Phi = z\sin.\Phi$, in hanc transfunditur:

$$S = \int \frac{\partial\Phi}{\sin.\Phi} \cdot \frac{z}{\sqrt{hh - zz}}$$

§. 12. Jam aequationis illius (§. 11.): $f + g\cos.\Phi = z\sin.\Phi$ capiatur differentiale, eritque

$$-g\partial\Phi\sin.\Phi = \partial z\sin.\Phi + z\partial\Phi\cos.\Phi,$$

unde colligitur $\frac{\partial\Phi}{\sin.\Phi} = \frac{-\partial z}{g\sin.\Phi + z\cos.\Phi}$, quo valore substituto formula integranda ita se habebit:

$$S = \int \frac{-z\partial z}{(g\sin.\Phi + z\cos.\Phi)\sqrt{hh - zz}}.$$

§. 13. Statuatur nunc $g\sin.\Phi + z\cos.\Phi = x$, et cum sit $g\cos.\Phi - z\sin.\Phi = -f$ (§. 11.), habebimus

summam quadratorum $ff + xx = gg + zz$, unde porro deducimus $x = g \sin. \Phi + z \cos. \Phi = \sqrt{gg - ff + zz}$, hincque nanciscimur:

$$S = \int \frac{-z\partial z}{\sqrt{gg - ff + zz} \cdot \sqrt{hh - zz}}.$$

§. 14. Statuatur denique $\sqrt{hh - zz} = y$, eritque $\frac{-z\partial z}{\sqrt{hh - zz}} = \partial y$ et $zz = hh - yy$, quibus substitutis formula integranda abit in hanc:

$$S = \int \frac{\partial y}{\sqrt{gg + hh - ff - yy}} = \int \frac{\partial y}{\sqrt{cc - yy}}$$

posito tantisper $gg + hh - ff = cc$.

§. 15. Nunc igitur actu integrando fiet:

$$S = \text{Arc. sin. } \frac{y}{c} = \text{Arc. sin. } \sqrt{\frac{hh - zz}{gg + hh - ff}}.$$

Est vero $A \sin. \sqrt{\frac{hh - zz}{gg + hh - ff}} = A \cos. \sqrt{\frac{gg - ff + zz}{gg + hh - ff}}$, unde restituto valore $z = \frac{f + g \cos. \Phi}{\sin. \Phi}$ (ex §. 11.) prodit

$$S = \text{Arc. cos. } \frac{g + f \cos. \Phi}{\sin. \Phi \sqrt{gg + hh - ff}},$$

unde cum sit $\frac{f}{\sqrt{gg + hh - ff}} = \frac{a}{b}$ et $\frac{g}{\sqrt{gg + hh - ff}} = \frac{b}{b}$ (§. 11.), integrale quaesitum sequenti modo prodibit expressum:

$$S = \text{Arc. cos. } \frac{b + a \cos. \Phi}{b \sin. \Phi}.$$

III.

Integratio formulae

$$S = \int \frac{\partial \Phi (a + b \cos. \Phi)}{ff \cos. \Phi^2 + gg \sin. \Phi^2}$$

§. 16. Formula particularis, in proposita contenta,

integranda se mihi obtulit occasione problematis geometrici, in decade illa problematum ex methodo tangentium inversa occurrentis, quam non ita pridem conventui academico exhibui. Formulae propositae generalioris integratio ita se habet.

§. 17. Discerpatur formula in duas partes, ponendo

$$\int \frac{a\partial\Phi}{ff\cos.\Phi^2 + gg\sin.\Phi^2} = P$$

$$\int \frac{b\partial\Phi\cos.\Phi}{ff\cos.\Phi^2 + gg\sin.\Phi^2} = Q$$

ita ut sit $S = P + Q$. Nunc autem utraque pars seorsim integrari potest sequenti modo.

§. 18. Pro parte priore, cum sit $\cos.\Phi^2 = \frac{1+\cos.2\Phi}{2}$ et $\sin.\Phi^2 = \frac{1-\cos.2\Phi}{2}$, habebimus

$$P = \int \frac{2a\partial\Phi}{ff+gg+(ff-gg)\cos.2\Phi}.$$

Ponatur autem $2\Phi = \omega$ et $\frac{ff-gg}{ff+gg} = n$, erit

$$P = \frac{a}{ff+gg}\int \frac{\partial\omega}{1+n\cos.\omega}.$$

Nunc quidem hujus formulae integrale ex Euleri Calculo Integrali (Tomo I. Cap. V. Probl. 29.) sumere possemus, ubi triplici, vel adeo quadruplici modo assignatum reperitur: verum expressionem Eulerianis concinniorem nanciscemur sequenti modo. Statuatur $\operatorname{tg}.\frac{1}{2}\omega = t$, erit $\sin.\frac{1}{2}\omega = \frac{t}{\sqrt{1+tt}}$ et $\cos.\frac{1}{2}\omega = \frac{1}{\sqrt{1+tt}}$, $\partial\omega = \frac{2\partial t}{1+tt}$ atque $\cos.\omega = \frac{1-tt}{1+tt}$, quibus valoribus substitutis prodibit

$$\int \frac{\partial\omega}{1+n\cos.\omega} = \int \frac{2\partial t}{1+n+(1-n)tt} = \frac{2}{1+n}\int \frac{\partial t}{1+\frac{1-n}{1+n}tt}$$

Quodsi nunc statuatur $t = u\sqrt{\frac{1+n}{1-n}}$, ita ut sit $\partial t = \partial u\sqrt{\frac{1+n}{1-n}}$ et $tt = \frac{1+n}{1-n}uu$, reperitur fore

$$\frac{2}{1+n}\int\frac{\partial t}{1+\frac{1-n}{1+n}tt} = \frac{2}{\sqrt{1-nn}}\int\frac{\partial u}{1+uu}.$$

Hoc igitur modo nacti sumus integrale partis prioris formulae propositae

$$P = \frac{a}{ff+gg}\cdot\frac{2}{\sqrt{1-nn}}\text{ Arc. tang. } u.$$

Est vero $u = t\sqrt{\frac{1-n}{1+n}} = \sqrt{\frac{1-n}{1+n}}\cdot\text{tang. }\Phi$, tum vero $\frac{2}{\sqrt{1-nn}} = \frac{ff+gg}{fg}$ et $\sqrt{\frac{1-n}{1+n}} = \frac{g}{f}$, adeoque erit

$$P = \frac{a}{fg}\text{ Arc. tang. }[\tfrac{g}{f}\text{ tang. }\Phi].$$

§. 19. Quod alteram partem Q attinet, ejus integratio parum difficultatis habet: si enim ea ita repraesentetur:

$$Q = \int\frac{b\partial\Phi\cos.\Phi}{ff-hh\sin.\Phi^2},$$

existente $hh = ff - gg$, habebitur

$$Q = \frac{b}{2f}\int\frac{\partial\Phi\cos.\Phi}{f+h\sin.\Phi} + \frac{b}{2f}\int\frac{\partial\Phi\cos.\Phi}{f-h\sin.\Phi},$$

unde actu integrando elicitur

$$Q = \frac{b}{2fh}\log.\frac{f+h\sin.\Phi}{f-h\sin.\Phi}.$$

§. 20. His partibus collectis formulae differentialis propositae integrale sequenti modo per logarithmum et arcum circularem exprimitur:

$$S = \frac{a}{fg}\text{ A tg. }[\tfrac{g}{f}\text{ tg. }\Phi] + \frac{b}{2fh}\,l\frac{f+\sqrt{ff-gg}\,.\sin.\Phi}{f-\sqrt{ff-gg}\,.\sin.\Phi}.$$

*

IV.

Integratio formulae

$$S = \int \frac{\partial\Phi\,(a + b\cos.\Phi)}{ff\cos.\Phi^2 + fb\cos.\zeta\cos.\Phi + gg\sin.\Phi^2}$$

existente $h = \sqrt{ff - gg}$.

§. 21. Dicere vix opus est huic formulae tractandae occasionem praebuisse praecedentem, in quam praesens abit sumto angulo constante $\zeta = 90°$. Hinc jam statim tuto concludere licet, etiam hujus formulae integrale, aeque ac praecedentis, ex logarithmo et arcu circulari fore conflatum, quo ipso nobis via aliqua aperitur, indirecta quidem, integrationem, quae aliâs non parum foret ardua, perficiendi.

§. 22. Ponatur scilicet, vi superioris animadversionis, esse:

$$S = M\log.P + N\,\text{Arc. tang.}\,Q,$$

eritque sumtis differentialibus

$$\partial S = \frac{M\partial P}{P} + \frac{N\partial Q}{1 + QQ}.$$

Sit porro $P = \frac{\alpha + \beta\cos.\Phi + \gamma\sin.\Phi}{\alpha + \beta\cos.\Phi - \gamma\sin.\Phi}$,

$Q = \frac{c\sin.\Phi}{a + b\cos.\Phi}$,

ac reperietur fore

$$\frac{\partial P}{P} = \frac{2\beta\gamma\partial\Phi + 2\alpha\gamma\partial\Phi\cos.\Phi}{\alpha\alpha - \gamma\gamma + 2\alpha\beta\cos.\Phi + (\beta\beta + \gamma\gamma)\cos.\Phi^2},$$

$$\frac{\partial Q}{1 + QQ} = \frac{bc\partial\Phi + ac\partial\Phi\cos.\Phi}{aa + cc + 2ab\cos.\Phi + (bb - cc)\cos.\Phi^2}.$$

Nunc denominatores harum fractionum denominatori formulae differentialis propositae

$$gg + fh \cos. \zeta \cos. \Phi + (ff - gg) \cos. \Phi^2$$

aequales sunt efficiendi, numeratores vero, prior in M posterior in N ductus, numeratori.

§. 23. Pro priore igitur denominatore hunc in finem statuatur:

$$1^{\circ}) \ \alpha\alpha - \gamma\gamma = gg,$$
$$2^{\circ}) \ 2\,\alpha\beta = fh \cos. \zeta,$$
$$3^{\circ}) \ \beta\beta + \gamma\gamma = ff - gg = hh.$$

Ex harum aequationum prima fit

$$\alpha\alpha = gg + \gamma\gamma$$

ex tertia vero elicitur

$$\beta\beta = hh - \gamma\gamma$$

quarum productum est

$$\alpha\alpha\beta\beta = gghh + \gamma\gamma\,(hh - gg) - \gamma^4.$$

Quoniam igitur ex secunda est:

$$\alpha\alpha\beta\beta = \tfrac{1}{4}\, ffhh \cos. \zeta^2$$

habebimus hanc aequationem:

$$\gamma^4 = \gamma\gamma\,(hh - gg) + gghh - \tfrac{1}{4}\, ffhh \cos. \zeta^2$$

ex qua adipiscimur

$$\gamma\gamma = \frac{hh - gg + \sqrt{(hh + gg)^2 - ffhh \cos. \zeta^2}}{2}$$

ubi pars irrationalis, ob $hh + gg = ff$, reducitur ad hanc formam: $f\sqrt{ff - hh \cos. \zeta^2}$, cujus loco si brevitatis gratia

scribamus kk, fiet

$$\gamma = \sqrt{\frac{bb - gg + kk}{2}}$$
$$\alpha = \sqrt{\frac{bb + gg + kk}{2}} = \sqrt{\frac{ff + kk}{2}}$$
$$\beta = \sqrt{\frac{bb + gg - kk}{2}} = \sqrt{\frac{ff - kk}{2}}.$$

Hic probe notandum est quantitatem illam

$$kk = f\sqrt{ff - hh \cos. \zeta^2},$$

ob $ff = hh + gg > hh \cos. \zeta^2$, semper fore realem, et minorem quam ff, ita ut valores α, β, γ, quovis casu per quantitates datas f, g, h, ζ realiter determinari queant.

§. 34. Pro altero denominatore ponatur

$$1^\circ)\ \mathfrak{aa} + \mathfrak{cc} = gg;$$
$$2^\circ)\ 2\mathfrak{ab} = fh \cos. \zeta;$$
$$3^\circ)\ \mathfrak{bb} - \mathfrak{cc} = ff - gg = hh,$$

et calculo ut supra instituto reperietur fore

$$\mathfrak{c} = \sqrt{\frac{gg - hh + kk}{2}};$$
$$\mathfrak{a} = \sqrt{\frac{gg + hh - kk}{2}} = \sqrt{\frac{ff - kk}{2}};$$
$$\mathfrak{b} = \sqrt{\frac{gg + hh + kk}{2}} = \sqrt{\frac{ff + kk}{2}},$$

unde sequitur fore $\mathfrak{a} = \beta$ et $\mathfrak{b} = \alpha$ (§. 23.).

§. 25. Pro numeratoribus denique fieri debet

$$2\,\mathrm{M}\beta\gamma + \mathrm{N}\,\mathfrak{bc} = a$$
$$2\,\mathrm{M}\alpha\gamma + \mathrm{N}\,\mathfrak{ac} = b,$$

unde deducuntur valores

$$\mathrm{N} = \frac{a\alpha - b\beta}{\mathfrak{c}\,(\mathfrak{b}\alpha - \mathfrak{a}\beta)} = \frac{a\alpha - b\beta}{\mathfrak{c}\,(\alpha\alpha - \beta\beta)},$$
$$\mathrm{M} = \frac{b\mathfrak{b} - a\mathfrak{a}}{2\gamma\,(\mathfrak{b}\alpha - \mathfrak{a}\beta)} = \frac{b\alpha - a\beta}{2\gamma\,(\alpha\alpha - \beta\beta)},$$

sive ob $\alpha\alpha - \beta\beta = kk$ (§. 23.), erit:

$$M = \frac{b\alpha - a\beta}{2\gamma kk} \text{ et } N = \frac{a\alpha - b\beta}{ckk}.$$

§. 26. His igitur valoribus inventis integrale quaesitum formulae nostrae propositae sequenti modo expressum erit:

$$S = \frac{b\alpha - a\beta}{2\gamma kk}\, l\, \frac{\alpha + \beta \cos.\Phi + \gamma \sin.\Phi}{\alpha + \beta \cos.\Phi - \gamma \sin.\Phi} + \frac{a\alpha - b\beta}{ckk} \text{A tg.} \frac{c \sin.\Phi}{\beta + \alpha \cos\Phi},$$

ubi litterae α, β, γ, c et k per datas f, g, h et ζ sunt determinatae.

§. 27. Quodsi nunc statuatur $\zeta = 90°$, formula integranda, ut jam innuimus, abit in supra sub numero III. tractatam: $S = \int \frac{(a + b\cos.\Phi)\partial\Phi}{ff\cos.\Phi^2 + gg\sin.\Phi^2}$, cujus integrale, ob $kk = ff$, $\gamma = h$, $\alpha = f$, $\beta = 0$ et $c = g$ ex §. 26 elicitur ita expressum:

$$S = \frac{b}{2fh}\, l\, \frac{f + h\sin.\Phi}{f - h\sin.\Phi} + \frac{a}{fg} \text{A. tg.} \left[\frac{g}{f} \text{tg.}\Phi\right],$$

quod igitur cum integrali supra §. 20. invento egregie convenit.

Integratio directa
ejusdem formulae integralis.

§. 28. Quoniam hoc integrale (§. 26.) per methodum maxime indirectam, et quasi divinando est erutum, operae pretium mihi visum est inquirere in alias methodos magis directas formulam propositam IV. integrandi. Post varia tentamina negotium sequenti modo successit.

§. 29. Pono $\cos.\Phi = \frac{1-zz}{1+zz}$, ita ut sit $\sin.\Phi = \frac{2z}{1+zz}$ et $\partial\Phi = \frac{2\partial z}{1+zz}$, quibus substitutis formula integranda hanc induit formam: $S = \int \frac{2\partial z\,[a+b+(a-b)zz]}{\varkappa\varkappa + 2(gg-hh)zz + \lambda\lambda z^4}$, existente $\varkappa\varkappa = ff + fh\cos.\zeta$ et $\lambda\lambda = ff - fh\cos.\zeta$.

§. 30. Resolvatur nunc denominator in hos factores:

$$(\varkappa - Az + \lambda zz)(\varkappa + Az + \lambda zz),$$

et facta multiplicatione reperietur fore:

$$AA = 2\varkappa\lambda - 2gg + 2hh.$$

Est vero $\varkappa\lambda = f\sqrt{ff - hh\cos.\zeta^2} = kk$ (§. 23.), unde intelligitur fore $AA = 2kk - 2gg + 2hh = 4\gamma\gamma$ (§. 23.), ideoque $A = 2\gamma$ et

$$S = \int \frac{2\partial z\,[a+b+(a-b)zz]}{(\varkappa - 2\gamma z + \lambda zz)(\varkappa + 2\gamma z + \lambda zz)},$$

sive posito brevitatis causa: $\frac{a+b}{\lambda} = c$; $\frac{a-b}{\lambda} = d$; $\frac{\varkappa}{\lambda} = p$; $\frac{2\gamma}{\lambda} = q$, erit concinnius: $S = \frac{1}{\lambda}\int \frac{2\partial z(c+dzz)}{(p-qz+zz)(p+qz+zz)}$.

§. 31. Statuatur nunc:

$$\frac{c+dzz}{(p-qz+zz)(p+qz+zz)} = \frac{\pi+\varrho z}{p+qz+zz} + \frac{\sigma+\tau z}{p-qz+zz},$$

factaque multiplicatione per $p+qz+zz$ erit:

$$\frac{c+dzz}{p-qz+zz} = \pi + \varrho z + \frac{(\sigma+\tau z)(p+qz+zz)}{p-qz+zz},$$

hinc facto $p+qz+zz = 0$, hoc est $zz = -p-qz$, habebimus: $\frac{c+dzz}{p-qz+zz} = \pi + \varrho z$.

§. 32. Quo nunc has quantitates inter se comparare et valores π et ϱ inde derivare queamus, loco zz ejus valorem $-p-qz$ (§. 31.) substituamus fietque:

$$\frac{c-dp-dqz}{-2qz} = \pi + \varrho z.$$

Hic autem adhuc extrudenda est variabilis z ex denominatore, quod praestabitur, si ille, ideoque et tota fractio supra et infra ducatur in $q + z$, tum vero loco zz iterum ejus valor $-p - qz$ substituatur, tum enim prodit:

$$\frac{cq + (c - dp)z}{2pq} = \pi + \varrho z,$$

unde deducuntur valores:

$$\pi = \frac{c}{2p} \text{ et } \varrho = \frac{c - dp}{2pq}.$$

§. 33. Quod si altera fractio partialis eodem modo tractetur, reperietur: $\frac{c + dzz}{p + qz + zz} = \sigma + \tau z$, qui valor ab illo §. 31. pro $\pi + \varrho z$ invento in eo tantum differt, quod loco $-q$ hic sit $+q$, ex quo statim concludere licet fore:

$$\sigma = \frac{c}{2p} = \pi \text{ et } \tau = \frac{c - dp}{-2pq} = -\varrho.$$

§. 34. His jam valoribus inventis erit $S = \Sigma + \Omega$, existente: $\Sigma = \frac{1}{\lambda}\int\frac{2\partial z(\pi + \varrho z)}{p + qz + zz}$

$$\Omega = \frac{1}{\lambda}\int\frac{2\partial z(\sigma + \tau z)}{p - qz + zz}.$$

§. 35. Quaeramus primo integrale prioris formulae, quam ita repraesentemus:

$$\Sigma = \frac{1}{\lambda}\int\frac{\varrho(q\partial z + 2z\partial z) + (2\pi - \varrho q)\partial z}{p + qz + zz},$$

atque statim evidens est fore:

$$\Sigma = \frac{\varrho}{\lambda} l(p + qz + zz) + \frac{2\pi - \varrho q}{\lambda}\int\frac{\partial z}{p + qz + zz}.$$

Pro postremo membro statuatur $z = x - \frac{1}{2}q$, eritque $\partial z = \partial x$ et $p + qz + zz = p - \frac{1}{4}qq + xx$, ergo

$$\int\frac{\partial z}{p + qz + zz} = \int\frac{\partial x}{p - \frac{1}{4}qq + xx} = \frac{1}{\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} \text{A tg.} \frac{x}{\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}},$$

ideoque totum integrale prioris formulae:

$$\Sigma = \frac{\varrho}{\lambda} l(p + qz + zz) + \frac{2\pi - \varrho q}{\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} \text{A tg.} \frac{z + \frac{1}{2}q}{\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}.$$

§. 36. Quodsi nunc loco π et ϱ scribatur σ et τ, nec non $-q$ loco q, formula Σ abit in Ω (§. 34.): erit igitur ejus integrale:

$$\Omega = \frac{\tau}{\lambda} l(p - qz + zz) + \frac{2\sigma + \tau q}{\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} \text{A tg.} \frac{z - \frac{1}{2}q}{\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}.$$

At vero est $\tau = -\varrho$ et $\sigma = \pi$ (§. 33.), ergo

$$\Omega = -\frac{\varrho}{\lambda} l(p - qz + zz) + \frac{2\pi - \varrho q}{\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} \text{A tg.} \frac{z - \frac{1}{2}q}{\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}.$$

§. 37. His igitur integralibus partialibus in unam summam collectis, integrale quaesitum formulae propositae IV. erit:

$$S = \frac{\varrho}{\lambda} l \frac{p + qz + zz}{p - qz + zz} + \frac{2\pi - \varrho q}{\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} \text{A tg.} \frac{2z\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}{p - zz},$$

cujus identitatem cum supra invento (§. 26.) adhuc probare nobis incumbit.

§. 38. Hunc in finem meminisse oportet esse $\varrho = \frac{c - dp}{2pq}$ (§. 32.) $= \frac{(a+b)\lambda - (a-b)\varkappa}{4\gamma\varkappa}$ (§. 30.), hinc enim fit $\frac{\varrho}{\lambda} = \frac{b(\varkappa+\lambda) - a(\varkappa-\lambda)}{4\gamma\varkappa\varkappa}$. Est vero $\varkappa\varkappa + \lambda\lambda = 2ff$ (§. 29.) et $2\varkappa\lambda = 2kk$ (§. 30.), unde fit $(\varkappa+\lambda)^2 = 2(ff+kk) = 4\alpha\alpha$ et $(\varkappa - \lambda)^2 = 2(ff - kk) = 4\beta\beta$ (§. 23.), ideoque $\varkappa + \lambda = 2\alpha$ et $\varkappa - \lambda = 2\beta$, unde concluditur fore:

$$\frac{\varrho}{\lambda} = \frac{b\alpha - a\beta}{2\gamma kk}.$$

§. 39. Ex modo traditis porro sequitur fore $\varkappa = \alpha + \beta$ et $\lambda = \alpha - \beta$ (§. 38.), unde ob $p = \frac{\varkappa}{\lambda}$ et $q = \frac{2\gamma}{\lambda}$ (§. 30.),

habebimus $p = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$ et $q = \frac{2\gamma}{\alpha - \beta}$, unde quantitas logarithmica erit:

$$l\frac{p + qz + zz}{p - qz + zz} = l\frac{\alpha + \beta + (\alpha - \beta)zz + 2\gamma z}{\alpha + \beta + (\alpha - \beta)zz - 2\gamma z} =$$

$$l\frac{\alpha(1 + zz) + \beta(1 - zz) + 2\gamma z}{\alpha(1 + zz) + \beta(1 - zz) - 2\gamma z} = l\frac{\alpha + \beta\cos.\Phi + \gamma\sin.\Phi}{\alpha + \beta\cos.\Phi - \gamma\sin.\Phi}.$$

§. 40. Deinde est $\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq} = \sqrt{\varkappa\lambda - \gamma\gamma}$ $= \sqrt{kk - \gamma\gamma} = \sqrt{\frac{gg - hh + kk}{2}} = c$ (§. 24.) et

$$2\pi - \varrho q = \frac{c + dp}{2p} = \frac{a(\varkappa + \lambda) - b(\varkappa - \lambda)}{2kk} = \frac{a\alpha - b\beta}{kk},$$

hincque nanciscimur:

$$\frac{2\pi - \varrho q}{\lambda\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}} = \frac{a\alpha - b\beta}{ckk}.$$

§. 41. Denique est $\frac{2z\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}{p - zz} = \frac{2cz}{\varkappa - \lambda zz} = \frac{2cz}{\alpha + \beta - (\alpha - \beta)zz}$ $= \frac{2cz}{\alpha(1 - zz) + \beta(1 + zz)}$, quod ita repraesentari potest:

$$\frac{c \cdot \frac{2z}{1 + zz}}{\beta + \alpha\frac{1 - zz}{1 + zz}},$$ ita ut arcus circularis sit

$$\text{A tag.}\frac{2z\sqrt{p - \frac{1}{4}qq}}{p - zz} = \text{A tg.}\frac{c\sin.\Phi}{\beta + \alpha\cos.\Phi}.$$

§. 42. Substitutis igitur valoribus §§. 38, 39, 40, 41 inventis idem elicitur integrale formulae propositae, quod supra §. 26. methodo indirecta inveneramus, scilicet:

$$S = \frac{b\alpha - a\beta}{2\gamma kk} l\frac{\alpha + \beta\cos.\Phi + \gamma\sin.\Phi}{\alpha + \beta\cos.\Phi - \gamma\sin.\Phi} + \frac{a\alpha - b\beta}{ckk}\text{A tg.}\frac{c\sin.\Phi}{\beta + \alpha\cos.\Phi}.$$

EXPOSITIO METHODI
SERIES QUASCUNQUE DATAS IN FRACTIONES CONTINUAS CONVERTENDI.

AUCTORE

C. F. KAUSLER.

Conventui exhib. die 3. Nov. 1802.

§. 1. Inter tam multas, tamque varias doctrinae de fractionibus continuis adplicationes, ea quae fit ad series, sine dubio praecipuum tenet locum. Cum enim demonstratum sit, ejusmodi esse harum fractionum indolem, ut quae quantitas irrationalis vel transcendens, sub hac forma per quendam cyphrarum numerum exprimatur, ea nullo alio modo, veritati tam propinqua repraesentari possit, nisi majoris cyphrarum numeri ope; patet, eum, qui fractionum continuarum auxilio ad limites quosdam tendit, brevissima via maximaque cum celeritate ad finem adproperare. Quanti autem haec proprietas in analysi sit momenti, ii aestiment, quos non fugit, plurima gravissimaque problemata in omnibus matheseos partibus, non nisi per approximationes, resolvi posse. Non ignoro qui-

dem, celeberr. Eulerum in introductione sua in analysin infinitorum, Cap. de fractionibus continuis §. 365. et seq. methodum tradidisse, series in fractiones continuas convertendi: at haec methodus sua natura, ut magnus hic auctor ipse adnotat, ad eas tantum series adplicari potest, in quibus singulorum terminorum signa *plus* et *minus* alternant: ea vero, quam hic proponere audeo, sine ulla restrictione, omnes series, adeo divergentes, complectitur, cujus a priori praestantiae ratio in eo est ponenda, quod solutio nostra a prima et intima fractionum continuarum notione ac indole, Euleriana autem ab aliqua earum proprietate secundaria deducta sit. Haec consideratio animum mihi facit, illustrissimae scientiarum Academiae examini illam subjicere. Si methodus qua utor, si variae adplicationes quibus eam collustro, attentione ejus non indignae videantur; erit quod gaudeam, sperans fore, ut forsitan et alii, eadem via incedentes, solutionem quam propono, novis exornent inventis, vel gravioribus locupletent adplicationibus.

§. 2. Sit $\frac{A}{B}$ fractio quaedam rationalis vel irrationalis, ad minimos terminos redacta, et in continuam convertenda. Hoc consilio numerator ac denominator per minimum horum terminorum, e. g. per B dividantur, id quod dabit:

$$\frac{A}{B} = \frac{A:B}{B:B} = \frac{A:B}{1} = \alpha + \frac{A'}{B},$$

ubi α quotientem divisionis ipsius A per B, A' vero residuum, facta divisione, denotat. Cum autem per naturam divisionis, $A' < B$ esse debeat, fiat porro:

$$\frac{A'}{B} = \frac{A':A'}{B:A'} = \frac{1}{B:A'} = \frac{1}{\alpha' + \frac{B'}{A'}},$$

significante α' quotientem divisionis numeri B per A', B' autem residuum.

Simili modo ponamus:

$$\frac{B'}{A'} = \frac{B':B'}{A':B'} = \frac{1}{A':B'} = \frac{1}{\alpha'' + \frac{A''}{B'}};$$

$$\frac{A''}{B'} = \frac{A'':A''}{B':A''} = \frac{1}{B':A''} = \frac{1}{\alpha''' + \frac{B''}{A''}}, \text{ etc.}$$

Collectis nunc omnibus quotientibus, habebimus:

$$\frac{A}{B} = \alpha + \cfrac{1}{\alpha' + \cfrac{1}{\alpha'' + \cfrac{1}{\alpha''' + \cfrac{1}{\alpha^{IV} + \text{etc.}}}}}$$

ex quibus deducitur regula jam dudum cognita ad convertendas fractiones in continuas: quod scilicet eadem operatio fieri debeat, ac si communis numeratoris et denominatoris divisor inquireretur, qua absoluta, vel certos ad fines perducta (prout nimirum $\frac{A}{B}$ rationalis aut non) quotientes eo, quem ostendimus, modo conjuncti fractionem continuam datae $\frac{A}{B}$ aequalem exhibebunt.

§. 3. Eodem prorsus modo quaevis series in fractionem continuam resolvi potest. Posito scilicet:

$$y = a + b + c + d + e + f + \ldots$$

ubi a, b, c, d, etc. terminos quoscunque positivos vel negativos, data lege progredientes, significant, et in quibus variabilis x per constantes quomodocunque adfecta esse potest, dummodo haec series vel functio quantitatem finitam, certos intra limites inclusam, exprimat, habebimus;

$$y = \frac{a+b+c+d+e+f+\text{etc.}}{1} = \frac{1}{1:(a+b+c+d+e+f+\text{etc.})},$$

facta nunc divisione unitatis per seriem $a+b+c+d+$ etc., erit quotiens $\frac{1}{a}$, et residuum $= -\frac{b}{a}-\frac{c}{a}-\frac{d}{a}-\frac{e}{a}-\frac{f}{a}-$ etc., per quod praecedens divisor $a+b+c+d+$ etc. denuo divisus, quotientem $-\frac{a^2}{b}$, et novum residuum:

$$\frac{b^2-ac}{b} + \frac{bc-ad}{b} + \frac{bd-ae}{b} + \frac{be-af}{b} + \text{etc.}$$

gignit. Quodsi nunc brevitatis gratia $\frac{b^2-ac}{b} = A$; $\frac{bc-ad}{b} = B$; $\frac{bd-ae}{b} = C$; $\frac{be-af}{b} = D$; etc. ponamus, et antecedentem divisorem $-\frac{b}{a}-\frac{c}{a}-\frac{d}{a}-\frac{e}{a}-$ etc. per residuum $A+B+C+D+$ etc. dividamus, obtinebimus quotientem $-\frac{b}{Aa}$; et novum residuum:

$$\frac{Bb-Ac}{Aa} + \frac{Cb-Ad}{Aa} + \frac{Db-Ae}{Aa} + \frac{Eb-Af}{Aa} + \text{etc.}$$

cujus loco denuo $A'+B'+C'+D'+E'+$ etc. ponamus, existente scilicet $A' = \frac{Bb-Ac}{Aa}$; $B' = \frac{Cb-Ad}{Aa}$; $C' = \frac{Db-Ae}{Aa}$, etc.

Continuata hac operatione quousque placuerit, sequens quotiens erit $\frac{A}{A'}$, et residuum:

$$\frac{A'B - AB'}{A'} + \frac{A'C - AC'}{A'} + \frac{A'D - AD'}{A'} + \text{etc.}$$

vel $A'' + B'' + C'' +$ etc. ex quo deducitur novus quotiens $\frac{A'}{A''}$, et sic in infinitum. Ad inveniendam igitur fractionem continuam, valori y aequalem, opus est, ex terminis datis a, b, c, d, etc. sequentes deducere valores:

$\frac{b^2-ac}{b}=A$	$\frac{Bb-Ac}{Aa}=A'$	$\frac{A'B-AB'}{A'}=A''$	$\frac{A''B'-A'B''}{A''}=A'''$	$\frac{A'''B''-A''B'''}{A'''}=A^{IV}$	etc.
$\frac{bc-ad}{b}=B$	$\frac{Cb-Ad}{Aa}=B'$	$\frac{A'C-AC'}{A'}=B''$	$\frac{A''C'-A'C''}{A''}=B'''$	$\frac{A'''C''-A''C'''}{A'''}=B^{IV}$	etc.
$\frac{bd-ae}{b}=C$	$\frac{Db-Ae}{Aa}=C'$	$\frac{A'D-AD'}{A'}=C''$	$\frac{A''D'-A'D''}{A''}=C'''$	$\frac{A'''D''-A''D'''}{A'''}=C^{IV}$	etc.
$\frac{be-af}{b}=D$	$\frac{Eb-Af}{Aa}=D'$	$\frac{A'E-AE'}{A'}=D''$	$\frac{A''E'-A'E''}{A''}=D'''$	$\frac{A'''E''-A''E'''}{A'''}=D^{IV}$	etc.
$\frac{bf-ag}{b}=E$	$\frac{Fb-Ag}{Aa}=E'$	$\frac{A'F-AF'}{A'}=E''$	$\frac{A''F'-A'F''}{A''}=E'''$	$\frac{A'''F''-A''F'''}{A'''}=E^{IV}$	etc.
$\frac{bg-ah}{b}=F$	$\frac{Gb-Ah}{Aa}=F'$	$\frac{A'G-AG'}{A'}=F''$	$\frac{A''G'-A'G''}{A''}=F'''$	$\frac{A'''G''-A''G'''}{A'''}=F^{IV}$	etc.
$\frac{bh-ak}{b}=G$	$\frac{Hb-Ak}{Aa}=G'$	$\frac{A'H-AH'}{A'}=G''$	$\frac{A''H'-A'H''}{A''}=G'''$	$\frac{A'''H''-A''H'''}{A'''}=G^{IV}$	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.	

quibus determinatis, erit:

$$y = \cfrac{1}{1:a + \cfrac{1}{-a^2:b + \cfrac{1}{-b:Aa + \cfrac{1}{A:A' + \cfrac{1}{A':A'' + \cfrac{1}{A'':A''' + \cfrac{1}{A''':A^{IV} + \text{etc.}}}}}}}}$$

§. 4. In hac solutione valorem functionis y unitate minorem tacite supposuimus, quam ob rationem numerator $a + b + c + \partial +$ etc. initio primus fuit divisor. Pro iis autem casibus, in quibus $y > 1$, divisionem a denominatore 1 incipere conveniet, ita ut primus quotiens sit a, et residuum: $- b - c - \partial - e -$ etc. Continuato nunc calculo ut in praecedente, pervenietur ad valores:

$\frac{\partial b - c^2}{c} = A$	$\frac{A\partial - Bc}{Ab} = A'$	$\frac{A'B - AB'}{A'} = A''$	$\frac{A''B' - A'B''}{A''} = A'''$	etc.
$\frac{eb - dc}{c} = B$	$\frac{Ae - Cc}{Ab} = B'$	$\frac{A'C - AC'}{A'} = B''$	$\frac{A''C' - A'C''}{A''} = B'''$	etc.
$\frac{fb - ec}{c} = C$	$\frac{Af - Dc}{Ab} = C'$	$\frac{A'D - AD'}{A'} = C''$	$\frac{A''D' - A'D''}{A''} = C'''$	etc.
$\frac{gb - fc}{c} = D$	$\frac{Ag - Ec}{Ab} = D'$	$\frac{A'E - AE'}{A'} = D''$	$\frac{A''E' - A'E''}{A''} = D'''$	etc.
$\frac{hb - gc}{c} = E$	$\frac{Ah - Fc}{Ab} = E'$	$\frac{A'F - AF'}{A'} = E''$	$\frac{A''F' - A'F''}{A''} = E'''$	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

ex quibus deducimus:

$$y = a + \cfrac{1}{1:b + \cfrac{1}{b^2:c + \cfrac{1}{c \,.\, Ab + \cfrac{1}{A:A' + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}$$

Per hanc itaque legem simplicissimam functiones quaecunque in fractiones continuas resolvi possunt: ubi tamen notandum est:

1) terminos negativos, si qui in fractione continua occurrant, ope formularum:

$$\alpha + \cfrac{1}{-\beta + \cfrac{1}{\gamma}} = \alpha - \cfrac{1}{\beta - \cfrac{1}{\gamma}} = \alpha - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\beta^2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\gamma - 1}}}}$$

semper in positivos transmutari, eos autem,

2) qui sunt fractiones, vel ad eundem numeratorem reduci, vel in fractiones decimales resolvi, vel etiam per methodum, de qua in sequentibus sermo erit, tractari posse.

Transeamus nunc ad adplicationem methodi nostrae ad nonnulla problemata.

Problema I.

§. 5. Constat esse:

$$\text{Log. hyp. } \left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \text{etc.}\right).$$

Propositum sit, hanc seriem in fractionem continuam convertere.

Solutio.

Ponamus $y = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \text{etc.}$, et cum ex natura logarithmorum x non nisi numerus unitate minor esse possit, patet, priorem solutionem §. 3. locum hic habere. Instituta itaque terminorum comparatione, habebimus: $a = x$; $b = \frac{x^3}{3}$; $c = \frac{x^5}{5}$; $\partial = \frac{x^7}{7}$; $e = \frac{x^9}{9}$; $f = \frac{x^{11}}{11}$, etc.:

proinde:

$$A = \frac{b^2 - ac}{b} = -\frac{1.\,4.\,x^3}{3.\,5.};$$
$$B = \frac{bc - a\partial}{b} = -\frac{2.\,4.\,x^5}{5.\,7.};$$
$$C = \frac{b\partial - ae}{b} = -\frac{3.\,4.\,x^7}{7.\,9.};$$
$$D = \frac{be - af}{b} = -\frac{4.\,4.\,x^9}{9.\,11.};$$
$$E = \frac{bf - ag}{b} = -\frac{5.\,4\,x^{11}}{11.\,13.}, \text{ etc.}$$

Ergo:

$$A' = \frac{Bb - Ac}{Aa} = \frac{1.\,3.\,x^4}{5.\,7.};$$
$$B' = \frac{Cb - Ad}{Aa} = \frac{2.\,3.\,x^6}{7.\,9.};$$
$$C' = \frac{Db - Ae}{Aa} = \frac{3.\,3.\,x^8}{9.\,11.};$$
$$D' = \frac{Eb - Af}{Aa} = \frac{4.\,3.\,x^{10}}{11.\,13.}, \text{ etc.}$$

Ex his autem valoribus sequuntur:

$$A'' = \frac{A'B - AB'}{A'} = \frac{1.\,64.\,x^5}{2.\,5.\,7.\,9.};$$
$$B'' = \frac{A'C - AC'}{A'} = \frac{5.\,64\,x^7}{5.\,7.\,9.\,11.};$$
$$C'' = \frac{A'D - AD'}{A'} = \frac{14.\,64.\,x^9}{7.\,9.\,11.\,13.};$$
$$D'' = \frac{A'E - AE'}{A'} = \frac{30.\,64.\,x^{11}}{9.\,11.\,13.\,15.};$$
$$E'' = \frac{A'F - AF'}{A'} = \frac{55\,64.\,x^{13}}{11.\,13.\,15.\,17.}, \text{ etc.}$$

ubi factores 1, 5, 14, 30, 55, etc. ita sunt cumparati, ut

$$1 = 1$$
$$5 = 1 + 2^2$$
$$14 = 5 + 3^2$$
$$30 = 14 + 4^2$$
$$55 = 30 + 5^2$$
$$91 = 55 + 6^2$$
$$140 = 91 + 7^2 \text{ etc.}$$

*

Porro erit: $A''' = -\frac{1.\ 5.\ x^6}{7.\ 9.\ 11.}$;

$B''' = \frac{45.\ x^8}{9.\ 11.\ 13.}$;

$C''' = -\frac{90.\ x^{10}}{11.\ 13.\ 15.}$ etc.

$A^{IV} = \frac{64.\ 36.\ x^7}{7.\ 9.\ 11.\ 13.\ 15.}$ etc.

Hi autem valores praebent quotientes: $\frac{1}{1.\ x}$; $-\frac{3}{1.\ x}$; $+\frac{5.\ 1.}{2^2.\ 1.\ x}$; $-\frac{7.\ 4.}{3^2.\ 1.\ x}$; $+\frac{9.\ 9.\ 1.}{4^2.\ 4.\ x}$; $-\frac{11.\ 64.}{5^2.\ 9.\ x}$; $+\frac{13.\ 15^2.}{6^2.\ 64.\ x}$; $-\frac{15.\ 6^2.\ 64.}{7^2.\ 5^2.\ 9.\ x}$; $+\frac{17.\ 7^2.\ 5^2.\ 9}{8^2.\ 6^2.\ 64\ x}$; $-$etc. qui secundum hanc progrediuntur legem:

1°) Valores eorum alternatim sunt positivi et negativi.

2°) Primi denominatorum factores sunt quadrata numerorum naturalium: secundus autem unius cujusque factor est denominator penultimi quotientis.

3°) Primi numeratorum factores sunt numeri impares 1, 3, 5, 7 etc., secundus vero cujusvis est coëfficiens ipsius x in denominatore praecedente. Sic e. g. in septimo quotiente $\frac{13.\ 15^2.}{6^2.\ 64.\ x}$ numerator est productum multiplicationis septimi numeri imparis, scilicet 13 per coëfficientem $5^2.\ 9.$ vel 15^2 antecedentis quotientis et sic de reliquis: ita ut ope hujus legis feries quotientum quousque libet continuari queat.

Habebimus igitur:

$$\tfrac{1}{2}\ \text{log. hyp.}\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \cfrac{x}{1 : x + \cfrac{1}{-3 : x + \cfrac{1}{5 : 4x + \cfrac{1}{-28 : 9x + \cfrac{1}{81 : 64x + \cfrac{1}{-11.\ 64 : 15^2\ x + \text{etc.}}}}}}}$$

§. 6. Exemplum.

Sit $x = \frac{1}{3}$, hoc casu quotientes nostri evadunt: $+3$; -9; $+\frac{15}{4}$; $-\frac{28}{3}$; $+\frac{243}{64}$; $-\frac{704}{75}$; $+\frac{975}{256}$; $-$ etc. ergo

$$\tfrac{1}{2}\text{ log. hyp. } 2 = \cfrac{1}{3+\cfrac{1}{-9+\cfrac{1}{15:4+\cfrac{1}{-28:3+\cfrac{1}{243:64+\cfrac{1}{-704:75+\cfrac{1}{975:256+\text{etc.}}}}}}}}$$

vel (§. 4.)

$$= \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7:4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{22:3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{179:64+\text{etc.}}}}}}}}}}$$

Cum autem in hac fractione continua, si eam ad terminum $\frac{1}{179:64}$ tantum extendamus, fractiones $\frac{7}{4}$, $\frac{22}{3}$, et $\frac{179}{64}$ occurrant, quarum denominatores numeri 192 divisores sint, seriem fractionum versus valorem quaesitum, nimirum y, convergentium, sequenti modo formare conveniet, qui a methodo communi in eo tantum differt, quod singularum fractionum termini omnes per 192 multiplicati sint:

Quotientes: 0; 2; 1; 7; 1; $\frac{7}{4}$; 1; $\frac{22}{3}$; 1; $\frac{179}{64}$.

Fract. conv. $\frac{192}{0}$; $\frac{0}{192}$; $\frac{192}{384}$; $\frac{192}{576}$; $\frac{1536}{4416}$; $\frac{1728}{4992}$; $\frac{4560}{13152}$; $\frac{6288}{18144}$; $\frac{50672}{146208}$; $\frac{56960}{164352}$; $\frac{209982}{605880}$.

Quaevis harum fractionum eo magis versus valorem quaesitum convergit, quo remotior est a prima. Sumamus igitur ultimam, ac ponamus: $\frac{1}{2}$ log. hyp. $2 = \frac{209982}{605880}$.

Quo jam hic valor cum eo, qui in tabulis logarithmorum invenitur, comparari possit, convertatur fractio nostra in decimalem, hoc modo obtinebimus:

$$\tfrac{1}{2} \text{ log. hyp. } 2 = 0{,}34657357 \ldots$$
$$\text{proinde log. hyp. } 2 = 0{,}69314714 \ldots$$
$$\text{Atqui logarithmus hyp. tab. } 2 = 0{,}69314768 \ldots$$

ille igitur quem ope 5 primorum quotientum nostrae methodi invenimus, a vero non nisi quantitate 0,00000054 differt. Concludimus igitur, per methodum fractionum continuarum logarithmos, adhibitis tantum sex vel septem quotientibus seriei nostrae ad majorem cyphrarum decimalium numerum, quam in tabulis communibus, inveniri posse, ut nihil dicam de facilitate ac elegantia calculi.

§. 7. Problema II.

Seriem, quae sinum anguli per arcum suum exprimit, in fractionem continuam convertere.

Solutio.

Haec series est:

$$\sin. x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{x^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \text{etc.}$$

Ubi primam solutionem iterum adplicare conveniet, cum

ex natura sinuum pateat, valorem seriei sinum x exprimentis semper unitate minorem esse debere, excepto casu, quo arcus $x = \frac{1}{2}\pi$ assumitur, quem autem hic non considerabimus.

Facta igitur comparatione cum formula nostra generali, erit: $a = x$; $b = \frac{-x^3}{1.2.3}$; $c = \frac{x^5}{1.2.3.4.5}$; $d = \frac{-x^7}{1.2.3.4.5.6.7}$ etc. vel brevitatis gratia $a = x$; $b = \frac{-x^3}{(3)}$; $c = \frac{x^5}{(5)}$; $d = \frac{-x^7}{(7)}$ etc.

$$A = -x^3\left[\frac{(\frac{5}{3})-(3)}{(7)}\right] \quad \text{et} \quad A' = x^4\left[\frac{(3)(\frac{7}{5})-(5)}{(7)(\frac{5}{3})-(3)}\right]$$
$$B = x^5\left[\frac{(\frac{7}{5})-(3)}{(7)}\right] \qquad B' = -x^6\left[\frac{(3)(\frac{9}{7})-(5)}{(9)(\frac{5}{3})-(3)}\right]$$
$$C = -x^7\left[\frac{(\frac{9}{7})-(3)}{(7)}\right] \qquad C' = x^8\left[\frac{(3)(\frac{11}{9})-(5)}{(11)(\frac{5}{3})-(3)}\right]$$
$$D = x^9\left[\frac{(\frac{11}{9})-(3)}{(7)}\right] \qquad D' = -x^{10}\left[\frac{(3)(\frac{13}{11})-(5)}{(13)(\frac{5}{3})-(3)}\right]$$

etc. etc.

ubi signa $(\frac{5}{3})$; $(\frac{7}{5})$; $(\frac{9}{7})$ etc. valores $\frac{1.2.3.4.5}{1.2.3} = 4.5$; $\frac{1.2.3.4.5.6.7}{1.2.3.4.5} = 6.7$ et $\frac{1.2.3.4.5.6.7.8.9}{1.2.3.4.5.6.7} = 8.9$ etc. significant.

Ponantur porro:

$$(\tfrac{5}{3}) - (3) = \alpha. \quad \text{et} \quad (3)(\tfrac{7}{5}) - (5) = \mathfrak{A}^\circ.$$
$$(\tfrac{7}{5}) - (3) = \beta. \qquad (3)(\tfrac{9}{7}) - (5) = \mathfrak{B}^\circ.$$
$$(\tfrac{9}{7}) - (3) = \gamma. \qquad (3)(\tfrac{11}{9}) - (5) = \mathfrak{C}^\circ.$$
$$(\tfrac{11}{9}) - (3) = \delta. \qquad (3)(\tfrac{13}{11}) - (5) = \mathfrak{D}^\circ.$$

etc. etc.

quo modo habebimus:

$$A = -\frac{\alpha x^3}{(5)} \quad\Big|\quad A' = +\frac{\mathfrak{A}^\circ x^4}{(7)\alpha} \quad\Big|\quad A'' = \frac{((\frac{9}{7})\mathfrak{A}^\circ \beta - (\frac{7}{5})\mathfrak{B}^\circ \alpha)x^5}{(9)\mathfrak{A}^\circ} = +\frac{\mathfrak{A}x^5}{(9)\mathfrak{A}^\circ}$$

$$B = +\frac{\beta x^5}{(7)} \quad\Big|\quad B' = -\frac{\mathfrak{B}^\circ x^6}{(9)\alpha} \quad\Big|\quad B'' = -\frac{((\frac{11}{9})\mathfrak{A}^\circ \gamma - (\frac{7}{5})\mathfrak{C}^\circ \alpha)x^7}{(11)\mathfrak{A}^\circ} = -\frac{\mathfrak{B}x^7}{(11)\mathfrak{A}^\circ}$$

$$C = -\frac{\gamma x^7}{(9)} \quad\Big|\quad C' = \frac{\mathfrak{C}^\circ x^8}{(11)\alpha} \quad\Big|\quad C'' = \frac{((\frac{13}{11})\mathfrak{A}^\circ \delta - (\frac{7}{5})\mathfrak{D}^\circ \alpha)x^9}{(13)\mathfrak{A}^\circ} = +\frac{\mathfrak{C}x^9}{(13)\mathfrak{A}^\circ}$$

$$D = +\frac{\delta x^9}{(11)} \quad\Big|\quad D' = -\frac{\mathfrak{D}^\circ x^{10}}{(13)\alpha} \quad\Big|\quad D'' = -\frac{((\frac{15}{13})\mathfrak{A}^\circ \varepsilon - (\frac{7}{5})\mathfrak{E}^\circ \alpha)x^{11}}{(15)\mathfrak{A}^\circ} = -\frac{\mathfrak{D}x^{11}}{(15)\mathfrak{A}^\circ}$$

et simili modo:

$$-\frac{((\frac{11}{9})\mathfrak{A}\mathfrak{B}^\circ - (\frac{9}{7})\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{B})x^6}{(11)\alpha\mathfrak{A}}, \text{ vel } A''' = -\frac{\mathfrak{A}'x^6}{(11)\alpha\mathfrak{A}}$$

$$+\frac{((\frac{13}{11})\mathfrak{A}\mathfrak{C}^\circ - (\frac{9}{7})\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{C})x^8}{(13)\alpha\mathfrak{A}}, \text{ vel } B''' = \frac{\mathfrak{B}'x^8}{(13)\alpha\mathfrak{A}}$$

etc.

itemque:

$$-\frac{((\frac{13}{11})\mathfrak{A}'\mathfrak{B} - (\frac{11}{9})\mathfrak{A}\mathfrak{B}')x^7}{(13)\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}'} \text{ vel } A^{IV} = -\frac{\mathfrak{A}''x^7}{(13)\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}'}$$

etc.

ex quibus valoribus deducuntur quotientes:

$$\frac{(\frac{1}{1})}{x};\ \frac{(\frac{3}{1})}{x};\ -\frac{(\frac{5}{3})}{\alpha x};\ -\frac{(\frac{7}{5})\alpha\alpha}{\mathfrak{A}^\circ x};\ +\frac{(\frac{9}{7})\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}^\circ}{\alpha\mathfrak{A}x};\ -\frac{(\frac{11}{9})\alpha\mathfrak{A}\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}'x};\ +\frac{(\frac{13}{11})\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}'\mathfrak{A}'}{\alpha\mathfrak{A}\mathfrak{A}''}, \text{ etc.}$$

quorum lex continuationis clarissime patet.

§. 8. Exemplum.

Invenire sinum anguli 1° ex ejus arcu, pro radio 1. Arcus 1° vel x, pro radio 1, est $= \frac{\pi}{180}$; ergo $\frac{1}{x} = \frac{180}{\pi}$, habebimus itaque hos quotientes, et quidem:

primum	$\frac{1}{x}$	$=$	$\frac{180}{\pi}$.
secundum	$\frac{3}{x}$	$=$	$\frac{1080}{\pi}$.
tertium	$-\frac{(\frac{5}{3})}{\alpha x}$	$=$	$-\frac{1800}{7\pi}$.
quartum	$-\frac{(\frac{7}{5})\alpha\alpha}{\mathfrak{A}^\circ x}$	$=$	$-\frac{123480}{11\pi}$.
quintum	$\frac{(\frac{9}{7})\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}^\circ}{\alpha\mathfrak{A}x}$	$=$	$\frac{392040}{5975\pi}$.
sextum	$-\frac{(\frac{11}{9})\alpha\mathfrak{A}\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^\circ\mathfrak{A}'x}$	$=$	$-\frac{1824986520}{33583\pi}$.

Proinde fractio continua, valorem sin. 1° exprimens, est

$$= \cfrac{1}{180:\pi + \cfrac{1}{1080:\pi + \cfrac{1}{-1800:7\pi + \cfrac{1}{-123480:11\pi + \cfrac{1}{392040:5975\pi + etc.}}}}}$$

haec fractio a terminis negativis liberata, induit formam:

$$\cfrac{1}{180:\pi + \cfrac{1}{(1080:\pi) - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{(1800:7\pi) - 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{(123480:11\pi) - 1 + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}$$

ex qua per methodum §. 6. sequentes fractiones versus valorem quaesitum convergentes deducuntur:

Quotientes: 0; $\frac{180}{\pi}$; $\frac{1080}{\pi} - 1$; 1;

fract. converg. $\frac{77\pi^4}{0}$; $\frac{0}{77\pi^4}$; $\frac{77\pi^4}{7.180\pi^3}$; $\frac{77.1080\pi^3 - 77\pi^4}{77.1080.180\pi^2 - 77.180\pi^3 + 77\pi^4}$;

$\frac{1800}{7.\pi} - 2$; 1;

$\frac{77.1080\pi^3}{77.1080.180\pi^2 + 77\pi^4}$; $\frac{11.1080.1800.\pi^2 - 77.1080\pi^3 - 77\pi^4}{11.1080.1800.180\pi - 77.1080.180\pi^2 + 53.180\pi^3 - 77\pi^4}$;

$\frac{123480}{11\pi} - 1$; etc.

$\frac{11.1080.1800\pi^2 - 77\pi^4}{11.1080.1800.180\pi + 33.180\pi^2}$; etc.

Quo jam valores, quos hae fractiones suppeditant, explorare possimus, earum simplicissimas, nimirum tertiam et quintam, considerabimus. Illa ad $\frac{1080\pi}{1080.180 + \pi^2}$; haec vero ad $\frac{(1944000 - 7\pi^2)\pi}{540(648000 + \pi^2)}$ reducitur, qui valores, posito $\pi = 3{,}14159265\ldots$ evadunt $0{,}017452395\ldots$ et $0{,}0174524016 6\ldots$ At-

qui sinus anguli 1° pro radio 1, in tabulis sinuum $= 0{,}0174524064\ldots$ invenitur, a quo fractiones nostrae non nisi quantitatibus $0{,}000000011$ et $0{,}000000048\ldots$ differunt.

§. 9. Haud difficile est, formulas generales, praecedentibus analogas, pro cujusvis anguli sinu ex solutione nostra deducere. Quodsi enim x denotet arcum anguli $\frac{m}{n}90^\circ$ graduum, ubi m et n numeri quicunque esse possunt, erit $x = \frac{m}{n} \cdot \frac{\pi}{2}$; qui valor in formulis §. 8. substitutus, quotientes: $\frac{2n}{m\pi}$; $\frac{12n}{m\pi}$; $-\frac{20n}{7m\pi}$; $-\frac{1372n}{11m\pi}$; $+$ etc. producit, ex quibus fractiones, versus sinum x convergentes, ut supra, determinantur.

Ceterum adnotabimus adhuc, formulas, ad quas solutio nostra perducit, semper logarithmorum ope commodissime absolvi posse.

§. 10. Problema III.

Aequationes cujuscunque gradus, unam incognitam involventes, ope fractionum continuarum per approximationem resolvere.

Solutio.

Sit $F = 0$ aequatio resolvenda, in qua incognita x ad quemvis ascendere potest gradum, et denotet f ejusmodi valorem jam cognitum radicis x, ut ejus differentia

a radice vera unitate minor sit, hoc praemisso ex theoria aequationum constat (vid. Institut. Calculi differentialis etc. Auct. Eulero. Cap. IX. de usu calculi differentialis in aequationibus resolvendis), radicem exactam aequationis propositae esse:

$$= f - F \cdot \frac{\partial x}{\partial F} + \frac{F^2}{1.2} \cdot \frac{\partial^2 x}{(\partial F)^2} - \frac{F^3}{1.2.3} \cdot \frac{\partial^3 x}{(\partial F)^3} + \frac{F^4}{1.2.3.4} \cdot \frac{\partial^4 x}{\partial F^4} - \text{etc.}$$

ubi in expressionibus F, $\frac{\partial x}{\partial F}$, $\frac{\partial^2 x}{(\partial F)^2}$, etc. pro x valor f assumi debet. Proinde y, vel

Radix quaesita $- f = - \frac{F \partial x}{\partial F} + \frac{F^2}{1.2} \cdot \frac{\partial^2 x}{(\partial F)^2} - \frac{F^3}{1.2.3} \cdot \frac{\partial^3 x}{(\partial F)^3}$ etc.

erit. Cum vero haec differentia, per hypothesin, unitate minor sit, methodus §. 3. ad illam inveniendam adplicari iterum potest. Quo autem calculus facilius instituatur, ponamus, quantitatem F, posito $x = f$, evadere T.

porro . . . . . . $\frac{\partial x}{\partial F}$ . . . . α

. . . . $\frac{\partial^2 x}{(\partial F)^2}$ . . . . β

. . . . $\frac{\partial^3 x}{(\partial F)^3}$ . . . . γ

. . . . etc. . . . . etc.

hoc modo habebimus:

$$y = - T\alpha + \frac{T^2}{1.2} \cdot \beta - \frac{T^3}{1.2.3} \gamma + \frac{T^4}{1.2.3.4} \delta - \text{etc., vel}$$

$$y = - T\alpha + \frac{T^2}{(2)} \beta - \frac{T^3}{(3)} \gamma + \frac{T^4}{(4)} \delta - \text{etc.}$$

haec series cum forma nostra generali (§. 3.) comparata, valores:

$a = -T\alpha$; $b = +\frac{T^2\beta}{(2)}$; $c = -\frac{T^3\gamma}{(3)}$; $\partial = +\frac{T^4\delta}{(4)}$; $e = -\frac{T^5\varepsilon}{(5)}$ etc.

praebet, ex quibus nanciscimur expressiones:

$$A = T^2 \left(\frac{(3)\beta\beta - (2)(2)\alpha\gamma}{(2)(3)\beta}\right) = \frac{T^2\,\mathfrak{A}^{\circ}}{(2)(3)\beta}$$
$$B = T^3 \left(\frac{(4)\beta\gamma - (2)(3)\alpha\delta}{(3)(4)\beta}\right) = \frac{T^3\,\mathfrak{B}^{\circ}}{(3)(4)\beta};$$
$$C = T^4 \left(\frac{(5)\beta\delta - (2)(4)\alpha\varepsilon}{(4)(5)\beta}\right) = \frac{T^4\,\mathfrak{C}^{\circ}}{(4)(5)\beta};$$
$$D = T^5 \left(\frac{(6)\beta\varepsilon - (2)(5)\alpha\zeta}{(5)(6)\beta}\right) = \frac{T^5\,\mathfrak{D}^{\circ}}{(5)(6)\beta} \text{ etc.}$$

etc.

$$A' = -\frac{T^2}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}} \left(\frac{(4)\,\mathfrak{A}^{\circ}\gamma + (3)\,\mathfrak{B}^{\circ}\beta}{(3)(4)}\right) = -\frac{T^2\,\mathfrak{A}^{\circ\circ}}{(3)(4)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}};$$
$$B' = \frac{T^3}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}} \left(\frac{(5)\,\mathfrak{A}^{\circ}\delta - (3)\,\mathfrak{C}^{\circ}\beta}{(4)(5)}\right) = \frac{T^3\,\mathfrak{B}^{\circ\circ}}{(4)(5)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}};$$
$$C' = -\frac{T^4}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}} \left(\frac{(6)\,\mathfrak{A}^{\circ}\varepsilon + (3)\,\mathfrak{D}^{\circ}\beta}{(5)(6)}\right) = -\frac{T^4\,\mathfrak{C}^{\circ\circ}}{(5)(6)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}} \text{ etc.}$$

etc.

$$A'' = \frac{T^3}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}} \left(\frac{\binom{4}{2}\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{B}^{\circ\circ} + \binom{4}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{B}^{\circ}}{(4)(5)}\right) = \frac{T^3\,\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}{(4)(5)\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}};$$
$$B'' = -\frac{T^4}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}} \left(\frac{\binom{4}{2}\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{C}^{\circ\circ} - \binom{5}{4}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{C}^{\circ}}{(5)(6)}\right) = -\frac{T^4\,\mathfrak{B}^{\circ\circ\circ}}{(5)(6)\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}};$$
$$C'' = \frac{T^5}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}} \left(\frac{\binom{4}{2}\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{D}^{\circ\circ} + \binom{7}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{D}^{\circ}}{(6)(7)}\right) = +\frac{T^5\,\mathfrak{E}^{\circ\circ\circ}}{(6)(7)\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}}$$

etc.

$$A''' = -\frac{T^3}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}} \left(\frac{\binom{4}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{B}^{\circ\circ\circ} - \binom{6}{4}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{B}^{\circ\circ}}{(5)(6)}\right) = -\frac{T^3\,\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}}{(5)(6)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}$$
$$B''' = \frac{T^4}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}} \left(\frac{\binom{6}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{E}^{\circ\circ\circ} - \binom{7}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{C}^{\circ\circ}}{(6)(7)}\right) = \frac{T^4\,\mathfrak{B}^{\circ\circ\circ\circ}}{(6)(7)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}$$
$$C''' = \frac{-T^5}{\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}} \left(\frac{\binom{6}{3}\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{D}^{\circ\circ\circ} - \binom{8}{6}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{D}^{\circ\circ}}{(7)(8)}\right) = -\frac{T^5\,\mathfrak{E}^{\circ\circ\circ\circ}}{(7)(8)\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}$$

etc.

$$A^{IV} = \frac{T^4}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}} \left(\frac{\binom{6}{4}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{B}^{\circ\circ\circ\circ} - \binom{7}{5}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}\mathfrak{B}^{\circ\circ\circ}}{(6)(7)}\right) = \frac{T^4\,\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ\circ}}{(6)(7)\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}}$$

etc.

Hi valores ad cognoscendam progressionis numerorum A, A′, A″ etc. legem sufficient: ex iis deducuntur quo-

tientes: $-\frac{1}{T\alpha}$; $-\frac{(2)\alpha^2}{\beta}$; $-\frac{(3)\beta}{T\alpha\mathfrak{A}^{\circ}}$; $-\frac{(\frac{4}{1})\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ}}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}}$; $-\frac{(\frac{4}{3})\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ}}{T\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}$; $-\frac{(\frac{4}{2})\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}}{\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}}$; $-\frac{(\frac{7}{8})\beta\mathfrak{A}^{\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ}}{T\alpha\mathfrak{A}^{\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ}\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ\circ\circ}}$; — etc. simplicissima quoque lege progredientes.

§. 11. Exemplum.

Propositum sit, resolvere aequationem

$$F = z^3 - 3z^2 + 5z - 4 = 0.$$

Cum una radicum hujus aequationis inter $+1$ et $+2$ cadat; ponamus $z = 1 + x$, quo valore in illa substituto, prodit: $F = -1 + 2x + x^3$; ubi jam scimus, $x < 1$ esse debere. Sed per methodos communes primus approximationis valor radicis x invenitur $\frac{1}{2}$, ex quo $F = \frac{1}{8}$ sequitur, et nunc operatio ita est continuanda:

Expressio $F = -1 + 2x + x^3$, posito $x = \frac{1}{2}$, evadit $= \frac{1}{8} = T$

$$\text{-- -- } \frac{dx}{dF} = \frac{1}{2 + 3x^2} \text{ -- -- -- -- -- } \frac{4}{11} = \alpha$$

$$\text{-- -- } \frac{d^2x}{(dF)^2} = -\frac{6x}{(2 + 3x^2)^3} \text{ -- -- -- } = -\frac{3 \cdot 4^3}{11^3} = \beta$$

$$\text{-- -- } \frac{d^3x}{(dF)^3} = \frac{6(15x^2 - 2)}{(2 + 3x^2)^5} \text{ -- -- -- -- } = \frac{6 \cdot 7 \cdot 4^4}{11^5} = \gamma$$

$$\text{-- -- } \frac{d^3x}{(dF)^4} = \frac{6 \cdot 120(1 - 3 \cdot x^2)x}{2 + 3x^2)^7} \text{ -- -- -- } = \frac{6 \cdot 15 \cdot 4^7}{11^7} = \delta$$

$$\text{-- -- } \frac{d^5x}{(dF)^5} = \frac{6 \cdot 120(2 - 57x^2 + 99x^4)}{(2 + 3x^2)^9} = -\frac{6 \cdot 120 \cdot 97 \cdot 4^7}{11^9} = \varepsilon$$

etc.

Proinde $\mathfrak{A}^{\circ} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 4^6}{11^6}$; $\mathfrak{B}^{\circ} = -\frac{2 \cdot 6 \cdot 3^2 \cdot 17 \cdot 4^8}{11^8}$; $\mathfrak{C}^{\circ} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3^2 \cdot 82 \cdot 4^{11}}{11^{10}}$ etc. $\mathfrak{A}^{\circ\circ} = \frac{167 \cdot 63 \cdot 4^{11}}{11^{11}}$; $\mathfrak{B}^{\circ\circ} = \frac{5 \cdot 41 \cdot 24 \cdot 3^5 \cdot 4^{14}}{11^{13}}$ etc. $\mathfrak{A}^{\circ\circ\circ} = -\frac{2 \cdot 3^4 \cdot 4^{21} \cdot 5^2 \cdot 6^2 \cdot 371}{11^{19}}$ etc.
Hinc obtinebimus quotientes: -22; $\frac{11}{6}$; 99; $\frac{22}{3 \cdot 167}$; $-\frac{11 \cdot 167^2}{5 \cdot 317}$; etc. ex quibus series fractionum versus valorem y convergentium deduci potest; et quidem tres priores fractionem

$$y = -\frac{548595}{11771496} = -0{,}0466036.$$

praebebunt. Cum autem primus approximationis valor radicis x initio $= \frac{1}{2} = 0{,}5000000$ positus sit, vera radix aequationem $-1 + 2x + x^3 = 0$ solvens, $= 0{,}5000000 - 0{,}0466036\ldots$ vel $= 0{,}4533963\ldots$, et $z = 1 + x = 1{,}4533963\ldots$ erit, qui valor non nisi 0,000001 ab eo differt, quem celeber: Eulerus in Introductione in Analysin Infinitorum Cap. XVIII. §. 353. per series recurrentes invenit.

§. 12. Sufficiant hae, quas in medium produxi, adplicationes ad explicandam hujus solutionis methodum. Alias easque graviores momenti adplicationes ad calculum integralem pertinentes, ne limites hujus dissertationis transgrediar, in aliud tempus mihi reservo, et Illustrissimae Academiae examini brevi temporis spatio subjiciam.

ESSAI

D'UNE DÉMONSTRATION DU PRINCIPE DES VITESSES VIRTUELLES

PAR

B. *VISCOVATOV.*

Présenté le 5. Decembre 1802.

Lagrange a montré dans son ouvrage intitulé: Méchanique Analytique, toute la généralité et l'utilité du principe des vitesses virtuelles; mais ni lui ni aucun autre Géometre que je sache n'a donné une démonstration rigoureuse de ce principe. En étudianr l'ouvrage de ce grand Géometre je tachois de démontrer le principe qui lui sert de base; mais je me suis trouvois toujours arrêté par l'énoncé même qu'on donnoit à ce principe, puisqu'il renferme des idées contraires à l'exactitude mathématique. Voici l'énoncé qu'en a donné le savant dont nous avons cité l'ouvrage.

„*Si un systéme quelconque de tant de corps ou points que l'on veut tirés, chacun par des puissances quelconques, est en équilibre, et qu'on donne à ce systéme un petit mouvement quelconque, en vertu duquel chaque point parcoure un espace infiniment petit qui exprimera sa vitesse*

virtuelle; la somme des puissances, multipliées chacune par l'espace que le point où elle est appliquée. parcourt suivant la direction de cette même puissance, sera toujours égale à zero, en regardant comme positifs les petits espaces parcourus dans les sens des puissances, et comme négatifs les espaces parcourus dans un sens opposé."

Je devois donc premierement tacher de donner à ce principe un autre énoncé, qui seroit dégagé de la consideration des quantités infiniment petites. Après plusieurs réflexions je me suis convaincu que le principe des vitesses virtuelles pourroit être exprimé de la maniere suivante.

Si plusieurs forces, ayant des directions quelconques, sont appliquées à un systême de corps ou de points et se font équilibre; la somme de ces puissances multipliées chacune par la vitesse qu'elle tend à imprimer au point auquel elle est appliquée est necessairement égale à zero.

On voit évidemment que cet énoncé rentre dans celui qui à été exposée ci-dessus, mais qu'il est seulement degagé des quantités infiniment petites. Et maintenant nous pouvons démontrer ce principe d'une maniere très simple et rigoureuse, principe qui peut se traduire en language algébrique de la manière suivante.

Supposons que les forces appliquées au systême sont

P, Q, R, etc.; et soient p, q, r, etc. les espaces que ces forces tendent à faire parcourir aux points auxquels elles sont appliquées, dans le même tems t; les vitesses que ces forces tendent à imprimer aux points de leur application seront exprimées par $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$, etc. Ainsi il faut démontrer que dans le cas de l'équilibre on doit avoir:

$$P \cdot \frac{dp}{dt} + Q \cdot \frac{dq}{dt} + R \cdot \frac{dr}{dt} + \text{etc.} = 0, \text{ ou}$$

$$Pdp + Qdq + Rdr + \text{etc.} = 0.$$

Or puisque les forces proposées peuvent être dirigées dans le même plan ou dans des plans différents, nous distinguerons les deux cas suivants.

I.

Supposons que les forces P, Q, R, etc. agissent dans le même plan et que leurs directions font avec deux axes perpendiculaires entr'eux et dont les directions sont données dans le même plan, des angles α, β; α', β'; α'', β''; etc. Si on décompose chaque puissance en deux autres respectivement paralleles aux deux axes, on aura dans le cas d'équilibre les deux équations suivantes:

$$P \cos. \alpha + Q \cos. \alpha' + R \cos. \alpha'' + \text{etc.} = 0,$$

$$P \cos. \beta + Q \cos. \beta' + R \cos. \beta'' + \text{etc.} = 0.$$

Designons par x, y; x', y'; x'', y''; etc. les coordonnées des points auxquels les forces P, Q, R, etc. sont appliquées; puisque ces forces sont en équilibre, les

points de leur application sont immobiles; d'ou il suit que les différences $x' - x$, $y' - y$; $x'' - x$, $y'' - y$; etc. sont constantes, et que parconséquent $dx = dx' = dx'' =$ etc.; $dy = dy' = dy'' =$ etc. Donc on peut mettre les équations précedentes sous la forme suivante:

$$\mathrm{P}dx \cos.\alpha + \mathrm{Q}\, dx' \cos.\alpha' + \mathrm{R}dx'' \cos.\alpha'' + \text{etc.} = 0,$$

$$\mathrm{P}dy \cos.\beta + \mathrm{Q}dy' \cos.\beta' + \mathrm{R}dy'' \cos.\beta'' + \text{etc.} = 0;$$

et en ajoutant ces deux équations nous trouverons:

$$\mathrm{P}\,(dx \cos.\alpha + dy \cos.\beta) + \mathrm{Q}\,(dx' \cos.\alpha' + dy' \cos.\beta')$$
$$+ \alpha\,(dx'' \cos.\alpha'' + dy'' \cos.\beta'') + \text{etc.} = (\mathrm{A}).$$

Soient $p, q, r,$ etc. les espaces que les forces P, Q, R, etc. tendent à faire parcourir aux points où elles sont appliquées dans le même tems t; les vitesses que ces forces tendent à imprimer aux points de leur application seront exprimées par $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$, etc. Je décompose chacune de ces vitesses en deux autres respectivement paralleles aux axes x et y, ce qui donne $\frac{dx}{dt} = \frac{dp}{dt}\cos.\alpha$, $\frac{dy}{dt} = \frac{dp}{dt}\cos.\beta$, ou $dx \cos.\alpha = dp \cos.\alpha^2$; $dy \cos.\beta = dp \cos.\beta^2$; donc puisque $\cos.\alpha^2 + \cos.\beta^2 = 1$, on aura $dp = dx \cos.\alpha + dy \cos.\beta$. De la même maniere on trouvera $dq = dx' \cos.\alpha' + dy' \cos.\beta'$, $dr = dx'' \cos.x'' + dy'' \cos.\beta''$, etc. En substituant ces valeurs dans l'équation (A), nous aurons:

$$\mathrm{P}dp + \mathrm{Q}dq\ \mathrm{R}dr + \text{etc.} = 0,$$

ce qu'il falloit démontrer.

II.

Supposons que les forces P, Q, R, etc. agissent dans des plans differents, et soient α, β, γ; α', β', γ'; α'', β'', γ''; etc. les angles que les directions de ces forces sont avec trois axes perpendiculaires entr'eux et donnés de directions dans l'espace. En décomposant chacune de ces forces en trois autres respectivement paralleles aux trois axes, nous aurons dans le cas de l'équilibre les équations suivantes:

$$P \cos. \alpha + Q \cos. \alpha' + R \cos. \alpha'' + \text{etc.} = 0,$$
$$P \cos. \beta + Q \cos. \beta' + R \cos. \beta'' + \text{etc.} + 0,$$
$$P \cos. \gamma + Q \cos. \gamma' + R \cos. \gamma'' + \text{etc.} = 0.$$

Or puisque les points auquels les forces sont appliquées doivent être immobiles, si nous designons par x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z''; etc. les coordonnées de ces points, les differences $x'-x$, $y'-y$, $z'-z$; $x''-x$, $y''-y$, $z''-z$, etc. seront constantes; d'où il suit que $dx = dx' = dx'' =$ etc., $dy = dy' = dy'' =$ etc.; $dz = dz' = dz'' =$ etc. Donc on peut mettre les équations precédentes sous la forme suivante:

$$Pdx \cos. \alpha + Qdx' \cos. \alpha' + Rdx'' \cos. \alpha'' + \text{etc.} = 0,$$
$$Pdy \cos. \beta + Qdy' \cos. \beta' + Rdy'' \cos. \beta'' + \text{etc.} = 0,$$
$$Pdz \cos. \gamma + Qdz' \cos. \gamma' + Rdz'' \cos. \gamma'' + \text{etc.} = 0.$$

En ajoutant ces trois équations nous aurons:

$P(dx \cos.\alpha + dy \cos.\beta + dz \cos.\gamma) + Q(dx' \cos.\alpha' + dy' \cos.\beta' + dz' \cos.\gamma') + R(dx'' \cos.\alpha'' + dy'' \cos.\beta'' + dz'' \cos.\gamma'') + \text{etc.} = 0$, (B).

Maintenant suppossons que les forces P, Q, R, etc. tendent à faire parcourir aux points auquels elles sont appliquées les espaces p, q, r, etc. dans le même tems t: les vitesses que ces forces tendent à imprimer aux points de leur application seront exprimées par $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$, etc. Je décompose chacune de ces vitesses en trois autres respectivement paralleles aux trois axes x, y, z; ce qui donnera $\frac{dx}{dt} = \frac{dp}{dt} \cos.\alpha$, $\frac{dy}{dt} = \frac{dp}{dt} \cos.\beta$, $\frac{dz}{dt} = \frac{dp}{dt} \cos.\gamma$, ou $dx \cos.\alpha = dp \cos.\alpha^2$, $dy \cos.\beta = dp \cos.\beta^2$, $dz \cos.\gamma = dp \cos.\gamma^2$; donc puisque $\cos.\alpha^2 + \cos.\beta^2 + \cos.\gamma^2 = 1$, on aura $dp = dx \cos.\alpha + dy \cos.\beta + dz \cos.\gamma$; de la même maniere on trouvera $dq = dx' \cos.\alpha' + dy' \cos.\beta' + dz' \cos.\gamma'$, $dr = dx'' \cos.\alpha'' + dy'' \cos.\beta'' + dz'' \cos.\gamma''$, etc.

En substituant ces valeurs dans l'équation (B) on aura l'équation suivante:

$$Pdp + Qdq + Rdr + \text{etc.} = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

DE INSIGNI USU FRACTIONUM CONTINUARUM IN CALCULO INTEGRALI.

AUCTORE

C. FR. KAUSLER.

Conv. exhib. die 23 Sept. 1803.

§. 1. Theoria quam in dissertatione praecedente: „Methodus series quascunque datas in fractiones continuas convertendi" exposui, per exempla ibidem prolata satis quidem dilucidata, sed quoad adplicationes nondum exhausta est. In harum numero eae praecipuum tenent locum, quae ad calculum integralem spectant, quarumque latissime patet usus. Dantur enim innumerabilia integralia quae nonnisi fractionum continuarum ope rite exhiberi possunt. Quod ut clarius perspiciatur, perpendamus, Integralia quae neque ad formas rationales neque ad logarithmos vel alias expressiones transcendentes revocari possunt, quorum igitur evolutio per adproximationem absolvi debet, esse innumera. Huc et ea refero, quae a rectificatione Ellyp-

seos et Hyperbolae pendent. Quid enim alia integralia ad haec reducere prodest, dum tabulis pro harum curvarum rectificatione caremus, cumque si hujusmodi expressionum integralis valor in numeris assignari debeat, semper ad series infinitas, id est, ad adproximationem recurrendum sit? Reductio autem ad series inter alia incommoda et hoc praecipue laborat, quod illae pro quibusdam indeterminatae, vel quantitatis variabilis valoribus, divergentes evadant, atque hoc respectu nullius utilitatis esse videantur. Conversio serierum in fractiones continuas hanc difficultatem plane tollit, et idcirco, ut in dissertatione allegata ostensum fuit, in integrationibus eo majoris est momenti, quod methodus nostra ad omnium serierum genera adplicari possit. Quae ad confirmanda ac dilucidanda sequentes resolvam quaestiones.

I. Exemplum.

§. 2. Integrare formulam $dy = \frac{dx}{1+x^4}$, in hypothesi quod post integrationem valor variabilis $x > 1$ sumatur.

Solutio.

Cum $\frac{dx}{1+x^4} = dx\,(1 - x^4 + x^8 - x^{12} + x^{16} - \text{etc.})$, erit, abstractione facta a constante,

$$y = x - \frac{x^5}{5} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{13}}{13} + \frac{x^{17}}{17} - \frac{x^{21}}{21} \ldots \pm \frac{x^{4m+1}}{4m+1},$$

quae series pro iis numeri x valoribus, qui unitate minores sunt, convergit, ideoque ad determinandum integrale per adproximationem eo aptior est, quo minor fractio quantitatem x exprimens, supponitur. Si vero valores ipsius x unitatem superant, series y divergit, quo casu nullius utilitatis esse videtur. Quodsi autem per formulas methodi nostrae, ad quas in sequentibus me refero, in fractionem continuam convertatur, ponendo: $a = x$, $c = \frac{x^9}{9}$, $e = \frac{x^{17}}{17}$, $b = -\frac{x^5}{5}$, $\partial = -\frac{x^{13}}{13}$, $f = -\frac{x^{21}}{21}$ etc., prodibunt valores:

$$A = \frac{16.\,x^5}{5.\,9.},\quad B = -\frac{2.\,16.\,x^9}{9.\,13},\quad C = \frac{3.\,16.\,x^{13}}{13.\,17.},$$
$$A' = \frac{5.\,x^8}{9.\,13.},\quad B' = -\frac{2.\,5.\,x^{12}}{13.\,17.},\quad C' = \frac{3.\,5.\,x^{16}}{17.\,21.},$$
$$A'' = \frac{4.\,16^2.\,x^9}{5.\,9.\,13.\,17.},\quad B'' = -\frac{3.\,4.\,16^2.\,x^{13}}{5.\,13.\,17.\,21.},\quad C'' = \frac{6.\,4.\,16^2.\,x^{17}}{5.\,17.\,21.\,25.},$$
$$A''' = \frac{5.\,9.\,x^{12}}{13.\,17.\,21.},\quad B''' = -\frac{3.\,5.\,9.\,x^{16}}{17.\,21.\,25.},\quad C''' = \frac{6.\,5.\,9.\,x^{20}}{21.\,25.\,29.},$$
$$D = -\frac{4.\,16.\,x^{17}}{17.\,21.},\quad E = \frac{5.\,16.\,x^{21}}{21.\,25.},\quad \text{etc.}$$
$$D' = -\frac{4.\,5.\,x^{20}}{21.\,25.},\quad E' = \frac{5.\,5.\,x^{24}}{25.\,29.},\quad \text{etc.}$$
$$D'' = -\frac{10.\,4.\,16^2.\,x^{21}}{5.\,21.\,25.\,29.},\quad E'' = \frac{15.\,4.\,16^2.\,x^{25}}{5.\,25.\,29.\,33.},\quad \text{etc.}$$
$$D''' = -\frac{10.\,5.\,9.\,x^{24}}{25.\,29.\,33.},\quad E''' = \frac{15.\,5.\,9.\,x^{28}}{29.\,33.\,37.},\quad \text{etc.}$$
$$A^{IV} = \frac{12.\,3.\,16^3.\,x^{13}}{5.\,9.\,13.\,17.\,21.\,25.},\quad \text{etc.}$$

Ergo quotientes $\frac{1}{a}$, $-\frac{a^2}{b}$, $-\frac{b}{Aa}$, $\frac{A}{A'}$, $\frac{A'}{A''}$, $\frac{A''}{A'''}$ etc. erunt:

$$\frac{1}{x},\ \frac{5}{x^3},\ \frac{9}{4^2 x},\ \frac{13.\,4^2}{5^2.\,x^3},\ \frac{17.\,5^2}{4^2.\,8^2.\,x},\ \frac{21.\,4^2.\,8^2}{5^2.\,9^2.\,x^3},\ \frac{25.\,5^2.\,9^2}{4^2.\,8^2.\,12^2.\,x},\ \text{etc.}$$

quorum lex progressionis in oculos cadit, ita ut facillime quousque libet continuari possint. Hoc pacto obtinebimus pro $\int \frac{dx}{1+x^4}$ expressionem:

$$y = \cfrac{1}{1:x + \cfrac{1}{5:x^3 + \cfrac{1}{9:16x + \cfrac{1}{13.16:25x^3 + \cfrac{1}{17.25:32^2x + \cfrac{1}{21.32^2:45^2x^3 + \cfrac{1}{25.45^2:384^2x + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}}$$

quae pro omnibus quantitatis x valoribus semper convergit. Casu igitur quo post integrationem $x = a$ ponitur, erit:

$$\int \frac{dx}{1+x^4} = \cfrac{1}{\frac{1}{a} + \cfrac{1}{\frac{5}{a^3} + \cfrac{1}{\frac{9}{16\,a} + \cfrac{1}{\frac{13.16}{25.a^3} + \cfrac{1}{\frac{17.25.}{32^2.a} + \cfrac{1}{\frac{21.32^2}{45^2.a^3} + \cfrac{1}{\frac{25.45^2}{384^2 a} + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}}$$

Conversio igitur serierum in fractiones continuas difficultatem ab earum divergentia ortam penitus tollit, mediumque eas summandi praebet aptissimum.

§. 3. Coroll: Integrale expressionis $\int \frac{dx}{1+x^4}$ in hypothesi, quod post integrationem $x = 1$, ponatur, est

$$= \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{\frac{9}{16} + \cfrac{1}{\frac{208}{25} + \cfrac{1}{\frac{385}{1024} + \cfrac{1}{\frac{1163}{675} + \cfrac{1}{\frac{50625}{147456} + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}}$$

Qui valor numero 0,8671 .... aequalis est.

§. 4. Scholion. Cel. Hollandus, in commercio epistolico Cel. Lamberti, Tom. I., epistola VII. pag. 64, pro eodem integrali invenit valorem:

$$\int \frac{dx}{1+x^4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \log. \left(\frac{1+x\sqrt{2}+x^2}{1-x\sqrt{2}+x^2}\right) + \frac{1}{4\sqrt{-2}} \log. \left(\frac{x\sqrt{2}+1-\sqrt{-1}}{x\sqrt{2}+1+\sqrt{-1}}\right)$$
$$+ \frac{1}{4\sqrt{-2}} \log. \left(\frac{x\sqrt{2}-1-\sqrt{-1}}{x\sqrt{2}-1+\sqrt{-1}}\right),$$

quod idem integrale Lambertus in responsione sua ita exprimit:

$$\sqrt{8} \int \frac{dx}{1+x^4} = \text{Arc. tang.} \left(\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2}\right) + \tfrac{1}{2} \log. \left(\frac{1+x\sqrt{2}+x^2}{1-x\sqrt{2}+x^2}\right).$$

Quaenam autem trium harum expressionum commodissima sit, si variabili x determinatus tribuator valor, lectori dijudicandum relinquo.

§. 5. Prorsus eodem modo et integrale formulae generalioris $dy = \frac{dx}{1+x^m}$ assignari poterit. Facta enim divisione unitatis per $1+x^m$, prodit:

$dy = dx\,(1 - x^m + x^{2m} - x^{3m} + x^{4m} - x^{5m} + \text{etc.})$. Ergo

$$y = x - \frac{x^{m+1}}{m+1} + \frac{x^{2m+1}}{2m+1} - \frac{x^{3m+1}}{3m+1} + \frac{x^{4m+1}}{4m+1} - \text{etc.}$$

vel si $x^m = z$ assumitur, abstractione facta a constanti,

$$\frac{y}{z^{\frac{1}{m}}} = 1 - \frac{z}{m+1} + \frac{z^2}{2m+1} - \frac{z^3}{3m+1} + \frac{z^4}{4m+1} - \text{etc.}$$

quae series cum expressione nostra generali comparata, valores: $a = 1$, $b = -\frac{z}{m+1}$, $c = \frac{z^2}{2m+1}$, $\partial = -\frac{z^3}{3m+1}$, $e = \frac{z^4}{4m+1}$, $f = -\frac{z^5}{5m+1}$, $g = \frac{z^6}{6m+1}$, $h = -\frac{z^7}{7m+1}$, etc. praebet. Ex his vero deducitur:

$$A = \frac{m^2 z}{(m+2)(2m+1)} \qquad A' = \frac{1(m+1)z^2}{(2m+1)(3m+1)}$$

$$B = -\frac{2m^2 z^2}{(2m+1)(3m+1)} \qquad B' = -\frac{2(m+1)z^3}{(3m+1)(4m+1)}$$

$$C = \frac{3m^2 z^3}{(3m+1)(4m+1)} \qquad C' = \frac{3(m+1)z^4}{(4m+1)(5m+1)}$$

$$D = -\frac{4m^2 z^4}{(4m+1)(5m+1)} \qquad D' = -\frac{4(m+1)z^5}{(5m+1)(6m+1)}$$

$$E = \frac{5m^2 z^5}{(5m+1)(6m+1)} \qquad E' = \frac{5(m+1)z^6}{(6m+1)(7m+1)}$$

etc. | etc.

$$A'' = \frac{4m^4 z^2}{(m+1)(2m+1)(3m+1)(4m+1)}$$

$$B'' = -\frac{3.4.m^4 z^3}{(m+1)(3m+1)(4m+1)(5m+1)}$$

$$C'' = \frac{6.4.m^4 z^4}{(m+1)(4m+1)(5m+1)(6m+1)}$$

$$D'' = -\frac{10.4\,m^4.z^5}{(m+1)(5m+1)(6m+1)(7m+1)}$$

$$E'' = \frac{15.4.m^4 z^6}{(m+1)(6m+1)(7m+1)(8m+1)}$$

etc.

$$A''' = \frac{1(m+1)(2m+1)z^3}{(3m+1)(4m+1)(5m+1)}$$

$$B''' = -\frac{3(m+1)(2m+1)z^4}{(4m+1)(5m+1)(6m+1)}$$

$$C''' = \frac{6(m+1)(2m+1)z^5}{(5m+1)(6m+1)(7m+1)}$$

etc.

$$A^{IV} = \frac{4.9.m^6 z^3}{(m+1)(2m+1)(3m+1)(4m+1)(5m+1)(6m+1)}$$

$$B^{IV} = -\frac{4.6^2.m^6 z^4}{(m+1)(2m+1)(4m+1)(5m+1)(6m+1)(7m+1)}$$

etc.

$$A^{V} = \frac{(m+1)(2m+1)(3m+1)z^4}{(4m+1)(5m+1)(6m+1)(7m+1)}$$

etc.

Hinc series quotientum: $\frac{1}{a}$, $-\frac{a^2}{b}$, $-\frac{b}{Aa}$, $\frac{A}{A'}$, $\frac{A'}{A''}$, $\frac{A''}{A'''}$ etc. erit:

$1\,,\ \frac{m+1}{x}\,,\ \frac{2m+1}{m^2}\,,\ \frac{m^2(3m+1)}{(m+1)^2 x}\,,\ \frac{(m+1)^2(4m+1)}{2^2.\,m^4}\,,\ \frac{2^2\,m^4(5m+1)}{(m+1)^2(2m+1)^2 x}\,,$
$\frac{(m+1)^2(2m+1)^2(6m+1)}{2^2.\,3^2.\,m^6}\,,\ \frac{2^2.\,3^2\,m^6(7m+1)}{(m+1)^2(2m+1)^2(3m+1)^2 x}\,,$ etc.

Proinde:

$$\int\frac{\partial x}{1+x^m}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{(m+1)}{x^m}+\cfrac{1}{\cfrac{(2m+1)}{m^2}+\cfrac{1}{\cfrac{m^2(3m+1)}{(m+1)^2 x^m}+\cfrac{1}{\cfrac{(m+1)^2(4m+1)}{2^2\,m^4}+\cfrac{1}{\cfrac{2^2 m^4(5m+1)}{(m+1)^2(2m+1)^2 x^m}+\cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}$$

§. 6. Coroll. Si $m=4$ supponitur, hic casus ad ad praecedentem redit; si autem post integrationem $x=1$ statuatur, integralis $\int\frac{\partial x}{1+x^m}$ valor erit:

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{m+1+\cfrac{1}{\cfrac{2m+1}{m^2}+\cfrac{1}{\cfrac{m^2(3m+1)}{(m+1)^2}+\cfrac{1}{\cfrac{(m+1)^2(4m+1)}{4m^4}+\cfrac{1}{\cfrac{4m^4(5m+1)}{(m+1)^2(2m+1)^2}+\cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}$$

haec fractio pro $m=1$ abit in:

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{\frac{2}{3}+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{\frac{1}{2}+\cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}}}$$

cujus expressionis valor est logarithmus hyperbolicus numeri 2, scilicet $\int \frac{\partial x}{1+x}$, si peracta integratione $x = 1$ assumitur.

Exemplum II.

§. 7. Integrare formulam $\partial y = \partial x \sqrt[m]{(1+x^m)}$.

Solutio.

$$\sqrt[m]{(1+x^m)} = 1 + \frac{1}{m} x^m - \frac{(m-1)}{2m^2} x^{2m} + \frac{(m-1)(2m-1)}{2.\,3.\,m^3} x^{3m}$$
$$- \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)}{2.\,3.\,4.\,m^4} x^{4m} + \text{etc.}$$

Proinde

$$\partial y = \partial x + \frac{1}{m} x^m \partial x - \frac{(m-1)}{2m^2} x^{2m} \partial x + \frac{(m-1)(2m-1)}{2.\,3.\,m^3} x^{3m} \partial x - \text{etc.}$$

hinc, si constans iterum $= 0$ statuatur,

$$y = x + \frac{x^{m+1}}{m(m+1)} - \frac{(m-1)x^{2m+1}}{2.m^2(2m+1)} + \frac{(m-1)(2m-1)x^{3m+1}}{2.\,3.\,m^3(3m+1)}$$
$$- \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)x^{4m+1}}{2.\,3.\,4.\,m^4(4m+1)} + \text{etc.}$$

vel $\frac{m(y-x)}{x^{m+1}} = \frac{1}{m+1} - \frac{(m-1)\,x^m}{2m(2m+1)} + \frac{(m-1)(2m-1)x^{2m}}{2.\,3\,m^2(3m+1)} - \text{etc.}$

vel tandem, positis $x^m = z$, et $\frac{m(y-x)}{x^{m+1}} = Y$,

$$Y = \frac{1}{m+1} - \frac{(m-1)z}{2m(2m+1)} + \frac{(m-1)(2m-1)z^2}{2.\,3.\,m^2(3m+1)} - \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)z^3}{2.\,3.\,4.\,m^3(4m+1)} + \text{etc.}$$

haec series, si z fractionem admodum parvam, m vero

numerum unitate multo majorem denotant, convergit, et ad eruendum quantitatis Y valorem maxime idonea est. Pro iis autem casibus, quibus z et m ejusmodi numeros significant, qui singularum fractionum numeratores denominatoribus multo majores reddunt, conversio expressionis $\sqrt[m]{(1+x^m)}$ in seriem infinitam theorematis binomialis ope, in integratione formulae propositae nullam afferre videtur utilitatem, quia tum haec series divergit, ejusque valor per simplicem terminorum singulorum summationem inveniri non potest. Transmutata vero serie in fractionem continuam, ejus summatio optime facillimeque succedit, ad quod probandum calculum, ut in praecedenti exemplo, sequenti modo instituamus:

Facta nimirum comparatione cum formula generali, obtinebitur:

$$a = \frac{1}{m+1}$$
$$b = -\frac{(m-1)z}{2m(2m+1)}$$
$$c = \frac{(m-1)(2m-1)z^2}{2.\ 3.\ m^2(3m+1)}$$
$$d = -\frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)z^3}{2.\ 3.\ 4.\ m^3(4m+1)}$$
$$e = \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)(4m-1)z^4}{2\ 3.\ 4\ 5.\ m^4(4m+1)}$$
$$f = -\frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)(4m-1)(5m-1)z^5}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ m^5(5m+1)}$$
$$g = \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)(4m-1)(5m-1)6m-1)z^6}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ m^6(6m+1)}$$
$$h = - \quad \text{etc.}$$

vel, si brevitatis gratia, $\frac{z}{m} = p$ assumitur,

$$a = \frac{1}{m+1} = \alpha$$
$$b = -\frac{(m-1)p}{2(2m+1)} = -\beta p.$$
$$c = \frac{(m-1)(2m-1)p^2}{2.\ 3.\ (3m+1)} = \gamma p^2.$$
$$d = -\frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)p^3}{2.\ 3.\ 4.\ (4m+1)} = -\delta p^3.$$
$$e = \frac{(m-1)(2m-1)(3m-1)(4m-1)p^4}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ (5m+1)} = \varepsilon p^4.$$
etc.

hinc

$$A = p\left(\frac{\alpha'\gamma-\beta\beta}{\beta}\right) = \alpha' p.$$
$$B = -p^2\left(\frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{\beta}\right) = -\beta' p^2.$$
$$C = p^3\left(\frac{\alpha\varepsilon-\beta\delta}{\beta}\right) = \gamma' p^3.$$
$$D = -p^4\left(\frac{\alpha\zeta-\beta\varepsilon}{\beta}\right) = -\delta' p^4.$$
etc.

$$A' = \frac{p^2}{\alpha\alpha'}(\beta\beta'-\alpha'\gamma) = \alpha'' p^2.$$
$$B' = -\frac{p^3}{\alpha\alpha'}(\beta\gamma'-\alpha'\delta) = -\beta'' p^3.$$
$$C' = \frac{p^4}{\alpha\alpha'}(\beta\delta'-\alpha'\varepsilon) = \gamma'' p^4.$$
$$D' = -\frac{p^5}{\alpha\alpha'}(\beta\varepsilon'-\alpha'\zeta) = -\delta'' p^5.$$
etc.

$$A'' = \frac{p^2}{\alpha''}(\alpha'\beta''-\alpha''\beta') = \alpha''' p^2.$$
$$B'' = -\frac{p^3}{\alpha''}(\alpha'\gamma''-\alpha''\gamma') = -\beta''' p^3.$$
$$C'' = \frac{p^4}{\alpha''}(\alpha'\delta''-\alpha''\delta') = \gamma''' p^4.$$
$$D'' = -\frac{p^5}{\alpha''}(\alpha'\varepsilon''-\alpha''\varepsilon') = -\delta''' p^5.$$
etc.

$$A''' = \frac{p^3}{\alpha'''}(\alpha''\beta'''-\alpha'''\beta'') = \alpha^{IV} p^3.$$
$$B''' = -\frac{p^4}{\alpha'''}(\alpha''\gamma'''-\alpha'''\gamma'') = -\beta^{IV} p^4.$$
$$C''' = \frac{p^5}{\alpha'''}(\alpha''\delta'''-\alpha'''\delta'') = \gamma^{IV} p^5.$$
$$D''' = -\frac{p^6}{\alpha'''}(\alpha''\varepsilon'''-\alpha'''\varepsilon'') = -\delta^{IV} p^6.$$
etc.

$$A^{IV} = \frac{p^3}{\alpha^{IV}}(\alpha'''\beta^{IV}-\alpha^{IV}\beta''') = \alpha^{V} p^3$$
etc.

Ex his lex continuationis valorum A, A′, A″ etc. sufficienter perspicitur, quibus determinatis, quotientes $\frac{1}{a}$, $-\frac{a^2}{b}$, $-\frac{b}{A a}$, $\frac{A}{A'}$, $\frac{A'}{A''}$ etc. erunt: $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{\alpha^2}{\beta p}$, $\frac{\beta}{\alpha\alpha'}$, $\frac{\alpha'}{p\alpha''}$, $\frac{\alpha''}{\alpha'''}$, $\frac{\alpha'''}{p\alpha^{IV}}$, $\frac{\alpha^{IV}}{\alpha^{V}}$, $\frac{\alpha^{V}}{p\alpha^{VI}}$, etc. Proinde si valor x restituatur:

$$\int \partial x \sqrt[m]{(1+x^m)} =$$

$$x + \frac{x^{m+1}}{m} \left(\cfrac{1}{\cfrac{1}{\alpha} + \cfrac{1}{\cfrac{m\alpha^2}{\beta x^m} + \cfrac{1}{\cfrac{\beta}{\alpha\alpha'} + \cfrac{1}{\cfrac{m\alpha'}{\alpha'' x^m} + \cfrac{1}{\cfrac{\alpha''}{\alpha'''} + \cfrac{1}{\cfrac{m\alpha'''}{\alpha^{IV} x^m} + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}} \right.$$

§. 8. Coroll. Si $m = 1$, habebimus $a = \frac{1}{2} = \alpha$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, etc.; hoc casu:

$$\int \partial x \sqrt[m]{(1+x^m)} = \int \partial x (1+x) = x + \frac{x^2}{1} \left(\frac{1}{1:\frac{1}{2}}\right) = x + \frac{x^2}{2}$$

evadit, qui valor cum eo convenit, qui immediate ex integratione formulae $\partial y = \partial x (1+x)$ obtinetur.

§. 9. Transeo nunc ad illud Integralium genus, quod a rectificatione Ellyseos et Hyperbolae pendet, et quod neque algebraïce integrari, neque ad arcus circulares vel logarithmos terminis finitis reduci hucusque potuit. Amplissimum est hoc genus: quantasque comprehendat species, ex Celeb. L. Euleri dissertatione: De reductione formularum integralium ad rectificationem ellipsis et hyperbolae. Comment. Tom. X. 1766. perspici potest. Ad ea resolvenda unicum superest medium, scilicet ut per series infinitas eruantur, quod ut facilius fiat, ad fractiones continuas est recurrendum.

Exemplum III.

§. 10. Integrare expressionem $\partial f = \partial x \sqrt{\left(1 + \frac{b^2 x^2}{a^2(a^2 - x^2)}\right)}$, elementum arcus Ellypseos, cujus semi-axis transversus $= a$, et semi-axis conjugatus $= b$, denotantem.

Solutio.

Posito $\frac{b^2}{a^2} = k$, et reducta quantitate radicali $\sqrt{\left(1 + \frac{k x^2}{a^2 - x^2}\right)}$ in seriem infinitam, obtinebitur:

$$\sqrt{\left(1 + \frac{k x^2}{a^2 - x^2}\right)} = 1 + \frac{1}{2} \frac{k x^2}{(a^2 - x^2)} - \frac{1}{8} \frac{k^2 x^4}{(a^2 - x^2)^2} + \frac{1}{16} \frac{k^3 x^6}{(a^2 - x^2)^3} - \frac{5}{128} \frac{k^4 x^8}{(a^2 - x^2)^4} + \text{etc.}$$

vel $= 1 + \frac{\alpha x^2}{a^2 - x^2} + \frac{\beta x^4}{(a^2 - x^2)^2} + \frac{\gamma x^6}{(a^2 - x^2)^3} + \frac{\delta x^8}{(a^2 - x^2)^4} + \text{etc.}$, ubi $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ etc. coëfficientes $\frac{1}{2}$, $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)}{1.2}$, $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)(\frac{1}{2} - 2)}{1.2.3}$, $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)(\frac{1}{2} - 2)(\frac{1}{2} - 3)}{1.2.3.4}$ etc. respective in: k, k^2, k^3, k^4 etc. ductos, significant. His praemissis erit:

$$\partial f = \partial x + \frac{\alpha x^2 \partial x}{a^2 - x^2} + \frac{\beta x^4 \partial x}{(a^2 - x^2)^2} + \frac{\gamma x^6 \partial x}{(a^2 - x^2)^3} + \text{etc.}$$

Quodsi jam quantitates $(a^2 - x^2)^{-1}$, $(a^2 - x^2)^{-2}$, $(a^2 - x^2)^{-3}$ etc. in series infinitas resolvantur, ac in suos coëfficientes ducantur, valor ∂f abit in:

$$\begin{aligned}
\partial f = \partial x &+ \frac{\alpha x^2 \partial x}{a^2}\left(1 + \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^4}{a^4} + \frac{x^6}{a^6} \cdots\cdots + \frac{x^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}\right) \\
&+ \frac{\beta x^4 \partial x}{a^4}\left(1 + \frac{2x^2}{a^2} + \frac{3x^4}{a^4} + \frac{4x^6}{a^6} \cdots\cdots + \frac{m(x)^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}\right) \\
&+ \frac{\gamma x^6 \partial x}{a^6}\left(1 + \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x^4}{a^4} + \frac{10x^6}{a^6} \cdots\cdots + \frac{m(m+1)}{2} \frac{x^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}\right) \\
&+ \frac{\delta x^8 \partial x}{a^8}\left(1 + \frac{4x^2}{a^2} + \frac{10x^4}{a^4} + \frac{20x^6}{a^6} \cdots\cdots + \frac{m(m+1)(m+2)}{1.2.3} \frac{x^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}\right) \\
&+ \text{etc.}
\end{aligned}$$

ubi notandum est, quantitates $\frac{m x^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}$, $\frac{m(m+1)}{1.2} \frac{x^{2(m-1)}}{a^{2(m-1)}}$ etc. terminum generalem uniuscujusque seriei exprimere. Su-

perest ut, facta abstractione a primo termino x, singularum serierum termini, eandem variabilis x potentiam exprimentes, in unam colligantur summam, quod ope formulae $\left(\alpha + (m-1)\beta + \frac{(m-1)(m-2)}{1.\ 2}\gamma + \frac{(m-1)(m-2)(m-3)}{1.\ 2.\ 3}\delta \ldots\right)\frac{x^{2m+1}}{(2m+1)a^{2m}}$ commodissime fieri potest, quae ita est comparata, ut si fiat successive $m = 1, 2, 3, 4$ etc., valor quem induit, primum, secundum, tertium hujus summae exprimat terminum, qui sunt $\times x^3$, $\times x^5$, $\times x^7$, etc. Ponamus igitur, formulam:

$$\left(\alpha + (m-1)\beta + \frac{(m-1)(m-2)}{1.\ 2}\gamma + \frac{(m-1)(m-2)(m-3)\delta}{1.\ 2.\ 3}\ldots\right)\frac{x^{2m+1}}{(2m+1)a^{2m}},$$

posito $m = 1$, abire in: $b' x^3$,
- - - - - - - - - - $m = 2$, - - $c' x^5$,
- - - - - - - - - - $m = 3$, - - $d' x^7$,
- - - - - - - - - - $m = 4$, - - $e' x^9$,
etc.

et habebimus pro valore Integralis quaesiti:

$$\int = x + b' x^3 + c' x^5 + d' x^7 + e' x^9 + f' x^{11} + \text{etc.}$$

quae series cum formula generali comparata, valores:

$$a = x = a' x$$
$$b = b' x^3$$
$$c = c' x^5$$
$$d = d' x^7 \quad \text{etc.}$$

praebet, ex quibus sequentes deducuntur expressiones:

$$A = \frac{b'b' - a'c'}{b'} x^3 = a'' x^3 \quad A' = \frac{(b'b'' - a''c')}{a'a''} x^4 = a''' x^4$$
$$B = \frac{b'c' - a'd'}{b'} x^5 = b'' x^5 \quad B' = \frac{(b'c'' - a''d')}{a'a''} x^6 = b''' x^6$$
$$C = \frac{b'd' - a'e'}{b'} x^7 = c'' x^7 \quad C' = \frac{(b'd'' - a''e')}{a'a''} x^8 = c''' x^8$$
$$D = \frac{b'e' - a'f'}{b'} x^9 = d'' x^9 \quad D' = \frac{(b'e'' - a''f')}{a'a''} x^{10} = d''' x^{10}$$

etc. etc.

$$A'' = \frac{a'''b'' - a''b''}{a'''} x^5 = a^{IV} x^5 \quad A''' = \frac{a^{IV}b''' - a'''b^{IV}}{a^{IV}} x^6 = a^V x^6$$
$$B'' = \frac{a'''c'' - a''c'''}{a'''} x^7 = b^{IV} x^7 \quad B''' = \frac{a^{IV}c''' - a'''c^{IV}}{a^{IV}} x^8 = b^V x^8$$
$$C'' = \frac{a'''d'' - a''d'''}{a'''} x^9 = c^{IV} x^9 \quad C''' = \frac{a^{IV}d''' - a'''d^{IV}}{a^{IV}} x^{10} = c^V x^{10}$$

etc. etc.

Ergo quotientes: $\frac{1}{a}$, $-\frac{a^2}{b}$, $-\frac{b}{Aa}$, $\frac{A}{A'}$, $\frac{A'}{A''}$ etc. erunt $\frac{1}{a'x}$, $-\frac{a^2}{b'x}$, $-\frac{b'}{a'a''x}$, $\frac{a''}{a'''x}$, $\frac{a'''}{a^{IV}x}$, $\frac{a^{IV}}{a^V x}$, etc. et

$$\int \partial x \sqrt{\left(1 + \frac{b^2 x^2}{a^2 (a^2 - x^2)}\right)}$$
$$= \cfrac{1}{\cfrac{1}{a'x} + \cfrac{1}{\cfrac{-a^2}{b'x} + \cfrac{1}{\cfrac{-b}{a'a''x} + \cfrac{1}{\cfrac{a''}{a'''x} + \cfrac{1}{\cfrac{a'''}{a^{IV}x} + \cfrac{1}{\cfrac{a^{IV}}{a^V x} + \cfrac{1}{\text{etc.}}}}}}}}$$

§. 11. Coroll. Si $x = a$, formula praecedens exhibet Quadrantem peripheriae Ellypseos, cujus semi-axes sunt a et b.

Prorsus eodem modo Integrale formulae:
$\partial f = \partial x \sqrt{\left(1 - \frac{b^2 x^2}{a^2 (a^2 - x^2)}\right)}$, elementum arcus hyperbolici exprimentis, eruitur.

DÉMONSTRATION DIRECTE ET INVERSE

DU PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'ÉQUILIBRE,

FAITE D'UNE MANIÈRE ÉLÉMENTAIRE, AVEC L'APPLICATION DE CE PRINCIPE AUX MACHINES.

PAR

Mr. GOURIEW.

Traduit du Russe.

Présenté le 11. Décembre 1805.

L'étendue des sciences mathématiques croissant de jour en jour, elle nous fait apercevoir toute la nécessité de généraliser leurs principes. Car le seul moyen d'abrêger une science est de la réduire à un plus petit nombre de principes généraux, de manière que, sans franchir leurs bornes, on puisse l'appliquer à tous les cas particuliers que comporte la science. Le celèbre Euler a donné cette perfection à l'hydrostatique et en partie aussi à l'hydraulique, ou bien en général à l'hydrodynamique, (Voyez à ce sujet les tomes 13, 14, 15 et 16 des nouveaux commentaires). Mais il n'a pas fait, que je sache, la même chose à l'égard de la statique, ou de la théorie des machines. Les leçons publiques que j'ai données sur la

mécanique et sur l'hydrodynamique m'ont suggéré l'idée de faire dans la statique ce qu'Euler avait fait dans l'hydrodynamique. Ce travail m'interessait d'autant plus que jusqu'à présent on n'a fait que déduire le principe de l'équilibre, sans déduire l'équilibre même de ce principe, ou sans prouver que l'équilibre fut un résultat nécessaire de ce principe général. C'est cela que j'appelle démonstration directe et inverse du principe de l'équilibre, et c'est là le but de ce mémoire, où je me propose en même tems de faire des applications à la théorie des machines.

I.

Démonstration directe et inverse du principe général de l'équilibre.

Les forces agissent sur un corps suivant des directions qui se trouvent ou toutes, ou en partie, dans un même plan, ce qui donne deux cas très distincts. Nous commencerons d'abord par le premier.

Supposons que plusieurs forces, agissant dans un même plan sur un corps dépouillé de pesenteur, se trouvent en équilibre. Par un point M, pris arbitrairement sur ce plan, menons deux droites MN et MN′, avec la seule condition qu'elles se coupent sous un angle droit.

Tab. III. Fig. 1.

Décomposons chaque force en deux autres parallèles aux lignes MN et MN′. Reduisons à une seule force P toutes les forces parallèles à MN, et agissant dans un seul sens, et les forces qui agissent dans un sens opposé, à une seule force Q. De même reduisons à une seule force S toutes les forces parallèles à MN′ et agissant dans un seul sens, et les forces qui agissent dans un sens opposé, à une seule force T. Les quatre forces P, Q, S, T peuvent être substituées au système des forces donné, et par conséquent elles sont en équilibre. Prolongez les directions des forces P et S, Q et T jusqu'aux points de leur rencontre E et F; exprimez les forces P, Q, S et T par les lignes EG, EH, FK et FL, et formez les rectangles GH et KL. Les diagonales de ces rectangles désigneront des forces opposées, auxquelles se réduisent les forces P, Q, S, T et elles sont par conséquent égales et directement opposées; car autrement l'équilibre ne subsisteroit pas. Mais les côtés d'un des deux rectangles GH et LK sont parallèles aux côtés de l'autre, donc EG = FK et EH = FL, ou P = Q et S = T.

Prenons le point M pour le point des momens, et de ce point abaissons sur le prolongement de FE la per-

pendiculaire MZ. D'après le principe des momens nous aurons:

$$S \times MC - P \times MA = R \times MZ$$
$$\text{et } T \times MD - Q \times MB = R' \times MZ,$$

en supposant que R est résultante des forces P et S, tandis que R′ est la résultante des forces Q et T. A cause de l'équilibre on a $R = R'$, donc:

$$S \times MC - P \times MA = T \times MD - Q \times MB$$
$$\text{ou } S \times MC + Q \times MB = T \times MD + P \times MA.$$

Ainsi de ce que nous avons supposé les quatre forces P, R, S, T se faisant équilibre, il s'ensuit: 1) que celles des forces P, Q, S, T qui agissent dans des sens opposés sont égales entre elles. 2) Que la somme des momens des forces S et Q, qui tendent à tourner le plan autour du point M, sont égales à la somme des deux autres T et P, qui tendent à tourner le plan dans un sens opposé. Mais les forces P, Q, S, T sont les résultantes de toutes les forces qui, étant parallèles, agissent dans un seul sens opposé, et dans lequelles se décomposent toutes les forces données; de plus chacune de ces résultantes est égale à la somme de forces du système décomposé qui lui sont parallèles, et le moment de la première est égal à la somme des

momens des dernières (en supposant que toutes les forces du système sont renfermées dans l'angle NMN'). Donc nous pouvons établir ce principe général :

Lorsque plusieurs forces agissent sur un corps dans un même plan, le corps restant en équilibre, si l'on décompose chaque force donnée en deux autres parallèles à deux droites arbitraires qui se coupent sous un angle droit ; on aura les résultats suivans :

1) *La somme des nouvelles forces qui agissent parallèlement aux deux droites arbitraires et dans des sens qui ne sont pas opposés, est égale à la somme de toutes les forces qui leur sont opposées.*

2) *La somme des momens des forces qui tendent à tourner le plan dans un sens, est égale à la somme des momens de toutes les autres qui tendent à tourner le plan dans un sens opposé ;* ou en donnant au mot *somme* toute sa généralité : *la somme des forces qui agissent parallèlement à chacune des deux droites arbitraires, de même que la somme de leurs momens est égale à zero.*

Tels sont les résultats obtenus de l'hypothèse de l'équilibre, produit immédiatement par des forces qui agissent dans un même plan. Mais pour que ces résul-

tats formassent un principe absolument nécessaire pour l'équilibre, il faut prouver que les forces qui satisfont à ces conditions, produisent nécessairement l'équilibre, ce qui peut se faire en adoptant la construction et la préparation précédente, et en partant des équations :

1) $P = Q$
2) $S = T$
3) $S \times MC + Q \times MB = T \times MD + P \times MA.$

Les deux premières nous prouvent que les rectangles GH et KL sont parfaitement égaux entre eux ; d'où il suit que $EX = FY$ ou $R = R'$, et que EX est parallèle à FY. Mais il faut encore prouver que les deux forces R et R', ou que EX et FY sont sur une même droite. Mais cela se déduit de la troisième équation. En effet désignons par r et r' les perpendiculaires abaissées du point M sur le prolongement des lignes EX et FY. Nous aurons :

$$S \times MC - P \times MA = Rr \text{ et}$$
$$T \times MD - Q \times MB = R'r'.$$

Donc $Rr = R'r'$ et $r = r'$.

Ainsi les lignes EX et FY sont à une égale distance du point M, et si ces lignes étoient du même côté du

point M, elles seroient sur une même droite; mais nous allons prouver qu'elles sont du même côté. En effet les deux quantités $S \times MC - P \times MA$ et $T \times MD - Q \times MB$ sont du même signe; donc si le moment $S \times MC$ est plus grand que le moment $P \times MA$, le moment $T \times MD$ sera aussi plus grand que le moment $Q \times MB$. Mais le plus grand moment est toujours celui de la force la plus éloignée, donc S et T sont plus éloignées que P et Q. Mais les forces R et R′ se trouvant du même côté du point M que les forces S et T, et ces dernières devant se trouver nécessairement du même côté, il s'ensuit que les forces R et R′ sont aussi du même côté. On prouveroit la même chose, et de la même manière, en supposant $S \times MC < P \times MA$. Donc les résultantes R et R′ sont égales et directement opposées, et les forces P, Q, S, T, en satisfaisant aux conditions mentionnées, produisent l'équilibre.

Supposons à présent que les forces qui agissent sur le corps dépouillé de pesanteur ne sont pas dans un même plan, tandis que le corps reste toujours en équilibre.

Par un point quelconque M menons trois droites arbitraires MN, MN′, MN″, avec la condition que chacune d'elles soit perpendiculaire aux deux autres, et décompo- Tab. III. Fig. 2.

sons chacune des forces données en trois autres parallèles à ces droites; par là nous aurons des nouvelles forces, dont les unes seront parallèles à MN, d'autres à MN', d'autres enfin à MN''. Réduisons celles d'entre les premières de ces forces qui agissent dans un sens, à une seule P, et celles d'entre les mêmes forces qui agissent dans un sens opposé à une seule Q; réduisons de la même manière les secondes à deux forces opposées S et T, et les troisièmes à X et Y. Par là notre système de forces sera remplacé par un autre composé des forces P, Q, S, T, X et Y. Prolongez les directions des forces P et Q jusqu'aux rencontres avec le plan $N'MN''$ dans les points A et B. Prolongez les directions des forces S et T jusqu'aux rencontres du plan NMN'' dans les points C et D, ainsi que les directions des forces X et Y jusqu'aux rencontres du plan NMN' dans les points E et F'. Menons dans ces plans les droites aAa', bBb', cCc', dDd', eEe' et fFf', de façon qu'on ait $Aa=Aa'$, $Bb=Bb'$, $Cc=Cc'$, $Dd=Dd'$, $Ee=Ee'$ et $Ff=Ff'$. Décomposons la force P en deux autres parallèles p et p'; la force Q en deux autres parallèles q et q'; la force S en deux autres s et s'; la force T en deux autres parallèles t et t', la force X en deux autres x et x', la force Y en deux autres y et y'. Par là nous aurons

douze forces, dont quatre p, q, s, t se trouveront être dans le plan NMN′, quatre autres p', q', x', y' dans le plan NMN″, et les quatre dernières x, y, s', t' dans le plan N′MN″, et toutes ces douze forces, qui remplacent les forces P, Q, S, T, X, Y produiront l'équilibre. De plus je dis que chacun de ces trois systèmes est en équilibre en particulier. En effet, si les forces d'un système, par exemple x, y, s', t', n'étoient pas en équilibre, toutes les autres, étant dans des plans perpendiculaires au plan N′MN″, ne pourront pas influer sur l'équilibre des ces quatre forces, et par conséquent les douze forces ne seront pas en équilibre, ce qui est contre l'hypothèse. Le raisonnement que nous venons de faire sur le système des quatre forces x, y, s', t' peut-être repété sur le système des quatre forces p, q, s, t, ainsi que sur le système des quatre forces p', q', x' et y'; donc chacun d'eux est en équilibre et d'après le 1r cas du principe général de l'équilibre nous aurons :

$$p = q,\ s = t,\ p \,.\, a\mathrm{M} + t \,.\, d\mathrm{M} = q \,.\, b\mathrm{M} + s \,.\, c\mathrm{M}$$

$$p' = q',\ x' = y',\ p' \,.\, a'\mathrm{M} + y' \,.\, f'\mathrm{M} = q' \,.\, b'\mathrm{M} + x' \,.\, e'\mathrm{M}$$

$$s' = t',\ x = y,\ s' \,.\, c'\mathrm{M} + y \,.\, f\mathrm{M} = t' \,.\, d'\mathrm{M} + x \,.\, e\mathrm{M}.$$

Mais

$$p = p' = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{P}$$

$$q = q' = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Q}$$

$$s = s' = \tfrac{1}{2} S$$
$$t = t' = \tfrac{1}{2} T,$$
$$x = x' = \tfrac{1}{2} X$$
$$y = y' = \tfrac{1}{2} Y$$
$$aM = 2GM = 2AG'$$
$$dM = 2KM = 2DK'$$
$$bM = 2HM = 2BH'$$
$$cM = 2IM = 2CI'$$
$$a'M = 2AG$$
$$f'M = 2FO$$
$$b'M = 2BH$$
$$e'M = 2EL$$
$$c'M = 2CI$$
$$fM = 2FO'$$
$$d'M = 2DK$$
$$eM = 2EL'.$$

Donc :

$$P = Q,\ P.AG' + T.DK' = Q.BH' + S.CI'$$
$$S = T,\ P.AG + Y.FO = Q.BH + X.EL$$
$$X = Y,\ S.CI + Y.FO' = T.DK + X.EL.$$

Ces six équations nous conduisent à ce principe général : *Si plusieurs forces agissent sur un corps dans des directions quelconques et produisent l'équilibre, en décomposant chacune de ces forces en trois autres parallèles*

aux trois droites arbitraires qui se coupent à angles droits, nous disons :

1) La somme des forces qui agissent parallèlement à une de ces droites, et dans un sens, est égale, à la somme des forces qui leur sont opposées.

2) La somme des momens de celles d'entre ces forces qui tendent à tourner le corps autour d'une de ces droites arbitraires et dans un sens, est égale à la somme des momens, qui tendent à tourner le corps autour de la même ligne dans un sens opposé. Ou bien, en donnant, au mot *somme* toute sa généralité, on aura:

La somme des forces parallèles à chacune des trois droites arbitraires, et la somme de leur momens, égale à zero.

De même, lorsque plusieurs forces, qui agissent sur un corps, ont ces mêmes propriétés, elles sont nécessairement en équilibre. Car des six équations:

$$P = Q,\ S = T,\ X = Y$$
$$P . AG' + T . DK' = Q . BH' + S . CT'$$
$$P . AG + Y . FO = Q . BH + X . EL$$
$$S . CI + Y . FO' = T . DK + X . EL'$$

on tire les suivantes:

$$p = q,\ p' = q',\ s = t,\ s' = t',\ x = y,\ x' = y',$$
$$p . aM + t . dM = q . bM + s . cM$$

$$p' . a'M + y' . f'M = q' . b'M + x' . e'M$$
$$s' . c'M + y . fM = t' . d'M + x . eM,$$

donc d'après le 1r cas le système des forces p, q, s, t, qui se trouvent être dans le plan NMN', le système des forces p', q', x', y', qui agissent dans le plan N M N'', et le système des forces s', t', x, y, qui agissent dans le plan N' M N'', sont entre eux, et chacun en particulier, en équilibre, ainsi que le système des forces P, Q, S, T, X, Y qui leur est équivalent.

II.

Application du principe général de l'équilibre à la théorie des machines.

Après avoir donné une démonstration directe et inverse du principe général de l'équilibre, nous en ferons des applications à la théorie des machines, mais dans cette vue il est essentiel de démontrer préalablement le lemme suivant.

Lorsque trois forces, qui agissent sur un corps, sont en équilibre, elles doivent absolument se trouver dans un même plan.

Cette proposition, si simple en apparence, n'est pas aussi aisée à démontrer que quelques uns le pensent. Lorsque deux de ces forces se trouvent dans un même

plan, il s'en suivra immédiatement que la troisième se trouve dans ce même plan; mais la supposition que deux forces sont dans un même plan, est aussi douteuse que de supposer qu'elles y sont toutes les trois; ainsi de cette manière la question reste indécise. Voilà la solution, déduite du principe général de l'équilibre.

Soit P une de ces forces appliquée au corps, par exemple dans le point A; tirez par un point quelconque M trois droites MN, MN', MN'' avec la seule condition qu'elles soient réciproquement perpendiculaires. Représentez la force P par la ligne AP et décomposez la en trois autres forces AB, AD et AE, qui soient parallèles à ces trois lignes. Désignez l'angle PAC, (qui représente l'inclinaison de la force P vers le plan $N'MN''$), par la lettre θ, l'angle CAD par la lettre Φ; on aura $AB = P \sin. \theta$, $AC = P \cos. \theta$, $AD = AC . \cos. \Phi = P \cos. \theta \cos. \Phi$ et $AE = AC \sin. \Phi = P \cos. \theta . \sin. \Phi$. Désignez encore, la distance FG de la force AB à la ligne MN'' par la lettre a; la distance FH de la même force à la ligne MN' par la lettre b; la distance AF du point A au plan $N'MN''$ par la lettre c; la distance GK de la force AD à la ligne MN'', $= AF$ par c; la distance KL de la même force à la ligne MN, $= FH$, par b; la distance θL de la force AE à la ligne MN, $= FG$, Tab. III. Fig. 3.

par a ; et la distance O H de la même force à la ligne M N', = A F, par c. Désignez enfin par les mêmes lettres, accentuéese une et deux fois, les deux autres forces, leurs angles d'inclinaison au plan N' M N'', et toutes les autres grandeurs, qui ont été prises en considération à l'article de la force P, et on aura par le principe général de l'équilibre les équations suivantes :

1) $P \sin.\theta + P' \sin.\theta' + P'' \sin.\theta'' = 0$

2) $P \cos.\theta \cos.\phi + P' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' \cos.\theta'' \cos.\phi'' = 0$

3) $P \cos.\theta \sin.\phi + P' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' \cos.\theta'' \sin.\phi'' = 0$

4) $P a \sin.\theta + P' a' \sin.\theta' + P'' a'' \sin.\theta'' - (P c . \cos.\theta \cos.\phi$
$+ P' c' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' c'' \cos.\theta'' \cos.\phi'') = 0$,

5) $P b \sin.\theta + P' b' \sin.\theta' + P'' b'' \sin.\theta'' - (P c \cos.\theta \sin.\phi$
$+ P' c' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' c'' \cos.\theta'' \sin.\phi'') = 0$,

6) $P b \cos.\theta \cos.\phi + P' b' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' b'' \cos.\theta'' \cos.\phi''$
$- (P a \cos.\theta \sin.\phi + P' a' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' a'' \cos.\theta'' \sin.\phi'') = 0.$

Supposons, pour abrêger, qu'un des angles ϕ, ϕ', ϕ'', savoir ϕ, soit égal à zero, et que la ligne M N soit l'intersection commune du plan qui passe par les trois points A, A', A'', auxquels sont appliquées les forces, avec le plan N' M N ; ou plutôt, pour ne laisser aucun doute, menons, parallèlement à la direction A P de la force P, un plan perpendiculaire au plan A A' A'', qui

passe par les trois points ci-dessus mentionnés A, A′, A″; coupons ensuite ce plan dans un endroit quelconque par un autre plan qui lui soit perpendiculaire, alors en prenant les intersections communes de ce dernier plan avec celui qui est perpendiculaire au plan A A′ A″ et avec ce même plan A A′ A″, pour les axes des momens, M N′, M N″, nous aurons $\phi = 0$ et θ égal à l'angle d'inclinaison de la force P au plan N′ M N″, et par cette raison les équations ci-dessus écrites deviendront :

1) $P \sin.\theta + P' \sin.\theta' + P'' \sin.\theta'' = 0$

2) $P \cos.\theta + P' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' \cos.\theta''.\cos.\phi'' = 0$

3) $P' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' \cos.\theta'' \sin.\phi'' = 0$

4) $P a \sin.\theta + P' a' \sin.\theta' + P'' a'' \sin.\theta''$
$- (P c.\cos.\theta + P' c' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' c'' \cos.\theta'' \cos.\phi'') = 0$

5) $P b \sin.\theta + P' b' \sin.\theta' + P'' b'' \sin.\theta''$
$- (P' c' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' c'' \cos.\theta'' \sin.\phi'') = 0$

6) $P b \cos.\theta + P' b' \cos.\theta' \cos.\phi' + P'' b'' \cos.\theta'' \cos.\phi''$
$- (P' a' \cos.\theta' \sin.\phi' + P'' a'' \cos.\theta'' \sin.\phi'') = 0.$

Multiplions la 1[e] équation par a'' et retranchons en le produit de la 2[de] équation multipliée par c'', ensuite retranchons de cette différence la 4[me] équation, nous aurons :

7) $P (a'' - a) \sin.\theta + P' (a'' - a') \sin.\theta' - P (c'' - c) \cos.\theta$
$- P' (c'' - c') \cos.\theta' \cos.\phi' = 0.$ Multiplions la 1[re] équa-

tion par b'' et retranchons en le produit de la 3^{me} multipliée par a'', ensuite retranchons de cette différence la 5^{me} équation prise telle qu'elle est, nous aurons :

$$8)\ P(b''-b)\sin.\theta + P(b''-b')\sin.\theta'$$

$- P'(c''-c')\cos.\theta'.\sin.\Phi' = 0.$ Maintenant multiplions la 2^{e} équation par b'' et retranchons en le produit de la 3^{e} équation multipliée par a'', ensuite retranchons de cette différence la 6^{me} équation prise telle qu'elle est, nous aurons :

$$9)\ P(b''-b)\cos.\theta + P'(b''-b')\cos.\theta'\cos.\Phi'$$

$- P(a''-a')\cos.\theta\cos.\Phi) = 0.$ Multiplions la 8^{me} équation par $a''-a'$ et retranchons le produit de la 9^{me} multipliée par $c''-c'$, nous aurons :

$$10)\ P(b''-b)((a''-a)\ \sin.\theta - (c''-c')\cos.\theta)$$
$$+ P(b''-b')((a''-a')\sin.\theta - (c''-c)\cos.\theta'\cos.\Phi') = 0.$$

Enfin en transformant la 7^{me} équation dans la suivante : $P((a''-a')\sin.\theta' - (c''-c')\cos.\theta)$

$+ P'((a''-a')\sin.\theta' - (c''-c')\cos.\theta\cos.\Phi) = 0,$ multiplions la par $b''-b'$ et retranchons en la 10^{me} équation prise telle qu'elle est, nous aurons, après l'avoir divisée par P : $(b''-b')((a''-a)\sin.\theta - (c''-c)\cos.\theta)$

$- (b''-b')((a''-a')\sin.\theta - (c''-c')\cos.\theta) = 0,$ d'ou l'on tire $\text{tang.}\,\theta = \frac{(b''-b')(c''-c)-(b''-b)(c''-c')}{(b''-b')(a''-a)-(b''-b)(a''-a')}$. Mais

comme les extrémités A, A', A'' des perpendiculaires c, c', c'', abaissées sur le plan N' M N'', se trouvent dans un même plan, et que a, a', a'' sont les distances de ces perpendiculaires à l'intersection commune M N'' de ce plan avec le plan N' M N'', la proportion suivante aura lieu: $c''-c : a''-a = c''-c' : a''-a'$; ainsi par la raison qu'on peut toujours mettre des quantités au lieu d'autres qui leur sont proportionelles, nous aurons:

$$\text{tang. } \theta = \frac{(b''-b')(c''-c)-(b''-b)(c''-c')}{(b''-b')(a''-a)-(b''-b)(a''-a')} = \frac{c''-c}{a''-a}.$$

D'un autre côté il est évident, que la tangente de l'inclinaison du plan, qui passe par trois points A, A', A'' au plan N' M N', est $\frac{c''-c'}{a''-a}$. Donc, comme l'inclinaison θ de la force P au plan N' M N'' est la même que l'inclinaison du plan A A' A'' au plan N' M N'', cette force P se trouve dans ce plan A A' A''. On demontrera la même chose, et de la même manière, relativement aux forces P' et P'', donc toutes les trois forces P, P', P'' sont dans un même plan.

Après avoir démontré ce lemme, voyons comment on peut déduire du principe général de l'équibre la théorie du levier, de la poulie, du treuil etc.

Question I. Déterminer les conditions de l'équilibre dans le levier.

Supposons que la ligne A B soit le levier, que son point d'appui soit C, désignons le poids suspendu Tab. III. Fig. 4.

au point A par P, et la force appliquée en B par Q; et supposons que la force Q tienne en équilibre le poids P par le moyen du levier BA. Pour soutenir le levier en son point d'appui C, appliquons lui en ce point une force R, capable de produire l'équilibre, en s'opposant à la force Q et au poids P. D'après le lemme précédent ces trois forces, P, Q, R seront dans un même plan, et la loi de leur équilibre se rapportera au 1^r cas du principe général de l'équilibre. Donc en prenant le point C, (ce point est le plus commode), pour celui des momens, menons dans le plan des forces P, Q, R les deux axes des momens, par exemple CM et CN, en supposant que l'une d'entre elles soit horisontale et l'autre verticale. Décomposons ensuite chacune des trois forces P, Q, R en deux autres parallèles aux droites CM et CN, la force Q sera remplacée par deux forces BE et BF, la force R sera remplacée par deux autres CG et CH, et la force P restera telle qu'elle étoit auparavant. D'après le premier cas du principe général de l'équilibre nous aurons:

1) $BE = CG$

2) $BF + P = CH$

3) $BE \times CI + BF \times BI = P . CS.$

Désignons l'angle QBE, que la force Q fait avec l'ho-

rison, par θ, et l'angle KCG, que la force K fait avec l'horison, par Φ, la distance CS par a, la distance CB par d, l'angle BCM par μ, et la distance CL par b, nous aurons:

$$BE = Q \cos. \theta$$
$$BF = Q \sin. \theta$$
$$CG = R \cos. \Phi$$
$$CH = R \sin. \Phi$$
$$CI = d \sin. \mu$$
$$BI = d \cos. \mu$$

et les équations 1), 2), 3) prendront la forme suivante:

1) $Q \cos. \theta = R. \cos. \Phi$

2) $Q \sin. \theta + P = R \sin. \Phi$

3) $Q \sin. \theta \,.\, d \sin. \mu + Q \sin. \theta \times d \,.\, \cos. \mu = Pa$

ou $Q \,.\, d \sin. (\theta + \mu) = P \,.\, a$.

D'où l'on tire les conséquences suivantes:

I. Puisque $\theta + \mu = CBL$, on aura $d \,.\, \sin. (\theta + \mu) = b$, et l'équation 3) prendra la forme suivante: $Qb = Pa$, donc $Q : P = a : b$; donc la force Q et le poids P sont en raison inverse des perpendiculaires abaissées du point d'appui C sur leur direction.

II. En prenant la somme des quarrés des équations 1) et 2), nous aurons:

$$Q^2 \cos. \theta^2 + Q^2 \sin. \theta^2 + 2PQ \sin. \theta + P^2 = R^2 \cos. \Phi^2 + R^2 \sin. \Phi^2,$$

ou $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \sin. \theta}$. Du point C menons CT parallèlement à BQ, et désignons l'angle NCT par ε, nous aurons $\sin. \theta = \cos. \varepsilon$ et $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos. \varepsilon}$. En faisant $CM = P$, $CT = Q$ et constituant le parallélogramme CMR′T, nous aurons:

$$CR' = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos. \beta},$$

qui est l'expression précédente de R.

Enfin divisons l'équation 1) par l'équation 2), nous aurons:

$$\cot. \phi = \frac{Q \cos. \theta}{Q \sin. \theta + P} = \frac{Q \sin. \beta}{P + Q \cos. \varepsilon}$$

ou $\text{tang. } HCR = \frac{Q \sin. \varepsilon}{P + Q \cos. \varepsilon}$. Donc la force k est non seulement égale à la résultante CR′, mais encore elle lui est directement opposée. Par conséquent la force R resteroit la même, si les forces P et Q, sans changer de direction, étoient appliquées immédiatement au point C.

Qaestion II. Determiner les conditions de l'équilibre dans la poulie.

Supposons que le cercle ABZ représente la poulie, P le poids suspendu au centre C de la poulie, et que la ligne QABS soit un fil dépourvu d'épaisseur et parfaitement flexible. De plus supposons qu'un bout de ce fil soit fixé, et que l'autre soit soutenu par une fórce Q, en sorte que la poulie reste en équilibre. Le point fixe

Tab. III. Fig. 5.

peut ici être remplacé par une certaine force que nous désignerons par S. D'après le lemme démontré les trois forces Q, P, S doivent être dans un même plan, et par conséquent la question se rapporte au premier cas du principe général de l'équilibre. Pour cela prenons un point quelconque C pour celui des momens, et la verticale CP et l'horisontale CT pour les axes des momens. Décomposons chacune des trois forces, Q, P, S en deux autres parallèles aux axes des momens, les forces Q et S se trouvent être remplacées par les forces, AE, AF, BG et BH, tandis que la force P restera la même. Ces cinq forces étant en équilibre, on aura d'après le principe général

1) $AE = BG$;

2) $AF + BH = P$

3) $AE \times CM + AF \times AM = BG \times CN + BH \times BN$.

Supposons que $QAE = \theta$, et $SBG = \phi$, et que le rayon $CA = CB = a$. De plus remarquons que les parties QA et SB du fil qui soutient la poulie sont tangentes au cercle ABZ. Car si l'une, par exemple QAX, seroit secante (fig. 6.), le fil XYAQ ne pourroit pas s'étendre en ligne droite, ce qui est contraire à la propriété caractéristique de la flexibilité parfaite. Donc Tab. III. Fig. 6.

$$ACM = QAE = \theta,$$

$$BCM = SBG = \phi,$$

et par conséquent

$$CM = a \cdot \cos.\ \theta,\quad AM = a \cdot \sin.\ \theta,$$
$$CN = a \cdot \cos.\ \phi,\quad BN = a \cdot \sin.\ \phi.$$

De plus on a

$$AE = Q \cdot \cos.\ \theta,\quad AB = Q \cdot \sin.\ \theta,$$
$$GB = S \cdot \cos.\ \phi,\quad BH = S \cdot \sin.\ \phi.$$

Donc les équations 1), 2), 3) prendront la forme suivante:

1) $Q \cos.\ \theta = S \cos.\ \phi;$

2) $Q \sin.\ \theta + S \sin.\ \phi = P;$

3) $Q \cos.\ \theta \cdot a \cos.\ \theta + Q \sin.\ \theta \cdot a \sin.\ \theta$

$$= S \cos.\ \phi \cdot a \cos.\ \phi + S \sin.\ \phi \cdot a \sin.\ \phi,$$

ou $Qa\,(\cos.\ \theta^2 + \sin.\ \theta^2) = Sa\,(\cos.\ \phi^2 + \sin.\ \phi^2)$

ou 3) $Q = S.$

De ces trois équations on tire les conséquences suivantes:

I. La corde qui soutient la poulie est également tendue de part et d'autre.

II. En divisant l'équation 1) par l'équation 3), nous aurons $\theta = \phi$, par conséquent la ligne AMNB est une même droite, ou bien la corde AB de l'arc. BA (qui est la partie de la poulie enveloppée par la corde SBAQ) est horisontale.

III. Enfin désignant l'angle ACB par ε, nour aurons $\theta = \phi = \frac{1}{2}\varepsilon$, et l'équation 2) prendra la forme suivante:

$$2 Q \sin. \tfrac{1}{2} \varepsilon = P \quad \text{ou} \quad Q = \frac{P}{2 \sin. \frac{1}{2} \varepsilon}.$$

Désignons la corde AB par h, nous aurons: $\sin. \frac{1}{2} \varepsilon = \frac{h}{2a}$ et $Q = \frac{Pa}{h}$; donc $Q : P = a : h$, c'est-à-dire que la force Q est au poids P comme le rayon de la poulie est à la corde qui joint les points dans lesquels la corde qui soutient la poulie commence à se détacher de cette derniere.

Question III. Déterminer les conditions de l'équilibre du treuil.

Supposons que AB représente le cylindre horisontal, posé sur les supports A et B; que le cercle DN soit le profil du cylindre; que P soit le poids soutenu par la corde, qui est passée autour du cylindre; que FGO soit la force appliquée à la roue au point G; et supposons de plus que la force et le poids P, au moyen de ce treuil, soyent en équilibre. Pour déduire ses conditions substituons aux supports A et B deux forces T et U qui leur soyent équivalentes. Ici nous avons quatre forces P, Q, T et U, qui sont toutes, ou en partie, dans des plans différens; c'est pourquoi nous allons avoir recours au second cas du principe général de l'équilibre. Tab. III. Fig. 7.

Par le point A, pris pour celui des momens, menons la ligne horisontale AR et la verticale AS, toutes deux perpendiculaires à AB; ces trois lignes formeront le sys-

tème des axes des trois coordonnées. Décomposons les forces Q, T, U en d'autres parallèles aux axes des momens. De cette façon la force Q se trouvera être remplacée par deux forces GH et GK, puisque le plan, dans lequel se trouve la force Q, est perpendiculaire à l'axe AB. La force T sera aussi remplacée par deux forces X et Y, ainsi que la force U par deux autres Z et V; car les forces T et U devant détruire l'effet des forces P et Q, qui agissent dans des plans perpendiculaires à l'axe AB, doivent agir elles mêmes dans des plans perpendiculaires à AB. Enfin du centre de la roue FGO menons la droite MF, et du centre C du profil DN la droite CD parallèle à AR; prolongons GK jusqu'à la rencontre de MF en M. Cela fait on déduira du second cas du principe général de l'équilibre les équations suivantes:

1) $X + Z = GH$,

2) $Y + V = GK + P$,

3) $GH \times GM + GK \times EM = P \times CD$,

4) $V \times AB = P \times AC + GK \times AE$,

5) $Z \times AB = GH \times AE$.

Ces équations déterminent les conditions d'équilibre de toutes nos forces. Supposant que $CD = a$, $EG = b$, $AB = c$, $AC = d$, $AE = e$, $\angle QGH$ (qui est celui que

fait la force Q avec l'horison) $= \theta$; de plus remarquons que la direction GQ de la force Q est tangente à la roue, ou perpendiculaire à son rayon EG; car cette position de la direction de la force Q est ou nécessaire, si la force Q agit par le moyen d'une corde, ainsi que nous l'avons vu en parlant de la poulie, ou c'est celle qui est la plus avantageuse. Après tout cela dans le triangle rectangle EMG on a

$$\angle \text{EGM} = \angle \text{QGH} = \theta,$$
$$\text{EM} = b \sin. \theta,$$
$$\text{GM} = b \cos. \theta.$$

De plus on a $\text{GH} = \text{Q} . \cos. \theta$, $\text{GK} = \text{Q} . \sin. \theta$, donc les équations 1), 2), 3), 4) et 5) prendront les formes suivantes:

$$1) \quad \text{X} + \text{Z} = \text{Q} . \cos. \theta$$
$$2) \quad \text{Y} + \text{V} = \text{Q} . \sin. \theta + \text{P},$$
$$\text{Q} . \cos. \theta \times b . \cos. \theta + \text{Q} \sin. \theta \times b . \sin. \theta = \text{P}a,$$
$$\text{ou} \quad \text{Q}b (\cos. \theta^2 + \sin. \theta^2) = \text{P}a,$$
$$\text{ou} \quad \text{Q}b = \text{P}a,$$
$$4) \quad \text{V}c = \text{P}d + \text{Q}e . \sin. \theta$$
$$\text{et} \quad 5) \quad \text{Z}c = \text{Q}e . \cos. \theta.$$

De ces équations nous tirons les conséquences suivantes:

I. L'équation $\text{Q}b = \text{P}a$ nous donne la proportion $\text{Q} : \text{P} = a : b$, c'est-à-dire que la force Q est au poids

P, comme le rayon a du cylindre est au rayon b de la roue.

II. Des équations 4) et 5) on tire: $Z = \frac{Qe \cos. \theta}{c}$ et $V = \frac{Pd + Qe \sin. \theta}{c}$. Ces valeurs substituées dans les équations 1) et 2) nous donnent:

$$X = Q \cos. \theta - \frac{Qe \cos. \theta}{c} = Q(c - a) \cos. \theta$$

et $Y = Q \sin. \theta + P - \frac{Pd + Qe \sin. \theta}{e} = \frac{P(c - d) + Q(c - e) \sin. \theta}{c}$,

de là on tire:

$$T = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{1}{c} \sqrt{P^2 (c-d)^2 + 2PQ(c-d)(c - e \sin. \theta + Q^3(-e)^2}$$

et $U = \sqrt{Z^2 + V^2} = \frac{1}{c} \sqrt{P^2 d^2 + 2\, PQde \sin. \theta + Q^2 e^2}$.

Ce qui nous donne la valeur de la pression exercée sur les supports.

III. Enfin il est évident que si la proportion $X : Y = T : V$ avoit lieu, les forces T et U seroient dans le même plan. Pour le faire voir supposons d'abord que cette proportion ait lieu, et voyons quels seront les résultats auxquels nous parviendrons par le moyen de cette hypothèse.

En substituant les valeurs trouvées pour X, Y, Z et V dans l'équation $YZ = XV$, nous aurons:

$$PQe(c-d) \cos. \theta + Q^2 c (c - e) \sin. \theta \cos. \theta = PQd(c - e) \cos. \theta$$
$$+ Q^2 c (c - e) \sin. \theta \cos. \theta$$

ou bien

$$e(c - d) \cos. \theta = d\,.\,(c - e) \cos. \theta$$

ou $ce \cos. \theta = cd \cos. \theta$

ou $e \cos. \theta = d \cos. \theta$.

Cette équation ne peut avoir lieu que quand $\cos. \theta = 0$, ou bien $e = d$. Dans le premier cas la direction de la forco Q sera verticale, et dans le second cas le poids P sera suspendu dans le plan même de la roue. Donc il n'y a que ces deux cas dans lequels les forces T et U seront dans un même plan.

Question IV. Déterminer les conditions d'équilibre dans le plan incliné.

Supposons que M représente un corps soutenu sur le plan incliné BD par une force Q. Désignons le poids du corps par P, et supposons que son centre de gravité soit en C. Puisque le plan incliné détruit l'effet de la résultante des deux forces P et Q, on peut lui substituer une certaine force appliquée au point de son appui A sur le plan BD et agissant dans une direction perpendiculaire à cette force, puisqu'on ne peut résister que dans une direction qui lui soit perpendiculaire. Ainsi nous pouvons substituer au plan incliné une force N agissant perpendiculairement à ce plan. Donc d'après le lemme démontré les trois forces P, Q et N, étant en équilibre, elles doivent être dans un même plan, et notre question se rapporte au premier cas du principe général

Tab. III. Fig. 8.

de l'équilibre. Prenons pour point des momens le point F, qui est l'intersection commune des directions des deux forces P et Q. Menons dans le plan des forces P, Q et N l'horisontale FS et la verticale CP, et prenons ces lignes pour les axes des momens. Décomposons chacune des forces Q et N en deux autres parallèles aux axes des momens. La force Q se trouvera être remplacée par deux autres X et Y, et la force N par Z et V, et d'après le principe général nous aurons:

1) $X = Z$,

2) $Y + Z = P$,

3) $X \times KL + Z \times AF = Y \times FL + V \times FT$.

Supposons que BD et DH soient les lignes d'intersection du plan des forces P, Q et N avec le plan incliné et le plan horisontal, et que DE soit l'intersection commune de ces deux derniers plans. D'après cela l'angle BDH sera celui de l'inclinaison du plan incliné; désignons cet angle par ϕ, l'angle QKX, formé par la force Q avec l'horison, par θ, et la distance FK par c, nous aurons

$$\angle NAV = \phi$$

$$AZ = N \sin. \phi$$

$$AV = N \cos. \phi$$

$$KX = Q . \cos. \theta$$

$$KY = Q . \sin. \theta$$
$$FL = e . \cos. \theta$$
$$KL = c . \sin. \theta$$

et les équations 1), 2), 3) prendront la forme suivante:

1) $Q \cos. \theta = N \sin. \Phi$

2) $Q \sin. \theta + N \sin. \Phi = P$

3) $Qc \cos. \theta \sin. \theta + N \sin. \Phi . AF = Q . c \sin. \theta \cos. \theta$
$$+ N \cos. \Phi \times FT$$

ou bien $N \sin. \Phi \times AF = N \cos. \Phi \times FT$

ou encore $\frac{FT}{AF} = \frac{\sin. \Phi}{\cos. \Phi} = \text{tang.}\ \Phi$.

De là nous tirons les conséquences suivantes:

I. La derniere équation nous montre que la force N, étant perpendiculaire au plan incliné, passe de plus par le point de l'intersection commune des deux forces P et Q. Donc si la force N sera remplacée par le plan incliné; les forces P et Q exerceront sur ce plan une pression, dont la direction sera la perpendiculaire abaissée sur le plan incliné du point d'intersection de la direction de la force avec celle du poids.

II. L'équation 1) nous donne $N = \frac{Q \cos. \theta}{\sin. \Phi}$, ce qui étant substitué dans l'équation seconde, nous donne:

$$Q \sin. \theta + \frac{Q \cos. \theta \cos. \Phi}{\sin. \Phi} = P$$

ou bien

$$Q (\cos. \theta \cos. \Phi + \sin. \theta \sin. \Phi) = P \sin. \Phi$$

$$\text{ou}\quad Q\cos.(\theta - \phi) = P\sin.\phi.$$

Prolongeons la droite FK jusqu'à la rencontre du prolongement de la droite BD en G, et désignons l'angle QGB par ε, nous aurons $\theta - \phi = \varepsilon$ et $Q\cos.\varepsilon = P\sin.\phi$. Supposons que $BD = d$, $BH = h$, et $DH = b$, nous aurons:

$$\sin.\phi = \frac{h}{d},\quad \text{tang.}\,\phi = \frac{h}{b}.$$

Si l'on avoit $\varepsilon = 0$, nous aurions $Q = \frac{Ph}{d}$ et $Q : P = h : d$, ou bien, lorsque la force Q agit parallèlement au plan incliné, elle est au poids P, comme la hauteur h de ce plan est à la longueur d. Si l'on avoit $\varepsilon = \phi$, nous aurions $\cos.\varepsilon = \cos.\phi = \frac{b}{d}$, et l'équation $Q\cos.\varepsilon = P.\sin.\phi$ prendroit la forme suivante:

$$Q\cos.\phi = P.\sin.\phi$$

$$\text{ou}\quad Q = \frac{P\sin.\phi}{\cos.\phi} = P.\text{tang.}\,\phi = \frac{Ph}{b}$$

ce qui donne

$$Q : P = h : b,$$

c'est-à-dire, lorsque la force Q est parallèle à l'horison, cette force est au poids P, comme la hauteur h du plan incliné est à sa base b.

III. Les rapports réciproques de la force Q, du poids P et de la pression N peuvent être exprimés par des lignes, quelle que soit la position de la force Q. En effet, par le point B menons une perpendiculaire BR à la direction de la force Q, prolongeons la jusqu'à la

rencontre de la base prolongée DH en U, nous aurons

$$Q : P = BU : BD$$

car lorsque cos. ε = sin. GBR = sin. DBU, et sin. ϕ = sin. BDU ; l'équation

$$Q . \cos. \varepsilon = P . \sin. \phi$$

prendra la forme suivante:

$$Q \sin. DBU = P . \sin. BDU$$

et l'on aura

$$Q : P = \sin. BDU : \sin. DBU = BU : BD.$$

On démontrera de la même manière que

$$N : P = DU : BD$$

en commençant par démontrer que N cos. ε = P . cos. θ.

Conclusion.

De tout ce que nous venons de dire il s'ensuit que toute la théorie des machines, et toute la statique n'est autre chose, qu'une suite immédiate, ou plutôt un cas particulier du principe général de l'équilibre, principe dont nous avons donné une démonstration directe et inverse.

DE LA MÉTHODE GÉNÉRALE

POUR REDUIRE TOUTES SORTES DES QUANTITÉS EN FRACTIONS CONTINUES.

PAR

B. VISCOVATOV.

Présenté le 18. Décembre 1805.

J'ai en l'honneur de présenter à l'Académie en 1802 un mémoire sous le titre: *Essai d'une méthode générale pour réduire toutes sortes de séries en fractions continues*: après ce tems ayant eu occasion de penser encore à cette matière, j'ai fait de nouvelles réflexions qui peuvent servir à perfectionner et simplifier la méthode dont il s'agit. Ce sont ces réflexions que je présente maintenant à la société savante.

1. *Réduire une fraction quelconque*

$$P = \frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + f_1 + g_1 + \text{etc.}}{a + b + c + d + e + f + g + \text{etc.}},$$

en fraction continue.

Je donne à la fraction P la forme suivante:

$$P = \frac{1}{(a + b + c + d + \text{etc.}) : (a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + \text{etc.})};$$

je divise $a + b + \text{etc.}$ par $a_1 + b_1 + \text{etc.}$, et je trouve pour quotient $\frac{a}{a_1}$, et le reste:

$$\frac{a_1 b - b_1 a}{a_1} + \frac{a_1 c - c_1 a}{a_1} + \frac{a_1 d - d_1 a}{a_1} + \frac{a_1 e - e_1 a}{a_1} + \text{etc.}$$

Je pose, $a_1 b - b_1 a = a_2$; $a_1 c - c_1 a = b_2$; $a_1 d - d_1 a = c_2$; $a_1 e - e_1 a = d_2$; etc.; ce qui donne :

$$\frac{a + b + c + \text{etc.}}{a_1 + b_1 + c_1 + \text{etc.}} = \frac{a}{a_1} + \frac{1}{a_1} \cdot \frac{a_2 + b_2 + \text{etc.}}{a_1 + b_1 + \text{etc.}} = \frac{a}{a_1} + \frac{\frac{1}{a_1}}{(a_1 + b_1 + \text{etc.}) : (a_2 + b_2 + \text{etc.})}.$$

$$\text{Donc } P = \frac{1}{\frac{a}{a_1} + \frac{1 : a_1}{(a_1 + b_1 + \text{etc.}) : (a_2 + b_2 + \text{etc.})}} = \frac{a_1}{a + \frac{1}{(a_1 + b_1 + \text{etc.}) : (a_2 + b_2 + \text{etc.})}}.$$

Je suppose de même : $a_2 b - b_2 a_1 = a_3$; $a_2 c_1 - c_2 a_1 = b_3$; $a_2 d_1 - d_2 a_1 = c_3$; $a_2 e_1 - e_2 a_1 = d_3$; etc., et je trouve :

$$\frac{a_1 + b_1 + \text{etc.}}{a_2 + b_2 + \text{etc.}} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{\frac{1}{a_2}}{(a_2 + b_2 + \text{etc.}) : (a_3 + b_3 + \text{etc.})};$$

d'où je conclud que

$$P = \frac{a_1}{a + \frac{1}{\frac{a_1}{a_2} + \frac{1 : a_2}{(a_2 + \text{etc.}) : (a_3 + \text{etc.})}}} = \frac{a_1}{a + \frac{a_2}{a_1 + \frac{1}{(a_2 + \text{etc.}) : (a_3 + \text{etc.})}}}.$$

Je fais, $a_3 b_2 - b_3 a_2 = a_4$; $a_3 c_2 = c_3 a_2 = b_4$; $a_3 d_2 - d_3 a_2 = c_4$; etc., et je trouve :

$$\frac{a_2 + b_2 + \text{etc.}}{a_3 + b_3 + \text{etc.}} = \frac{a_2}{a_3} + \frac{\frac{1}{a_3}}{(a_3 + \text{etc.}) \cdot (a_4 + \text{etc.})}, \text{ etc. par conséquent :}$$

$$P = \frac{a_1}{a + \frac{a_2}{a_1 + \frac{1}{\frac{a_2}{a_3} + \frac{1 : a_3}{(a_3 + \text{etc.}) : (a_4 + \text{etc.})}}}} = \frac{a_1}{a + \frac{a_2}{a_1 + \frac{a_3}{a_2 + \frac{1}{(a_3 + \text{etc.}) : (a_4 + \text{etc.})}}}}.$$

Et ainsi de suite.

*

2. Donc si la fraction proposée est: $\frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + g_1 + etc.}{a + b + c + d + e + g + etc.}$, et qu'on suppose:

$$a_1 b - b_1 a = a_2;\ a_1 c - c_1 a = b_2;\ a_1 d - d_1 a = c_2;$$
$$a_1 e - e_1 a = d_2;\ a_1 f - f_1 a = e_2;\ \text{etc.}$$
$$a_2 b_1 - b_2 a_1 = a_3;\ a_2 c_1 - c_2 a_1 = b_3;\ a_2 d_1 - d_2 a_1 = c_3;$$
$$a_2 e_1 - e_2 a_1 = d_3;\ \text{etc.}$$
$$a_3 b_2 - b_3 a_2 = a_4;\ a_3 c_2 - c_3 a_2 = b_4;\ a_3 d_2 - d_3 a_2 = c_4;$$
$$a_3 e_2 - e_3 a_2 = d_4;\ \text{etc.}$$
$$a_4 b_3 - b_4 a_3 = a_5;\ a_4 c_3 - c_4 a_3 = b_5;\ a_4 d_3 - d_4 a_3 = c_5;\ \text{etc.}$$
$$a_5 b_4 - b_5 a_4 = a_6;\ a_5 c_4 - c_5 a_4 = b_6;\ a_5 d_4 - d_5 a_4 = c_6;\ \text{etc.}$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$

On aura $\frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + etc.}{a + b + c + d + etc.} =$

$$\cfrac{a_1}{a + \cfrac{a_2}{a_1 + \cfrac{a_3}{a_2 + \cfrac{a_4}{a_3 + \cfrac{a_5}{a_4 + \cfrac{a_6}{a_3 + \text{etc.}}}}}}}$$

3. De là il suit immediatement que si le nombre de termes du numerateur et du dénominateur de la fraction proposée est fini, la fraction continue aura alors aussi un nombre fini de termes.

Exemple 1. Soit proposée la fraction $\frac{1 - x}{1 - 5x + 6x^2}$. Dans ce cas nous aurons:

$$a_1 = 1;\ b_1 = -x;\ c_1 = 0;\ d_1 = 0;\ \text{etc.}$$
$$a = 1;\ b = -5x;\ c = 6x^2;\ d = 0;\ \text{etc.}$$

Par le moyen de ces valeurs on trouve :

$$\begin{array}{lll}
a_1 b = -5x & a_1 c = 6x^2 & a_1 d = 0 \\
b_1 a = -\ \ x & c_1 a = 0 & d_1 a = 0 \\
\hline
a_2 = -4x & b_2 = 6x^2 & c_2 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
a_2 b_1 = 4x^2 & a_2 c_1 = 0 \\
b_2 a_1 = 6x^2 & c_2 a_1 = 0 \\
\hline
a_3 = -2x^2 & b_3 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
a_3 b_2 = -12x^4 & a_3 c_2 = 0 \\
b_3 a_2 = \ \ 0 & c_3 a_2 = 0 \\
\hline
a_4 = -12x^4 & b_4 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
a_4 b_3 = 0 \\
b^4 a_3 = 0 \\
\hline
a_5 = 0 .
\end{array}$$

Ainsi nous avons $a = 1$; $a_1 = 1$; $a_2 = -4x$; $a_3 = -2x^2$; $a_4 = -12x^4$; $a_5 = 0$, et parconséquent :

$$\frac{1-x}{1-5x+6x^2} = \cfrac{1}{1-\cfrac{4x}{1-\cfrac{2x^2}{-4x+\cfrac{a_4}{a_3}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{4x}{1+\cfrac{x}{2-\cfrac{a_4 : 2x}{a_3}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{4x}{1+\cfrac{x}{2-3x}}} .$$

Exemple 2. Soit proposée la fraction $\frac{1+2x}{1-x-x^2}$. Ici nous avons $a_1 = 1$; $b_1 = 2x$; $c_1 = 0$; $d_1 = 0$; etc.
$a = 1$; $b = -x$; $c = -x^2$; $d = 0$; etc.

$$\begin{array}{lll} a_1 b = -x & a_1 c = -x^2 & a_1 d = 0 \\ b_1 a = 2x & c_1 a = 0 & d_1 a = 0 \\ \hline a_2 = -3x & b_2 = -x^2 & c_2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a_2 b_1 = -6x^2 & a_2 c_1 = 0 \\ b_2 a_1 = -x^2 & c_2 a_1 = 0 \\ \hline a_3 = -5x^2 & b_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a_3 b_2 = 5x^4 & a_3 c_2 = 0 \\ b_3 a_2 = 0 & c_3 a_2 = 0 \\ \hline a_4 = 5x^4 & b_4 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_4 b_3 = 0 \\ b_4 a_3 = 0 \\ \hline a_5 = 0. \end{array}$$

Donc $a = 1$; $a_1 = 1$; $a_2 = -3x$; $a_3 = -5x^2$; $a_4 = 5x^4$; $a_5 = 0$, et parconséquent :

$$\frac{1+2x}{1-x-x^2} = \cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1-\cfrac{5x^2}{-3x+\cfrac{a_4}{a_3}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{5x}{3-\cfrac{a_4:x}{a_3}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{5x}{3+x}}}.$$

Exemple 3. Soit proposée la fraction $\frac{3-7x}{1-3x+x^2}$.
Ici nous avons $a_1 = 3$; $b_1 = -7x$; $c_1 = 0$; etc.

$a = 1$; $b = -3x$; $c = x^2$; $d = 0$; etc.

$$a_1 b = -9x \qquad a_1 c = 3x^2 \qquad a_1 d = 0$$
$$b_1 a = -7x \qquad c_1 a = 0 \qquad d_1 a = 0$$
$$\overline{a_2 = -2x} \qquad \overline{b_2 = 3x^2} \qquad \overline{c_2 = 0}$$

$$a_2 b_1 = +14x^2 \qquad a_2 c_1 = 0$$
$$b_2 a_1 = +9x^2 \qquad c_2 a_1 = 0$$
$$\overline{a_3 = 5x^2} \qquad \overline{b_3 = 0}$$

$$a_3 b_2 = 15x^4 \qquad a_3 c_2 = 0$$
$$b_3 a_2 = 0 \qquad c_3 a_2 = 0$$
$$\overline{a_4 = 15x^4} \qquad \overline{b_4 = 0}$$

$$a_4 b_3 = 0$$
$$b_4 a_3 = 0$$
$$\overline{a_5 = 0.}$$

Donc $a = 1$; $a_1 = 3$; $a_2 = -2x$; $a_3 = 5x^2$; $a_4 = 15x^4$; $a_5 = 0$; et parconséquent :

$$\frac{3-7x}{1-3x+x^2} = \cfrac{3}{1-\cfrac{2x}{3+\cfrac{5x^2}{-2x+\cfrac{a_4}{a_3}}}} = \cfrac{3}{1-\cfrac{2x}{3-\cfrac{5x}{2-\cfrac{a_4}{a_3}:x}}} = \cfrac{3}{1-\cfrac{2x}{3-\cfrac{5x}{2-3x}}}.$$

Exemple 4. Soit proposée la fraction $\frac{1}{1-3x+3x^2-x^3}$.
Ici nous avons, $a_1 = 1$; $b_1 = 0$; $c_1 = 0$; etc.

$a = 1$; $b = -3x$; $c = 3x^2$; $d = -x^3$; $e = 0$; etc.

$$\begin{array}{l} a_1 b = -3x \\ b_1 a = 0 \\ \hline a_2 = -3x \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_1 c = 3x^2 \\ c_1 a_2 = 0 \\ \hline b_2 = 3x^2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_1 d = -x^3 \\ d_1 a = 0 \\ \hline c_2 = -x^3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_1 e = 0 \\ e_1 a = 0 \\ \hline d_2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_2 b_1 = 0 \\ b_2 a_1 = 3x^2 \\ \hline a_3 = -3x^2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_2 c_1 = 0 \\ c_2 a_1 = -x^3 \\ \hline b_3 = x^3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_2 d_1 = 0 \\ d_2 a_1 = 0 \\ \hline c_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_3 b_2 = -9x^4 \\ b_3 a_2 = -3x^4 \\ \hline a_4 = -6x^4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_3 c_2 = 3x^5 \\ c_3 a_2 = 0 \\ \hline b_4 = 3x^5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_3 d_2 = 0 \\ d_3 a_2 = 0 \\ \hline c_4 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_4 b_3 = -6x^7 \\ b_4 a_3 = -9x^7 \\ \hline a_5 = +3x^7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_4 c_3 = 0 \\ c_4 a_3 = 0 \\ \hline b_5 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_5 b_2 = 9x^{12} \\ b_5 a_4 = 0 \\ \hline a_6 = 9x^{12} \end{array} \qquad \begin{array}{l} a_5 c_4 = 0 \\ c_5 a_4 = 0 \\ \hline b_6 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_6 b_5 = 0 \\ b_6 a_5 = 0 \\ \hline a_7 = 0. \end{array}$$

Donc $a = 1$; $a_1 = 1$; $a_2 = -3x$; $a_3 = -3x^2$; $a_4 = -6x^4$; $a_5 = 3x^7$; $a_6 = 9x^{12}$; $a_7 = 0$; et parconséquent :

$$\frac{1}{1-3x+3x^2-x^3}=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1-\cfrac{3x^2}{-3x+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}}=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{a_4:3x}{a_3+\text{etc.}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{x}{1+\cfrac{2x^3}{-3x^2+\cfrac{a_5}{a_4+\text{etc.}}}}}}=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{3-\cfrac{a_5:x^2}{a_4+\text{etc.}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{3-\cfrac{3x^5}{-6x^4+\cfrac{a_6}{a_5}}}}}}=\cfrac{1}{1-\cfrac{3x}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{3+\cfrac{x}{2-x}}}}}.$$

Exemple 5. Soit proposée la fraction $\frac{1-2x+x^2-x^3}{1-3x+x^2}$. Ici nous avons $a_1=1$; $b_1=-2x$; $c_1=x^2$; $d_1=-x^3$; $e_1=0$;
$a=1$; $b=-3x$; $c=x^2$; $d=0$;

$a_1 b=-3x$	$a_1 c=x^2$	$a_1 d=0$	$a_1 e=0$
$b_1 a=-2x$	$c_1 a=x^2$	$d_1 a=-x^3$	$e_1 a=0$
$a_2=-x$	$b_2=0$	$c_2=+x^3$	$d_2=0$
$a_2 b_1=2x^2$	$a_2 c_1=-x^3$	$a_2 d_1=x^4$	$a_2 e_1=0$
$b_2 a_1=0$	$c_2 a_1=x^3$	$d_2 a_1=0$	$e_2 a_1=0$
$a_3=2x^2$	$b_3=-2x^3$	$c_3=x^4$	$d_3=0$
$a_3 b_2=0$	$a_3 c_2=2x^5$	$a_3 d_2=0$	
$b_3 a_2=2x^4$	$c_3 a_2=-x^5$	$d_3 a_2=0$	
$a_4=-2x^4$	$b_4=-3x^5$	$c_4=0$	

$$a_4 b_3 = 4x^7 \qquad a_4 c_3 = -2x^8 \qquad a_4 d_3 = 0$$
$$b_4 a_3 = 6x^7 \qquad c_4 a_3 = 0 \qquad d_4 a_3 = 0$$
$$a_5 = -2x^7 \qquad b_5 = -2x^8 \qquad c_5 = 0$$

$$a_5 b_4 = -6x^{12} \qquad a_5 c_4 = 0$$
$$b_5 a_4 = 4x^{12} \qquad c_5 a_4 = 0$$
$$a_6 = -10x^{12} \qquad b_6 = 0$$

$$a_6 b_5 = 20x^{20} \qquad a_6 c_5 = 0$$
$$b_6 a_5 = 0 \qquad c_6 a_5 = 0$$
$$a_7 = 20x^{20} \qquad b_7 = 0$$

$$a_7 b_6 = 0$$
$$b_7 a_6 = 0$$
$$a_8 = 0.$$

Donc $\frac{1-2x+x^2-x^3}{1-3x+x^2} = \cfrac{1}{1-\cfrac{x}{1+\cfrac{2x^2}{-x+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{1-\cfrac{a_4:x}{a_3+\text{etc.}}}}}$

$$= \cfrac{1}{1-\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{1+\cfrac{2x^3}{2x^2+\cfrac{a_5}{a_4+\text{etc.}}}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{1+\cfrac{x}{1+\cfrac{a_5:2x^2}{a_4+\text{etc.}}}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{x}{1-\cfrac{2x}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{x^5}{-2x^4+\cfrac{a_6}{a_5+\text{etc.}}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{\cfrac{1-x}{\cfrac{1-2x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{2-a_6:x^4}{a_5+\text{etc.}}}}}}} \qquad = \cfrac{1}{\cfrac{1-x}{\cfrac{1-2x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{1+10x^3}{-2x^7+\cfrac{a_7}{a_6}}}}}} \qquad = \cfrac{1}{\cfrac{1-x}{\cfrac{1-2x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{1-5x}{\cfrac{1+a_7:-2x^7}{a_6}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{\cfrac{1-x}{\cfrac{1-2x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{1-5x}{\cfrac{1-10x^{13}}{-10x^{12}}}}}}} \qquad = \cfrac{1}{\cfrac{1-x}{\cfrac{1-2x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{1+x}{\cfrac{2+5x}{1+x}}}}}} \;;$$

Exemple 6. Soit proposée la fraction $\frac{1-3x^3}{1-x^2-4x^4}$.

Ici on a $a_1 = 1$; $b_1 = -3x^3$; $c_1 = 0$; $d_1 = 0$; etc.
$a = 1$; $b = -x^2$; $c = -4x^4$; etc.

$a_1 b = -x^2$; $b_1 a = -3x^3$; $a_1 c = -4x^4$; $a_1 d = 0$; etc.
$c_1 a = 0$; $d_1 a = 0$

$a_2 = -x^2$; $b_2 = +3x^3$; $c_2 = -4x^4$; $d_2 = 0$; etc.

$a_2 b_1 = +3x^5$; $b_2 a_1 = +3x^3$; $a_2 c_1 = 0$ $\quad a_2 d_1 = 0$
$c_2 a_1 = -4x^4$ $\quad d_2 a_1 = 0$

$c_3 = +3x^5$; $a_3 = -3x^3$ $\quad b_3 = +4x^4$ $\quad d_3 = 0$

$a_3 b_2 = -9x^6$ $\quad a_3 c_2 = +12x^7$ $\quad a_3 d_2 = 0$
$b_3 a_2 = -4x^6$ $\quad c_3 a_2 = -3x^7$ $\quad d_3 a_2 = 0$

$a_4 = -5x^6$ $\quad b_4 = +15x^7$ $\quad c_4 = 0$

$$\begin{array}{lll}
a_4 b_3 = -20x^{10} & a_4 c_3 = -15x^{11} & a_4 d_3 = 0 \\
b_4 a_3 = -45x^{10} & c_4 a_3 = 0 & d_4 a_3 = 0 \\
\hline
a_5 = +25x^{10} & b_5 = -15x^{11} & c_5 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
a_5 b_4 = 15 \,.\, 25x^{17} & a_5 c_4 = 0 \\
b_5 a_4 = 15 \,.\, 5x^{17} & c_5 a_4 = 0 \\
\hline
a_6 = 15 \,.\, 20x^{17} & b_6 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
a_6 b_5 = -15 \,.\, 15 \,.\, 20x^{28} & a_6 c_5 = 0 \\
b_6 a_5 = 0 & c_6 a_5 = 0 \\
\hline
a_7 = -15 \,.\, 15 \,.\, 20x^{28} & b_7 = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
a_7 b_6 = 0 \\
b_7 a_6 = 0 \\
\hline
a_8 = 0 .
\end{array}$$

Donc $a = 1$; $a_1 = 1$; $a_2 = -x^2$; $a_3 = -3x^3$; $a_4 = -5x^6$; $a_5 = 25x^{10}$; $a_6 = 15 \,.\, 20x^{17}$; $a_7 = -15 \,.\, 15 \,.\, 20x^{28}$; $a_3 = 0$, et parconséquent

$$\frac{1-3x^3}{1-x^2-4x^4} = \cfrac{1}{\cfrac{1-x^2}{\cfrac{1-3x^3}{\cfrac{-x^2+a_4}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{1}{\cfrac{1-x^2}{\cfrac{1+3x}{\cfrac{1-a_4 : x^2}{a_3+\text{etc.}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{\cfrac{1-x^2}{\cfrac{1+3x}{\cfrac{1+5x^4}{\cfrac{-3x^3+a_5}{a_4+\text{etc.}}}}}} = \cfrac{1}{\cfrac{1-x^2}{\cfrac{1+3x}{\cfrac{1-5x}{\cfrac{3-a_5 : x^3}{a_4+\text{etc.}}}}}} = \cfrac{1}{\cfrac{1-x^2}{\cfrac{1+3x}{\cfrac{1-5x}{\cfrac{3-25x^7}{\cfrac{-5x^6+a_6}{a_5+\text{etc.}}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1 - \cfrac{x^2}{1 + \cfrac{3x}{1 - \cfrac{5x}{3 + \cfrac{5x}{1 - \cfrac{a_6 : 5x^6}{a_5 + \text{etc.}}}}}}} \qquad = \cfrac{1}{1 - \cfrac{x^2}{1 + \cfrac{3x}{1 - \cfrac{5x}{3 + \cfrac{5x}{1 - \cfrac{3 \cdot 20x^{11}}{25x^{10} + \frac{a_7}{a_6}}}}}}} \qquad = \cfrac{1}{1 - \cfrac{x^2}{1 + \cfrac{3x}{1 - \cfrac{5x}{3 + \cfrac{5x}{1 - \cfrac{12x}{5 + \frac{a_7}{a_6} : 5x^{10}}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1 - \cfrac{x^2}{1 + \cfrac{3x}{1 - \cfrac{5x}{3 + \cfrac{5x}{1 - \cfrac{12x}{5 - 3x}}}}}}.$$

Exemple 7. Soit proposée la fraction $\frac{1}{(1+x)^n} =$

$$\frac{1}{1 + nx + \frac{n.n-1}{2}x^2 + \frac{n.n-1.n-2}{2.3}x^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{2.3.4}x^4 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{2.3.4.5}x^5 + \text{etc.}}$$

Nous avons ici

$$a_1 = 1;\ b_1 = 0;\ c_1 = 0;\ d_1 = 0;\ \text{etc.}$$

$a = 1$; $b = nx$; $c = \frac{n(n-1)}{2}x^2$; $d = \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}x^3$;
$e = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}x^4$; $f = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2.3.4.5}x^5$;
$g = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.3.4.5.6}x^6$; etc.

D'où on trouvera:

$a_2 = nx$; $b_2 = \frac{n(n-1)}{2}x^2$; $c_2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}x^3$;
$d_2 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}x^4$; $e_2 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2.3.4.5}x^5$;
$f_2 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.3.4.5.6}x^6$; etc.
$a_3 = -\frac{n(n-1)}{2}x^2$; $b_3 = -\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}x^3$;
$c_3 = -\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}x^4$; $d_3 = -\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2.3.4.5}x^4$;

$$e_3 = -\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}\ x^6;$$

$$f_3 = -\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7}\ x^7; \text{ etc.}$$

$$a_4 = -\frac{n^2(n-1)(n+1)x^4}{2.\ 2.\ 3};$$

$$b_4 = -\frac{2n^2(n-1)(n-2)(n+1)x^5}{2.\ 2.\ 3.\ 4};$$

$$c_4 = -\frac{3n^2(n-1)(n-2)(n-3)(n+1)\ x^6}{2.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5};$$

$$d_4 = -\frac{4n^2(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n+1)\ x^7}{2.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6};$$

$$e_4 = -\frac{5n^2(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n+1)\ x^8}{2.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7};$$

$$f_4 = -\frac{6n^2(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n+1)\ x^9}{2.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8};$$

et ainsi de suite.

$$a_5 = -\frac{n^3(n-1)^2(n-2)(n+1)x^7}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4};$$

$$b_5 = -\frac{2n^3(n-1)^2(n-2)(n-3)(n+1\ x^8}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5};$$

$$c_5 = -\frac{3n^3(n-1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n+1)\ x^9}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6};$$

$$d_5 = -\frac{4n^3(n-1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n+1)\ x^{10}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7};$$

$$e_5 = -\frac{5n^3(n-1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n+1)\ x^{11}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8};$$

$$f_5 = -\frac{6n^3(n-1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n+1)x^{12}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.\ 9};$$

et ainsi de suite.

$$a_6 = \frac{n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n+2)x^{12}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5};$$

$$b_6 = \frac{3n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n-3)(n+2)x^{13}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5};$$

$$c_6 = \frac{6n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n+2)x^{14}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7};$$

$$d_6 = \frac{10n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n+2)x^{15}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.};$$

$$e_6 = \frac{15n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n+2)x^{16}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.\ 9.},$$

$$f_5 = \frac{21n^5(n-1)^3(n+1)^2(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)x^{17}}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.\ 9.\ 10};$$

et ainsi de suite.

$$a_7 = +\frac{n^8(n-1)^5(n+1)^3(n-2)^2(n-3)(n+2)x^{20}}{2.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.};$$

$$b_7 = +\frac{3n^8(n-1)^5(n+1)^3(n-2)^2(n-3)(n-4)(n+2)x^{21}}{2.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.};$$

$$c_7 = +\frac{6n^8(n-1)^5(n+1)^3(n-2)^2(n-3)(n-4)(n-5)(n+2)x^{22}}{2.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.};$$

$$d_7 = +\frac{10n^8(n-1)^5(n+1)^3(n-2)^2(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n+2)x^{23}}{2.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.\ 9.};$$

$$e_7 = +\frac{15n^8(n-1)^5(n+1)^3(n-2)^2(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n+2)x^{24}}{2.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8.\ 9.\ 10.};$$

et ainsi de suite.

$$a_8 = -\frac{n^{13}(n-1)^2(n+1)^5(n-2)^3(n+1)^2(n+3)x^{33}}{2.\ 2.\ 2.\ 3\ 4.\ 2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.}$$

etc. etc.

Ainsi nous aurons:

$$(1+z)^{-n} = \cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{\frac{n(n-1)}{2}x^2}{nx+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{2a_4:nx}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2-\cfrac{\frac{n(n-1)x^3}{2.\ 3.}}{-\frac{n(n-1)x^2}{2}+\cfrac{a_5}{a_4+\text{etc.}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{2.3a_5:n(n-1)x^2}{a_4+\cfrac{a_6}{a_5+\text{etc.}}}}}}}\qquad=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3+\cfrac{\frac{n^2(n-1)(n-2)(n+1)x^5}{2.3.4}}{-\frac{n^2(n-1)(n+1)x^4}{2.2.3}+\cfrac{a_6}{a_5+\text{etc.}}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2-\cfrac{2.3.4.a_6:n^2(n-1)(n+1)x^4}{a_5+\cfrac{a_7}{a_6+\text{etc.}}}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2-\cfrac{\frac{n^3(n-1)^2(n-2)(n+1)(n+2)x^8}{2.3.2.3.4.5.}}{-\frac{n^3(n-1)^2(n-2)(n+1)x^7}{2.3.2.3.4.}+\cfrac{a_7}{a_6+\text{etc.}}}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2+\cfrac{(n+2)x}{5-\cfrac{2.3.2.3.4.5.a_7:n^3(n-1)^2(n-2)(n+1)x^7}{a_6+\cfrac{a_8}{a_7+\text{etc.}}}}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2+\cfrac{(n+2)x}{5-\cfrac{\frac{n^5(n-1)^3(n-2)(n+1)^2(n-3)(n+2)x^{13}}{2.2.3.4.5.2.3.4.5.6.}}{\frac{n^5(n-1)^3(n-2)(n+1)^2(n+2)}{2.3.2.3.4.2.3.4.5.}+\cfrac{a_8}{a_7+\text{etc.}}}}}}}}}$$

De tous ces calculs il s'ensuit que

$$(1+x)^{-n} = \cfrac{1}{1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2+\cfrac{(n+2)x}{5-\cfrac{(n-3)x}{2+\cfrac{(n+3)x}{7-\text{etc.}}}}}}}}}$$

Or puisque $(1+x)^n = \frac{1}{(1+x)^{-n}}$, on aura

$$(1+x)^n = 1+\cfrac{nx}{1-\cfrac{(n-1)x}{2+\cfrac{(n+1)x}{3-\cfrac{(n-2)x}{2+\cfrac{(n+2)x}{5-\cfrac{(n-3)x}{2+\cfrac{(n+3)x}{7-\text{etc.}}}}}}}}$$

Si nous mettons dans l'expression de $(1+x)^{-n}$, $-n$ au lieu de n, nous aurons encore:

$$(1+x)^n = \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1-\cfrac{(-n-1)x}{2+\cfrac{(-n+1)x}{3-\cfrac{(-n-2)x}{2+\cfrac{(-n+2)x}{5-\cfrac{(-n-3)x}{2+\text{etc.}}}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2-\cfrac{(n-1)x}{3+\cfrac{(n+2)x}{2-\cfrac{(n-2)x}{5+\cfrac{(n+3)x}{2-\text{etc.}}}}}}}}$$

Mais si dans la premiere expression de $(1+x)^n$ nous poserons $-n$ au lieu de n, nous trouverons

$$(1+x)^{-n} = 1 - \cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2-\cfrac{(n-1)x}{3+\cfrac{(n+2)x}{2-\cfrac{(n-2)x}{5+\cfrac{(n+3)x}{2-\cfrac{(n-3)x}{7+\text{etc.}}}}}}}}$$

Exemple 8. Soit proposée la fraction $\text{tang.}\, x = \frac{\sin.\, x}{\cos.\, x}$

$$= \frac{x\left(1 - \frac{x^2}{x.\,3} + \frac{x^4}{2.\,3.\,4.\,5} - \frac{x^6}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7} + \frac{x^8}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9} - \text{etc.}\right)}{1 - \frac{x^2}{1.\,2} + \frac{x^4}{1.\,2.\,3.\,4} - \frac{x^6}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6} + \frac{x^8}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8} - \text{etc.}}$$

Ici nous avons:

$a_1 = 1$; $b_1 = -\frac{x^2}{2.\,3}$; $c_1 = +\frac{x^4}{2.\,3.\,4.\,5}$; $d_1 = -\frac{x^6}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7}$;
$e_1 = +\frac{x^8}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9}$; etc.

$a = 1$; $b = -\frac{x^2}{1.\,2}$; $c = +\frac{x^4}{1.\,2.\,3.\,4}$; $d = -\frac{x^6}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6}$;
$e = +\frac{x^8}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8}$; etc.

et on trouvera:

$a_2 = -\frac{2x^2}{2.\,3}$; $b_2 = \frac{4x^4}{2.\,3.\,4.\,5}$; $c_2 = -\frac{6x^6}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7}$; $d_2 = \frac{8x^8}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9}$;
$e_2 = -\frac{10x^{10}}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9.\,10.\,11}$; et ainsi de suite.

$a_3 = \frac{2x^2}{2.\,3} \cdot \frac{2.\,4x^2}{2.\,3.\,4.\,5}$; $b_3 = -\frac{2x^2}{2.\,3} \cdot \frac{3.\,8x^4}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7}$;
$c_3 = \frac{2x^2}{2.\,3} \cdot \frac{4.\,12x^6}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9}$; $d_3 = -\frac{2x^2}{2.\,3} \cdot \frac{5.\,16x^8}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9.\,10.\,11}$;
et ainsi de suite.

$a_4 = \frac{2x^2}{2.\,3} \cdot \frac{2.\,4x^2}{2.\,3.\,4.\,5} \cdot \frac{2.\,2.\,3.\,4x^4}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7}$; et ainsi de suite.

etc. etc.

Donc tang. $x = x\left(\cfrac{a_1}{a+\cfrac{a_2}{a_1+\cfrac{a_3}{a_2+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}}\right) = \cfrac{x}{1-\cfrac{\frac{2x^2}{2.3}}{1+\cfrac{a_3}{a_2+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}}$

$$= \cfrac{x}{1-\cfrac{x^2}{3+\cfrac{3a_3}{a_2+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{x}{1-\cfrac{x^2}{3+\cfrac{\frac{2.4x^4}{2.3.4.5}}{-\frac{x^2}{3}+\cfrac{a_4}{a_3+\text{etc}}}}}$$

$$= \cfrac{x}{1-\cfrac{x^2}{3-\cfrac{x^2}{5-3.5\cfrac{a_4 : x^2}{a_3+\text{etc.}}}}} = \cfrac{x}{1-\cfrac{x^2}{3-\cfrac{x^2}{5-\cfrac{\frac{x^2}{3}.\frac{2x^4}{5.6.7}}{\frac{x^2}{3}.\frac{x^2}{3.5}+\text{etc.}}}}}$$

$$= \cfrac{x}{1-\cfrac{x^2}{3-\cfrac{x^2}{5-\cfrac{x^2}{7-\text{etc.}}}}}$$

4. *Reduire une série quelconque*

$P = a + b + c + d + e + f + g + h +$ etc.,

en fraction continue

Je mets la série P sous la forme suivante:

$P = 1 : \frac{1}{P} = 1 : \frac{1}{a+b+c+d+e+f+g+h+\text{etc.}}$;

Je divise 1 par $a+b+c+$ etc., et je trouve au quotient $\frac{1}{a}$ et pour reste $-\frac{b+c+d+e+f+g+h+\text{etc.}}{a}$. Parconséquent

*

$$P = 1 : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a}\left(\frac{b + c + d + e + f + g + h + \text{etc.}}{a + b + c + d + e + \text{etc.}}\right)\right)$$

$$= \cfrac{a}{1 - \cfrac{1}{\cfrac{a + b + c + d + \text{etc.}}{b + c + d + e + \text{etc.}}}}$$

Je divise $a + b + c +$ etc. par $b + c + d +$ etc., et je trouve pour quotient $\frac{a}{b}$ et pour reste $\frac{bb - ca}{b} + \frac{bc - da}{b} + \frac{bc - da}{b} + \frac{bd - ea}{b} + \frac{be - fa}{b} +$ etc.. Je suppose: $bb - ca = b_1$; $bc - da = c_1$; $bd - ea = d_1$; $be - fa = e_1$; et je trouve:

$\frac{a + b + \text{etc.}}{b + c + \text{etc.}} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b} \cdot \frac{b_1 + c_1 + d_1 + \text{etc.}}{b + c + d + \text{etc.}} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b} \cdot \cfrac{1}{\cfrac{b + c + d + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + d_1 + \text{etc.}}}$; donc

$$P = \cfrac{a}{1 - \cfrac{1}{\cfrac{1}{b} + \cfrac{1}{b} + \cfrac{1}{\cfrac{b + c + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + \text{etc.}}}}} = \cfrac{a}{1 - \cfrac{b}{a + \cfrac{1}{\cfrac{b + c + d + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + d_1 + \text{etc.}}}}}$$

Je divise $b_1 + c_1 + d_1 +$ etc., et je trouve au quotient $\frac{b}{b_1}$ et le reste $\frac{cb_1 - bc_1}{b_1} + \frac{db_1 - bd_1}{b_1} + \frac{eb_1 - be_1}{b_1} +$ etc. Je suppose $cb_1 - bc_1 = b_2$; $db_1 - bd_1 = c_2$; $eb_1 - be_1 = d_2$; etc. et j'ai $\frac{b + c + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + \text{etc.}} = \frac{b}{b_1} + \frac{1}{b_1}\left(\frac{b_2 + c_2 + d_2 + e_2 + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + \text{etc.}}\right) = \frac{b}{b_1} + \frac{1}{b_1} \cdot \cfrac{1}{\cfrac{b_1 + c_1 + \text{etc.}}{b_2 + c_2 + \text{etc.}}}$;

$$\text{donc } P = \cfrac{a}{1 - \cfrac{b}{a + \cfrac{1}{\cfrac{b}{b_1} + \cfrac{1}{b_1} \cdot \cfrac{1}{\cfrac{b_1 + c + \text{etc.}}{b_2 + c_2 + \text{etc.}}}}}} = \cfrac{a}{1 - \cfrac{b}{c + \cfrac{b_1}{b + \cfrac{1}{\cfrac{b_1 + c_1 + \text{etc.}}{b_1 + c_1 + \text{etc.}}}}}}.$$

Je divise $b_1 + c_1 +$ etc. par $b_2 + c_2 +$ etc., et je trouve pour quotient $\frac{b_1}{b_2}$ et pour reste $\frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{b_2} + \frac{d_1 b_2 - b_1 d_2}{b_2} + \frac{e_1 b_2 - b_1 e_2}{b_2} +$ etc.

Je suppose $c_1 b_2 - b_1 c_2 = b_3$; $d_1 b_2 - b_1 d_2 = c_3$; $e_1 b_2 - b_1 e_2 = d_3$; + etc.,
et je trouve $\frac{b_1 + c_1 + etc.}{b_2 + c_2 + etc.} = \frac{b_1}{b_2} + \frac{1}{b_2}\left(\frac{1}{\frac{b_2 + c_2 + d_2 + etc.}{b_3 + c_3 + d_3 + etc.}}\right)$; donc

$$P = \cfrac{a}{1 - \cfrac{b}{a + \cfrac{b_1}{b + \cfrac{1}{\frac{b_1}{b_2} + \frac{1}{b_2}\left(\frac{1}{\frac{b_2 + c_2 + etc.}{b_3 + c_3 + etc.}}\right)}}}} = \cfrac{a}{1 - \cfrac{b}{a + \cfrac{b_1}{b + \cfrac{b_2}{b_1 + \cfrac{1}{\frac{b_2 + etc.}{b_3 + etc.}}}}}}$$

et ainsi de suite.

5. Donc si on a une série

$P = a + b + c + d + e + f + g + h +$ etc., et qu'on suppose successivement :

$bb - ca = b_1$; $bc - da = c_1$; $bd - ea = d_1$;
$be - fa = e_1$; $bf - ga = f_1$; etc.

$cb_1 - bc_1 = b_2$; $db_1 - bd_1 = c_2$; $eb_1 - be_1 = d_2$,
$fb_1 - bf_1 = e_2$; etc.

$c_1 b_2 - b_1 c_2 = b_3$; $d_1 b_2 - b_1 d_2 = c_3$; $e_1 b_2 - b_1 e_2 = d_3$;
$f_1 b_2 - b_1 f_2 = e_3$; etc.

$c_2 b_3 - b_2 c_3 = b_4$; $d_2 b_3 - b_2 d_3 = c_4$; $e_2 b_3 - b_2 e_3 = d_4$; etc.

$c_3 b_2 - b_3 c_4 = b_5$; $d_3 b_4 - b_3 d_4 = c_5$; etc.
etc. etc.

on aura pour representer la série proposée par une fraction continue l'expression suivante :

$$a+b+c+d+e+\text{etc.}=\cfrac{c}{1-\cfrac{b}{a+\cfrac{b_1}{b+\cfrac{b_2}{b_1+\cfrac{b_3}{b_2+\cfrac{b_4}{b_3+\text{etc.}}}}}}}$$

Exemple. Réduire en fraction continue la serie
$(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{2.\ 3}x^3+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\ 3.\ 4}x^4+\text{etc.}$

Nous avons ici :

$a=1$; $b=nx$; $c=\frac{n(n-1)}{2}x^2$; $d=\frac{n(n-1)(n-2)}{2.\ 3}x^3$;

$e=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\ 3.\ 4}x^4$; $f=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2.\ 3.\ 4.\ 5}x^5$;

$g=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}x^6$; etc.

$b_1=\frac{n(n+1)x^2}{2}$; $c_1=\frac{2n(n-1)(n+1)x^3}{2.\ 3}$; $d_1=\frac{3n(n-1)(n-2)(n+1)x^4}{2.\ 3.\ 4}$;

$e_1=\frac{4n(n-1)(n-2)(n-3)(n+1)x^5}{2.\ 3.\ 4.\ 5}$; $f_1=\frac{5n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n+1x^6}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}$; etc.

$b_2=-\frac{n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n-1)x^4}{2.\ 3}$; $c_2=-\frac{2n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)x^5}{2.\ 3.\ 4}$;

$d_2=-\frac{3n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)x^6}{2.\ 3.\ 4.\ 5}$;

$e_2=-\frac{4n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)x^7}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}$; etc.

$b_3=-\frac{n^3(n+1)^2(n-1)(n+2)x^7}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4}$; $c_3=-\frac{3n^3(n+1)^2(n-1)(n-2)(n+2)x^8}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5}$;

$d_3=-\frac{6n^3(n+1)^2(n-1)(n-2)(n-3)(n+2)x^9}{2.\ 3.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}$; etc.

etc. etc.

Parconséquent :

$$(1+x)^n = \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{\frac{n(n+1)x^2}{2}}{nx+\cfrac{b_2}{b_1+\text{etc.}}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2+\cfrac{2b_2:nx}{b_1+\text{etc.}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2+\cfrac{-\frac{(n+1)n(n-1)x^3}{2.\,3}}{\frac{n(n+1)x^2}{2}+\cfrac{b_3}{b_2+\text{etc.}}}}}} = \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2-\cfrac{(n-1)x}{3+\cfrac{2.\,3.\,b_3\cdot n(n+1)x^2}{b_2+\text{etc.}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2-\cfrac{(n-1)x}{3+\cfrac{-\frac{n^2(n+1)(n-1)(n+2)x^5}{2.\,3.\,4}}{-\frac{n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n-1)x^4}{2.\,3}+\text{etc.}}}}}}$$

$$= \cfrac{1}{1-\cfrac{nx}{1+\cfrac{(n+1)x}{2-\cfrac{(n-1)x}{3+\cfrac{(n+2)x}{2-\text{etc.}}}}}}$$

ESSAI SUR UNE LOI HYPOTHETIQUE DES INCLINAISONS DE L'ÉGUILLE AIMANTÉE EN DIFFÉRENS ENDROITS DE LA TERRE.

PAR

W. L. KRAFFT.

Présenté le 30 Avril 1806.

L'illustre Humboldt, dans la récolte précieuse qu'il a rapportée de ses voyages en fait d'Histoire naturelle et de Physique, a enrichi celle-cy, entre autres choses, aussi d'un grand nombre d'observations sur l'inclinaison de l'éguille aimantée, qu'il a faites dans des endroits bien différens en latitude et longitude géographiques, et avec une excellente éguille d'inclinaison, construite d'aprés les principes du celèbre Borda. On en trouve un récueil dans un savant Mémoire de Mr. Biot, lû à l'institut national de Paris au mois Décembre 1804, et un abregé de ce Mémoire dans les annales de physique de Mr. Gilbert. Dans ce Mémoire Mr. Biot expose aussi une méthode de calculer l'inclinaison magnetique pour tout endroit connû de position. Les résultats de cette méthode s'accordent

effectivement avec les observations de Mrs. Humboldt, La-Peyrouse et d'autres à un point au quel on ne pouvoit guères s'attendre jusqu'ici, vû que leurs différences, moindres qu'un degré pour la plûpart des observations, ne s'élevent à quatre degrés, que pour une seule, et peuvent par conséquent dériver de ce qu'il y a encore d'imparfait dans notre connaissance de l'état magnetique de la terre ou bien de quelques anomalies de son intérieur, capables de troubler ses forces magnetiques.

Si nous designons par λ la latitude magnetique d'un endroit ou sa distance à l'équateur magnetique et par I l'inclinaison magnetique qui y a lieu: on a par la régle de Mr. Biot:

$$I = 90° + u - \text{Arc. tg.} \frac{\sin. 2u}{\cos. 2u + \frac{1}{3}},$$

ou bien à cause que $u = 90° - \lambda$

$$I = 180° - \lambda - \text{Arc. tg.} \frac{\sin. 2\lambda}{\frac{1}{3} - \cos. 2\lambda}$$

La marche des recherches de l'auteur demontre, que cette régle est le résultat de la théorie seule et qu'elle est absolument indépendante d'aucune construction empirique des observations. Désirant de savoir, si une pareille construction ne donneroit peut-être pas quelques nouvelles lumières sur ce sujet, j'en ai essayé différentes manières, dont une me fit entrevoir un rapport assèz constant entre la tangente de l'inclinaison magnetique et celle de la latitude magnetique d'un endroit. Suppo-

sant donc les élémens de l'état magnetique de la terre que Mr. Biot avoit adoptés dans son Mémoire, j'ai employé toutes les observations faites par Mr. Humboldt, pour déterminer le coëfficient α de l'équation tang. $I = \alpha . \text{tg} . \lambda$. Voici les valeurs que j'ai trouvées par ce moyen :

Par les observ. faites

à	α
Tompenda	2,11. = 2 + 0,11.
Loxa . . .	1,86. = 2 — 0,14.
Cuenca . .	1,83. = 2 — 0,17.
Quito . . .	2,00. = 2
St. Antonio	2,09. = 2 + 0,09.
Popayan .	2,25. = 2 + 0,25.
St. Carlos	2,10. = 2 + 0,10.
Javita . . .	2,29. = 2 + 0,29.
Esmeralda	2,34. = 2 + 0,34.
Sta Fé . .	2,11. = 2 + 0,11.
Carichana	2,21. = 2 + 0,21.
St. Thomas	2,31. = 2 + 0,31.
Carthagena	2,22. = 2 + 0,22.
Mexico . .	2,18. = 2 + 0,18.
Teneriffa .	2,34. = 2 + 0,34.
Mer atlant.	2,34. = 2 + 0,34.
Paris . . .	1,71. = 2 — 0,29.

La valeur moyenne étant $\alpha = 2,12$; j'ai d'abord supposé que la tangente de l'inclinaison magnetique étoit la double tangente de la latitude magnetique d'un endroit; ou tang. $I = 2 .\ \text{tg}.\ \lambda$; au lieu que selon Mr. Biot on a l'équation bien plus compliquée:

$$\text{tg}.\ I = \text{Cotg}.\ [\text{Arc. tg}.\ \frac{\sin.\ 2u}{\cos.\ 2u + \frac{1}{3}} - u];$$

de la quelle il seroit assez embarassant, de calculer la valeur de la latitude magnetique de l'endroit, par la valeur de l'inclinaison magnetique donnée par l'observation. Considerant de plus, qu'en prenant, avec Mr. Biot, l'équateur et les méridiens magnetiques pour de grands cercles de la Sphère, le calcul de la latitude magnetique se réduit facilement aux principes de la Trigonométrie sphérique, j'ai obtenu des solutions bien simples de quelques problêmes qui m'ont paru être utiles pour continuer et faciliter ce genre de recherches. Ce sont ces problêmes qui font l'objet de ce Mémoire.

Soit pour cet effet

Tab. II. Fig. 9.

P . . . le Pole géographique boréal.

PA . . le premier Méridien géographique, à 20 degrés vers l'occident de Paris.

AQ. . l'Equateur géographique.

Π . . . le Pole magnetique boréal de la terre.

PB . . le Méridien géographique du Pole Π.

MU . . l'Equateur magnetique.

AB . . la longitude géographique occidentale du Pole Π, comptée du premier Méridien . $= x$

BΠ . . la latitude géographique boréale du Pole Π $= y$

Soit ensuite :

E . . . un point quelconque de la surface de la terre ; et partant.

AC . . sa longitude géographique occidentale . . $= M$

CE . . sa latitude géographique boréale . . . $= l$

KE . . sa latitude magnetique boréale . . . $= \lambda$

Puisque donc $\Pi E = 90° - \lambda$; $PE = 90° - l$; $P\Pi = 90° - y$ et $\Pi PE = M - x$; on obtient par la résolution du Triangle sphérique ΠPE l'Equation générale suivante :

$$\sin. \lambda = \sin. l . \sin. y + \cos. l . \cos. y . \cos. (M - x)$$

qui a lieu entre la latitude magnetique (λ) d'un endroit quelconque, la position géographique (M et l) du même endroit et la position géographique (x et y) du Pole magnetique boréal de la terre.

Problême I.

La position géographique de deux endroits dans lesquels l'inclinaison magnetique est nulle, étant donnée :

trouver la position géographique du Pòle magnetique boréal de la terre.

	la longit.	la lat. bor.
Soit de l'endroit plus occidental	$= M.$	$= L.$
- - - - moins - -	$= m.$	$= l.$
du Pòle magn.	$= x.$	$= y.$

Mettons pour abréger $M + m = S$ et $M - m = D$.

S o l u t i o n.

Qu'on cherche les angles:

ϕ par l'équation: $\text{tg. } \phi = \text{tg. L. cotg. } l$

z - - - - : $\text{tg. z} = \text{tg. } (45° - \phi) \text{ . cotg. } \frac{1}{2} \text{D}.$

v - - - - : $\text{tg. } v = - \text{sec. } (\frac{1}{2} \text{D} + \text{z}) \text{ . tg. I}.$

On aura

la longitude du Pole magnetique: $x = (\frac{1}{2} \text{S} - \text{z})$ Occid.

la latitude - - - - - - - $y = (90° - v)$. Bor.

D é m o n s t r a t i o n:

Par notre hypothêse on a $\text{tg. I} = 2 \text{ . tg.} \lambda$; donc $\lambda = 0$ pour $\text{I} = 0$. Pour ce cas là, l'équation générale donne

$0 = \text{sin. } l \text{ . sin. } y + \text{cos. } l \text{ cos. } y \text{. cos. } (m - x)$ et

$0 = \text{sin. L . sin. } y + \text{cos. L cos. } y \text{. cos. } (\text{M} - x)$

d'où l'on tire $\frac{\text{tg. L}}{\text{tg. } l} = \frac{\text{cos. } (\text{M} - x)}{\text{cos. } (m - x)}$.

Mettons $\text{tg. L. cotg. } l = \text{tg. } \phi$ et $x = \frac{1}{2} \text{S} - z$, pour avoir

$\text{M} - x = \text{z} + \frac{1}{2} \text{D}$ et $m - x = \text{z} - \frac{1}{2} \text{D}$ et

$\text{tg.}\,\Phi = \frac{\cos.(Z+\frac{1}{2}D)}{\cos.(Z-\frac{1}{2}D)} = \frac{1-\text{tg.}Z.\,\text{tg.}\frac{1}{2}D}{1+\text{tg.}Z.\,\text{tg.}\frac{1}{2}D}$; d'où l'on tire

$\text{tg.}\,z = \frac{1-\text{tg.}\Phi}{1+\text{tg.}\Phi}\,.\,\text{cotg.}\,\frac{1}{2}D = \text{tg.}\,(45^\circ - \Phi)\,.\,\text{cotg.}\,\frac{1}{2}D.$

On a aussi $\text{tg.}\,y = -\frac{\cos.(M-x)}{\text{tg.}L} = -\cos.(z+\frac{1}{2}D)\,\text{cotg.}L$ ou bien, en mettant $y = 90^\circ - v$, on a $\text{tg.}\,v = -\sec.(z+\frac{1}{2}D)\,\text{tg.}L$.

Application aux observations de Mrs. de Humboldt et La Peyrouse.

L'inclinaison magnetique a été trouvée nulle :

	Sous la longitude	la latitude	par Mess.
I	. . 60° 41′. W	7° 1′. S	de Humboldt
II	. . 5° 25′. W	10° 57′. S	La Peyrouse
III	. . 99° 7′. W	0° 18′. N	. . . .

Calcul de l'observation I et II.

Longit.	Latit.		
M = 60° 41′. W	L = 7° 1′. S. .	*l.* tang.	9,09019. —
m = 5° 25′. W	*l* = 10° 57′. S. .	*l.* cotg.	0,71337. —
S = 66° 6′.	Φ = 32° 28′. . . .	*l.* tg. Φ.	9,80356. +
D = 55° 16′.	45° − Φ = 12° 32′. . . .	*l.* tg.	9,34695.
½ S = 33° 3′.	½ D = 27° 38′. . . .	*l.* cotg.	0,28106.
½ D = 27° 38′.	z = 23° 1′. . . .	*l.* tg. z.	9,62801.
	½ D + z = 50° 39′. . . .	*l.* sec.	0,19772. —
	L = 7° 1′. S. .	*l.* tg.	9,09019. —
	v = 10° 59′. . . .	*l.* tg. *v*.	9,28791. +

D'où l'on a

la longitude du Pôle magnetique $x = \frac{1}{2} S \angle z = 10° 2'$.W.
la latitude - - - - $y = 90° - v = 79° 1'$. N.

Un calcul semblable donne, par l'observation I et III $x = 7° 39'$.W et $y = 78° 26'$.N; et par l'observation II et III $x = 7° 37'$.W et $y = 79° 3'$.N. de sorte qu'on a par cette méthode pour la position géographique du Pôle magnetique boréal de la terre les trois déterminations suivantes:

	Longit. occid.	Latit. boréale
	10° 2′	79° 1′
	7° 39′	78° 26′
	7° 37′	79° 3′
Milieu . . .	8° 26′	78° 50′.

La première de ces trois déterminations s'accorde absolument avec celle que Mr. Biot a trouvée selon sa formule et qu'il a adoptée dans son Mémoire, et le milieu de toutes les trois n'en differe que de 1° 36′ en moins pour la longitude et de 11 min. en moins pour la latitude.

Problême II.

La position géographique d'un endroit et celle du Pôle magnetique étant données: trouver pour le même endroit l'inclinaison de l'aiguille aimantée:

Soit	de l'endroit	du Pôle magn.
la long. occid.	. . M . . .	. . x
la latit. boréale	. . l . . .	. . y

Mettons pour abréger $M - x = \Delta$.

Solution.

Qu'on cherche les angles :

u par l'équation : $\text{tang.}\, u = \cos.\, \Delta . \text{cotg.}\, y$

λ . . . . : $\sin.\, \lambda = \sin.\, (u + l) \sin.\, y . \sec.\, u$

I . . . . : $\text{tang.}\, I = 2 . \text{tg.}\, \lambda$.

L'angle I sera l'inclinaison de l'extremité boréale de l'aiguille aimantée pour l'endroit donné.

Démonstration:

Par l'équation générale on a

$$\sin.\, \lambda = \sin.\, l.\, \sin.\, y + \cos.\, l.\, \cos.\, y.\, \cos.\, (M - x).$$

Qu'on cherche un angle auxiliaire u tel, que

$$\text{tg.}\, u = \text{cotg.}\, y . \cos.\, (M - x)\,; \text{ on aura}$$

$\sin.\lambda = (\sin.\, l + \cos.\, l.\, \text{tg.}\, u) . \sin.\, y = \sin.\, (u + l) \sin.\, y.\, \sec.\, u.$
et par notre hypothêse on a $\text{tg.}\, I = 2 . \text{tg.}\, \lambda$.

Pour appliquer ce Problême à quelques exemples et pour être à même d'en comparer les résultats avec ceux que Mr. Biot a obtenus par sa méthode, je supposerai avec lui $x = 10° 2'$. W et $y = 79° 1'$. N.

Exemple 1.

On demande l'inclinaison magnetique à Mexico, dont la longitude 81° 22′. W et la latitude 19° 26′. B.

On a donc $M = 81° 22'.W$; $l = 19° 26'.B$; $x = 10° 2'W$ et $y = 79° 1'.B$.

Calcul.

$M = 81° 22'.W$	$u+l = 22° 59'..l$ sin. 9,59158
$x = 10° \ 2'.W$	$y = 79° \ 1'..l$ sin. 9,99197
$\Delta = 71° 20' \ldots l.$ cosin: 9,50523.	$u = 3° 33'..l$ sec. 0,00083
$y = 79° \ 1'.B.l.$ cotg. 9,28798.	$\lambda = 22° 35'.l$ sin. λ: 9,58438
$u = 3° 33' \quad l.$ tg. u: 8,79321.	l tg. λ: 9,61901
$l = 19° 26' B$	l 2 0,30103
$u+l = 22° 59'$	$I = 39° 45' \ l$ tg. I.. 9,92004

D'où l'on a pour Mexico l'inclinaison de l'extrémité boréale de l'aiguille aimantée:

par ma formule . . . . 39° 45′
par l'observation de Mr. de Humboldt . . 42° 10′

Différ. entre le calcul et l'obser. 2° 25′ —

Exemple 2.

On demande l'inclinaison magnetique à Lima, dont la longitude 59° 33′. W et la latitude 12° 3′. A.

On a donc $M = 59° 33'.W$; $l = 12° 3'.A$; $x = 10° 2' W$ et $y = 79° 1'.B$.

Calcul.

$M = 59° 33'$. W	$u-l = -4° 52' \ldots l.\sin.$ 8,92895—
$x = 10°\ 2'$. W	$y = 79°\ 1'$ $l.\sin.$ 9,99197
$\Delta = 49° 31' \ldots l.\text{cosin.}$ 9,81240.	$u = 7° 11' \ldots l.\sec.$ 0,00340
$y = 79°\ 1' \ldots l.\text{cotg.}$ 9,28793.	$\lambda = -4° 49' \ldots l.\sin.\lambda$: 8,92432—
$u = 7° 11' \ldots l.\text{tg.}u$ 9,10033.	$l\,\text{tg.}\lambda$: 8,92565—
$l = 12°\ 3'$. S	$l\ 2$ 0,30103
$u-l = -4° 52'$	$I = -9° 34'$. $l\,\text{tg.}I$ 9,22668—

D'où l'on a pour Lima l'inclinaison de l'extrémité australe de l'aiguille aimantée :

par ma formule	9° 34′
par l'observ. de Mr. de Humboldt	9° 59′
Differ. entre le calcul et l'observ.	0° 25′ —

Selon la même méthode j'ai calculé toutes les observations faites par Mr. de Humboldt mentionnées dans le Mémoire de Mr. Biot, qu'on trouve en abregé dans les annales de Mr. Gilbert. Je présente les résultats de ma méthode comparés avec ceux de l'observation dans la Table cy-jointe.

Table des observations de Mr. de Humboldt comparées avec les résultats du calcul.

	Latitude	Longit.	Inclinaison observée	Inclinaison calculée	Différence
Sous l'Equat. magn. en Perou.	7° 1'. S	60° 41'. W.	0° 0'.	0° 0'.	0° 0'
Tompenda	5° 31'. —	60° 24'. —	3° 12'.	3° 2'.	0° 10'. —
Loxa	4° 0'. —	61° 12'. —	5° 24'.	5° 47'.	0° 23'. +
Cuença	2° 54'. —	60° 43'. —	8° 25'.	8° 6'.	0° 19'. —
Quito	0° 13'. —	60° 15'. —	13° 23'.	13° 23'.	0° 0'.
St. Antonio	0° 0'.	60° 12'. —	14° 25'.	13° 48'.	0° 37'. —
Popayan	2° 25'. N	58° 45'. —	20° 53'.	18° 43'.	2° 10'. —
St. Carlos del Rio negro	1° 52'. —	50° 10'. —	20° 47'.	19° 49'.	0° 58'. —
Javita	2° 49'. —	50° 30'. —	24° 18'.	21° 29'.	2° 49'. —
Esmeralda	3° 13'. —	48° 38'. —	25° 59'.	21° 52'.	4° 7'. —
Sta. Fe di Bogota . .	4° 36'. —	56° 37'. —	24° 17'.	23° 11'.	1° 6'. —
Carichana	6° 34'. —	50° 18'. —	30° 24'.	27° 58'.	2° 26'. —
St. Thomas de la Guyana	8° 8'. —	46° 26'. —	35° 6'.	31° 17'.	3° 49'. —
Carthagena	10° 26'. —	58° 2'. —	35° 15'.	32° 27'.	2° 48'. —
Mexico	19° 26'. —	81° 22'. —	42° 10'.	39° 45'.	2° 25'. —
Sur la Mer atlantique .	38° 52'. —	3° 40'. E	68° 11'.	66° 52'.	1° 19'. —
Lima	12° 3'. S.	59° 33'. W.	9° 59'.	9° 34'.	0° 25'. —
St. Croix sur Teneriffe .	28° 28'. N	1° 23'. E	62° 25'.	58° 29'.	3° 56'. —
Paris	48° 50'. —	20° 0'. E	69° 52'.	72° 37'.	2° 45'. +

Problême III.

La position géographique d'un endroit, l'inclinaison magnetique et la latitude du Pòle magnetique boréal étant données : trouver la longitude du même Pòle.

*

Soit	de l'endroit	du Pôle magn.
la long. occid.	. . M . . .	. . . x
la latit. bor.	. . l	. . . y
l'Inclin. magn.	. . I	
en cet endroit		

Solution.

Qu'on cherche les angles :

λ par l'équation : $\text{tag.}\ \lambda = \frac{1}{2}\ \text{tg. I}$

α . . . . : $\text{tg.}\ \alpha = \sin.\ \lambda.\ \sec.\ l.\ \text{cosec.}\ y$

β . . . . : $\cos.\ \beta = \sin.\ (\alpha - l)\ \sec.\ \alpha.\ \sec.\ l.\ \text{tg.}\ y$

On aura

la longitude du Pôle magnetique boréal $x = \text{M} - \beta$.

Démonstration.

Par notre hypothèse on a $\text{tg.}\ \lambda = \frac{1}{2}.\ \text{tg. I}$ et par l'équation générale on a $\cos.\ (\text{M} - x) = \frac{\sin.\ \lambda - \sin.\ l.\ \sin.\ y}{\cos.\ l.\ \cos.\ y}$. Soit $\text{M} - x = \beta$ et qu'on cherche un angle auxiliaire α tel, que $\text{tg.}\ \alpha = \sin.\ \lambda.\ \sec.\ l.\ \text{cosec.}\ y$, et on aura $\cos.\ \beta = (\text{tg.}\ \alpha - \text{tg.}\ l).\ \text{tg.}\ y = \sin.\ (\alpha - l).\ \sec.\ \alpha.\ \sec.\ l.\ \text{tg.}\ y$.

Le but de ce Problême est de trouver le changement qu'il faudroit faire dans la longitude du Pôle magnetique boréal 10° 2′ W, sans en changer la latitude 79° 1′. B, pour que le calcul de l'inclinaison magnetique pour un endroit donné s'accorde avec l'observation,

vû que la détermination de la position géographique de ce Pôle, obtenue par le 1^er Problême, est, sans doute, encore trop peu précise, pour qu'on puisse, à cet égard, s'attendre au secours du calcul différentiel, et que même celui qu'on pourra tirer du calcul de variation, est facilité par ce Problême.

Exemple:

A Mexico, dont la longitude occidentale est 81° 22′ et la latitude 19° 26′. B. Mr. de Humboldt a observé l'inclinaison magnetique 42° 10′; on demande la longitude du Pôle magnetique boréal qui dérive de cette observation, en supposant à ce même Pôle la latitude 79° 1′. B.

On a donc $M = 81° 22'$. W; $l = 19° 26'$. B; $I = 42° 10'$ et $y = 79° 1'$. B.

Calcul.

$I = 42° 10'$.	$l.$ tang.	9,95698.
	l 2	0,30103.
$\lambda = 24° 22'$.	l tg. λ	9,65595.
	$l.$ sin. λ:	9,61550.
$l = 19° 26'$ B.	$l.$ sec.	0,02547.
$y = 79° 1'$.	$l.$ cosec.	0,00803.
$\alpha = 24° 1'$.	$l.$ tg. α:	9,64900.
$\alpha - l = 4° 35'$.		

$\alpha - l = 4° 35'$...	$l.$ sin.	8,90259.
$\alpha = 24° 1'$...	$l.$ sec.	0,03933.
$l = 19° 26'$ B.	$l.$ sec.	0,02547.
$y = 79° 1'$.B.	$l.$ tg.	0,71202.
$\beta = 61° 27'$.	$l.$ cos. β:	9,67941.

D'où l'on obtient la longitude du Pôle magnetique boréal $x = M - \beta = 19° 55'$. W., qui surpasse de $9° 52'$ celle que j'ai mise pour base dans les problêmes précédens.

Et effectivement, si on calcule l'inclinaison magnetique pour Mexico, en supposant la longitude du Pôle magnetique $19° 55'$. W, comme nous venons de la trouver, c. à d. si on calcule l'exemple 1 du Problême II. en supposant $x = 19° 55'$. on trouve l'inclinaison magnetique pour cet endroit $42° 10'$, exactement telle qu'elle a été observée par Mr. de Humboldt.

Problême IV.

La position géographique d'un endroit, l'inclinaison magnetique et la longitude géographique du Pôle boréal magnetique, étant données: trouver la latitude du même Pôle.

Soit, comme cy dessus	de l'endroit	du Pôle magn.
la long. occid.	. . M . . .	. . x
la latit. bor.	. . l . . .	. . y
l'Inclin. magnet. . . . en cet endroit.	. . I . . .	

Mettons pour abréger $M - x = \Delta$.

Solution.

Qu'on cherche les angles:

λ par l'équation: $\text{tg.}\ \lambda = \frac{1}{2}\ \text{tg. I}$

Φ . . . . : $\text{tg.}\ \Phi = \text{cotg.}\ l.\ \cos.\ \Delta$

z . . . . : $\sin.\ z = \sin.\ \lambda.\ \text{cosec.}\ l.\ \cos.\ \Phi$

On aura

la latitude du Pôle magnetique

$y = z - \Phi$ ou bien aussi $y = 180° - z - \Phi$.

Démonstration.

Par notre hypothèse on a $\text{tg.}\ \lambda = \frac{1}{2}\ \text{tg. I}$ et par l'équation générale on a $\frac{\sin.\ \lambda}{\sin.\ l} = \sin.\ y + \cos.\ y.\ \frac{\cos.\ \Delta}{\text{tg.}\ l}$. Qu'on cherche un angle auxiliaire Φ tel, que $\text{tg.}\ \Phi = \text{cotg.}\ l.\ \cos.\ \Delta$ et qu'on mette $y + \Phi = z$; on aura $\sin.\ z = \sin.\ \lambda.\ \text{cosec.}\ l.\ \cos.\ \Phi$, Donc $z = y + \Phi$, ou bien aussi $z = 180° - y - \Phi$, et partant $y = z - \Phi$ et aussi $y = 180° - z - \Phi$.

Le but de ce Problême est de trouver le changement qu'il faudroit faire dans la latitude du Pôle magnetique boréal 79° 1′ B, sans en changer la longitude 10° 2′ W. pour mettre le calcul de l'inclinaison magnetique pour un endroit donné d'accord avec l'observation.

Exemple.

A Mexico sous 81° 22′ de longitude occidentale et sous 19° 26′ de latitude boréale, Mr. de Humboldt a ob-

servé l'inclinaison magnetique 42° 10′. On demande la latitude du Pôle magnetique boréal qui dérive de cette observation, en supposant à ce même Pôle la longitude occidentale 10° 2′.

On a donc $M = 81° 22'$. W; $l = 19° 26'$. B. $I = 42° 10'$; $x = 10° 2'$. et $\Delta = 71° 20'$.

Calcul.

$I = 42° 10'$ ...	$l.$ tang.	9,95698		
	l 2	0,30103		
$\lambda = 24° 22'$ ...	l tg. λ :	9,65595	.... $l.$ sin.	9,61550.
$l = 19° 26'$. B.	l cotg.	0,45246	.... $l.$ cosec.	0,47793.
$\Delta = 71° 20'$	$l.$ cos.	9,50523		
$\phi = 42° 13'$.	l tg. ϕ:	9,95769	.... $l.$ cos.	9,86959.
$z = 66° 42'$			l sin. z:	9,96302.

D'où l'on obtient la latitude du Pôle magnetique $y = z - \phi = 24° 29'$ B ou bien aussi $y = 180° - z - \phi = 71° 5'$. B qui sont inférieures à celle que j'ai mise pour base dans les problêmes précedens, la première de 54° 32′; la seconde de 7° 56′.

Et effectivement, si on calcule l'inclinaison magnetique pour Mexico, en supposant la latitude du Pôle magnetique 24° 29′ B ou bien 71° 5′. B; c. a. d. si l'on

calcule l'exemple 1. du Problême II, en supposant $y = 24° 29'$. B ou aussi $y = 71° 5'$. B; on trouve l'inclinaison magnetique pour cet endroit $42° 10'$, exactement telle qu'elle a été observée par Mr. de Humboldt.

On voit par ces deux exemples qu'en faisant dans les élémens de l'état magnetique de la terre, adoptés par Mr. Biot, une variation de $9° 52'$ en plus pour la longitude ou une variation de $7° 57'$ en moins pour la latitude du Pôle magnetique boréal, l'une et l'autre mettroit le calcul parfaitement d'accord avec l'observation dont il y est question. Faisant un semblable calcul pour un grand nombre d'observations, on verroit, de combien il faudroit changer l'un et l'autre de ces deux élémens pour rendre les différences entre le calcul et les observations aussi petites que possible.

Ce n'est que sous ce même point de vue, et sans en envisager encore aucun usage effectif pour la Marine, que je joins ici les deux Problêmes suivans, qui, au moins en certaines contrées et dans un besoin extrème, pourroient être rendus utiles à la Marine.

Problême V.

La longitude géographique d'un endroit, l'inclinaison magnétique et la position géographique du Pôle magne-

tique boréal étant données: trouver la latitude géographique de l'endroit.

Soit, comme cy-dessus	de l'endr.	du Pôle magn.
la longit. occid.	. M .	. x
la latit. bor. .	. l .	. y
l'inclin. magn. en cet endroit.	. I .	

Mettons pour abréger $M - x = \Delta$.

Solution.

Qu'on cherche les angles:

λ par l'équation : $\text{tang.}\ \lambda = \frac{1}{2}\ \text{tg.}\ I$.

u . . . . : $\text{tg.}\ u = \text{cot.}\ y \, . \, \text{cos.}\ \Delta$.

v . . . . : $\text{sin.}\ v = \text{sin.}\ \lambda \, . \, \text{cosec.}\ y \, . \, \text{cos.}\ u$.

On aura la latitude géographique de l'endroit

$$l = (v - u)\ \text{Bor.}$$

Démonstration.

Par l'équation générale et la démonstration du probléme II on a $\text{sin.}\ \lambda = \text{sin.}\ (u + l) \, . \, \text{sin.}\ y \, . \, \text{sec.}\ u$. Mettant $u + l = v$, on a $\text{sin.}\ v = \text{sin.}\ \lambda \, . \, \text{cosec.}\ y \, . \, \text{cos.}\ u$ et $l = v - u$.

Exemple.

A Quito sous 60° 15′ de longitude occid. Mr. de Humboldt a observé l'inclinaison magnetique 13° 22′. On demande la latitude du lieu de l'observation.

On a donc $M = 60° \; 15' \; W$; $I = 13° \; 22'$; $x = 10° \; 2' \; W$; $y = 79° \; 1'$ et $\Delta = M - x = 50° \; 13'$.

Calcul.

$I = 13° \; 22'$ . . l . tang. 9,37589.
$l\,2$ 0,30103.

$\lambda = 6° \; 47'$. l . tg. λ : 9,07486 . . . . l . sin. 9,07230.
$y = 79° \; 1'$. l . cotg. : 9,28798 . . l . cosec. 0,00803.
$\Delta = 50° \; 13'$. l . cos. : 9,80610.
$u = 7° \; 5'$ l . tg. u : 9,09408 . . . l . cos. 9,99667.
$v = 6° \; 51'$ l . sin. v : 9,07700.
$v - u = -0° \; 14'$

D'où l'on obtient
la latitude $l = v - u = 0° \; 14'$. Austr.
par l'observat. de M. Humboldt 0° 13'. Austr.
Différence . . 0° 1'.

Problême VI.

La latitude géographique d'un endroit, l'inclinaison magnetique et la position géographique du Pòle magnetique boréal étant données: trouver la longitude géographique de l'endroit.

Soit, comme cy dessus	de l'endr.	du Pôle magn.
la long. occident.	M	x
la latit. boréale .	l	y
l'inclin. magnet. .	I	
en cet endroit.		

Mettons $M - x = \beta$.

Solution.

Qu'on cherche les angles:

λ par l'équation : $\text{tang.}\ \lambda = \frac{1}{2}\ \text{tg. I}$

a . . . . : $\text{tg.}\ a = \sin.\ \lambda\ .\ \sec.\ l\ .\ \text{cosec.}\ y$

β . . . . : $\cos.\ \beta = \sin.\ (a - l)\ .\ \sec.\ a\ .\ \sec.\ l\ .\ \text{tg.}\ y$

On aura la longitude occidentale de l'endroit

$$M = \beta + x.$$

Démonstration.

Par l'équation générale et la démonstration du problême III on a $\text{cosin.}\ \beta = \sin.\ (a - l)\ .\ \sec.\ a\ .\ \sec.\ l\ .\ \text{tg.}\ y$ et partant $M = \beta + x$

Exemple.

A Tompenda sous 5° 31′ de latitude australe Mr. de Humboldt a observé l'inclinaison magnetique 3° 12′. On demande la longitude géographique du lieu de l'observation.

On a donc $l = 5^\circ\, 31'$ S. $I = 3^\circ\, 12'$; $x = 10^\circ\, 2'$ W. et $y = 79^\circ\, 1'$. B.

Calcul.

$I = 3^\circ\, 12'$. l . tang. : 8,74748.			
$l\,2$	0,30103.		
$\lambda = 1^\circ\, 36'$ l . tg. λ :	8,44645.		
l sin. λ :	8,44594.		
$y = 79^\circ\, 1'$. l cosec. :	0,00803	. . . . l . tang. :	0,71202.
$l = 5^\circ\, 31'$S. l . sec. :	0,00202	. . . . l . sec. :	0,00202.
$\alpha = 1^\circ\, 38'$. l . tg. α :	8,45599	. . . . l . sec. :	0,00018.
$\alpha - l = 7^\circ\, 9'$	. . . . . .	l . sin. :	9,09505
$\beta = 49^\circ\, 52'$		l . cos. β :	9,80927

D'où l'on obtient

la longitude du lieu : $M = \beta + x = 59^\circ\, 54'$ W.
par l'observation de Mr. de Humboldt . $60^\circ\, 27'$ W.
Différence . . $0^\circ\, 33'$.

Reduction de la Formule de Mr. Biot à la mienne.

Par la méthode de Mr. Biot on a l'expression: $I = 90^\circ + u - \beta$; dans la quelle $u = 90^\circ - \lambda$ et l'angle β tel, que tg. $\beta = \frac{\sin.\ 2u'}{\cos.\ 2u + \frac{1}{3}} = \frac{3.\ \sin.\ u'.\ \cos.\ u'}{3.\ \cos.\ u^2 - 1.}$; où je remarque

d'abord, que cette dernière équation se change facilement en celle-cy: tg. $\beta = \frac{3\ tg.\ u}{2 - tg.\ u^2}$. Or ayant $\beta = 90° + u - I$, on a tg. β = cotg. : $(I - u)$ et par conséquent $\frac{3\ tg.\ u}{2 - tg.\ u^2}$ = cotg. $(I - u)$. Le développement de cette équation donne tg. u. tg. $I = 2$ et partant tg. $I = 2$. cotg. u. Ayant donc $u = 90° - \lambda$; on obtient tg. $I = 2$. tg. λ; c'est la même formule que j'ai trouvée par la construction des observations et par leur application à la recherche du coëfficient α dans l'équation tg. $I = \alpha$. tg. λ, comme il a été dit au commencement de ce Mémoire.

Je réserve le développement ulterieur de ces formules et problèmes à l'occasion prochaine, quand j'aurai lu dans le Journal de physique, le Mémoire même de Mr. Biot que je n'ai vu encore qu'en raccourci dans les Annales de Mr. Gilbert.

SOLUTIO PROBLEMATIS DIOPHANTEI:

DATUM NUMERUM DIVIDERE IN QUOTLIBET PARTES, UT SUMMA OMNIUM, QUALIBET EARUM DEMPTA, QUADRATUM FACIAT.

AUCTORE

C. FR. KAUSLER.

Conventui exhib. die 11. Junii 1806.

§. 1. Quam elegantes veterum Geometrarum sint solutiones algebraicae, quantaque arte ac sagacitate obstrusissima Analyseos Diophanteae problemata resolverint, non melius perspici potest, quam si, relicta ingeniosissima Graecorum via, easdem quaestiones per calculum recentiorum resolvere conamur. Dantur enim permultae, quae, huic calculo si subjiciantur, maximis gravantur difficultatibus. Harum in numerum praecipue sequentes ex Diophanti Alexandrini libris sex ponendae sunt: XXXV et XXXVI Lib. II, IX, XIV, XVIII, XIX et XXII. Lib. III; VII, XIV, XVII, XX, XXIII, XXVI, XXIX, XLV Lib. IV, V, VI, VIII, IX, XI, XII, XVII, XXIV, XXV, XXVI, Lib. V, et major pars Libri sexti, quarum solutiones, si diversimode a Diophantaeis instituantur, partim

difficillimae sunt, partim humani vires superare videntur ingenii. Et quid mirum? Graeci, cum carerent subsidiis, quae Analysis recentiorum ad summum perfectionis gradum promota in quovis quaestionum arithmeticarum genere nobis praebet, non nisi singularium artificiorum ope scopum attingere, quaesitasque adducere potuerunt solutiones. Ingeniosissimis suppositionibus et absconditis numerorum proprietatibus in resolvendis Problematibus utebantur, eaque admiranda subtilitate ad aequationes primi vel secundi gradus reducebant. Recentiores autem, nimia in calculi magiam fiducia inducti, saepissime in aequationes sive formulas complicatissimas vel plane intractabiles incidunt.

§. 2. Memorabile hujus assertionis exemplum quaestio nobis praebet, cujus solutionem generalem hic exhibebimus, imitando decimam septimam Libri quinti, ubi Diophantus artificio prorsus singulari utitur, cujus dilucidatio Geometrarum attentione non indigna videtur, et de quo dubito, an quid elegantius excogitari possit. Quo autem facilius intelligatur solutio generalis, a casu speciali incipiemus. Propositum itaque sit: Dividere datum numerum a in quinque partes, quae quaternae conjunctae, faciant quadratum?

Ponantur quinque partes quaesitae x, y, z, t, u, et sequentibus satisfaciendum erit aequationibus:

$$1)\ x+y+z+t+u=a,\quad 2)\ x+y+z+t=\square=p^2,$$
$$3)\ x+y+z+u=\square=q^2,\quad 4)\ x+y+t+u=\square=r^2,$$
$$5)\ x+z+t+u=\square=s^2,\quad 6)\ y+z+t+u=\square=v^2.$$

Primum observamus, numerum datum a summam esse omnium partium, quare singula quadrata p^2, q^2, etc. $< a$ erunt. Porro $p^2+q^2+r^2+s^2+v^2=4(x+y+z+t+u)=4a$. Eo igitur deducta est quaestio, ut inveniantur quinque quadrata, quorum quodlibet sit minus numero a, summa autem $=4a$. Praeter has duas conditiones nulla adest alia naturam numerorum x, y, z, t, u indicans; quam obrem in resolvendo hoc problemate plane indeterminato nihil impedit, quominus duabus istis conditionibus novam adjungamus, quod videlicet quadrata p^2, q^2, r^2, s^2, v^2 a se invicem non multum differant, id est binorum differentia sit fractio admodum parva.

Hac hypothesi adjecta perspicuum est, singulorum quadratorum valores proxime ad numerum $\frac{4a}{5}$ accedere, vel ut ait Diophantus, huic numero adaequari debere. Et nunc solutio problematis nostri sequenti modo feliciter absolvitur:

Quaeratur ante omnia numerus Z, unitate major et ita comparatus, ut $\frac{4a}{5} + \frac{1}{Z^2}$ evadat = quadrato indeterminato P^2. Haec aequatio, per quadratum 25 multiplicata, in $20a + (\frac{5}{Z})^2 = \square$, vel posito $Z = 5Z'$, in hanc: $20aZ'^2 + 1 = \square = P'^2$ abit. Ad eam solvendam fingamus indeterminatam $P' = 1 - \alpha Z'$, denotante α novam indeterminatam, et habebimus $20aZ'^2 + 1 = 1 - 2\alpha Z' + \alpha^2 Z'^2$, ex qua, si $\alpha = \frac{m}{n}$ statuatur, $Z' = \frac{2mn}{m^2 - 20an^2}$ sequitur. Cum vero numeri m et n ab arbitrio pendeant; infinitis modis eos ita sumere licet, ut valor Z' non solum unitate, sed numero quovis major evadat. Ergo et infiniti quadrati P^2 valores assignari poterunt, qui quam proxime ad $\frac{4a}{5}$ accedunt. Superest, ut ex uno eorum quadrata p^2, q^2 etc. ita determinemus, ut singula eorum quadrato P^2 adaequentur. At P^2 vel $\frac{4a}{5} + \frac{1}{Z^2}$ suapte natura est fractio, quam per $\frac{M}{N}$ designabimus, et desuper jam antea observatum est, summam quadratorum p^2, q^2, r^2, s^2, v^2 esse $= 4a$. Noscimus autem, omnes numeros esse vel quadratos, vel ex duobus, tribus aut quatuor quadratis compositos, nec non: Omnia quadrata in summam duorum esse solubilia. Ergo et numerus $4a$ in summam quinque quadratorum g^2, h^2, i^2, k^2, l^2, dividi poterit, ita ut sit:

$$p^2 + q^2 + r^2 + s^2 + v^2 = g^2 + h^2 + i^2 + k^2 + l^2,$$

hisce praemissis, sumamus:

$$P = \frac{M}{N} = g + \alpha . \frac{1}{N} = g + \alpha X, \text{ ubi } X = \frac{1}{N},$$
$$= h + \beta . \frac{1}{N} = h + \beta X$$
$$= i + \gamma . \frac{1}{N} = i + \gamma X$$
$$= k + \delta . \frac{1}{N} = k + \delta X$$
$$= l + \varepsilon . \frac{1}{N} = l + \varepsilon X,$$

habebimus igitur $\alpha = M - gN$

$$\beta = M - hN$$
$$\gamma = M - iN$$
$$\delta = M - kN$$
$$\varepsilon = M - lN,$$

et patet, valorem $P^2 = (g + \alpha X)^2 = (h + \beta X)^2 = $ etc. proxime ad numerum $\frac{4a}{5}$ accedere. Cum vero quadrata p^2, q^2, etc. quadrato P^2 adaequari debeant, valores p, q, r, etc. a P paululum diversi, ab hoc deduci poterunt, si in expressionibus ipsius P, iisdem manentibus g, α, h, β etc. tantum fractio $\frac{1}{N}$ vel X transmutetur in $\frac{1}{N'}$ vel X', et ob suppositam quadratorum P^2, p^2, q^2 etc. adaequalitatem differentia fractionum X et X' admodum erit parva. Quemadmodum nimirum $P = g + \alpha X$, $= h + \beta X$ etc. posueramus; ita nunc $p = g + \alpha X'$, $q = h + \beta X'$, $r = i + \gamma X'$, $s = k + \delta X'$, $v = l + \varepsilon X'$ fingamus. Summa igitur

$p^2 + q^2 + r^2 + s^2 + v^2$ erit

$$= g^2 + h^2 + i^2 + k^2 + l^2 + 2\,(g\alpha + h\beta + i\gamma + k\delta + l\varepsilon)\,X'$$
$$+ (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \varepsilon^2)\,X'^2,$$

proinde $X' = -2\left(\frac{g\alpha + h\beta + i\gamma + k\delta + l\varepsilon}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \varepsilon^2}\right)$,

ex hoc valore deducuntur

$$\begin{aligned} p &= g + \alpha X' \\ q &= h + \beta X' \\ r &= i + \gamma X' \\ s &= k + \delta X' \\ v &= l + \varepsilon X' \\ x &= a - v^2 \\ y &= a - s^2 \\ z &= a - r^2 \\ t &= a - q^2 \\ u &= a - p^2. \end{aligned}$$

§. 3. Et nunc probandum est, valores inventos quaestioni propositae satisfacere; scilicet singula quadrata p^2, q^2 etc. non solum numero dato a esse minora, sed et eorum summam $= 4a$. Secunda conditio ex ipsa solutionis operatione per se patet; prima autem quod singula nimirum quinque quadrata p^2, q^2 etc. numero a sint minora, et proinde partes quaesitae x, y, z etc. positivae, ita demonstrari potest:

Cum sit $P^2 = (g + \alpha X)^2$, et $p^2 = (g + \alpha X')^2$, habebimus: $P^2 - p^2 = (X - X')\,[2\,g\,\alpha + \alpha^2\,(X + X')]$. Sed numeri X et X′ vel $\frac{1}{N}$ et $\frac{1}{N'}$ sunt fractiones inter se proximae et N numerus quantumvis magnus esse potest, ergo differen-

tia $X - X'$ tam prope ad o accedit quam volumus, id est, p^2 et ob similem rationem et cetera quadrata adaequantur P^2. At $P^2 = \frac{4a}{5} + \frac{1}{Z^2} < a$; per consequens et quadrata p^2, q^2, etc. numero a minora esse debent.

§. 4. Illustremus hanc solutionem sequenti exemplo: Datus numerus esto 21, et $4a = 84$, proinde $Z' = \frac{2mn}{m^2 - 420n^2}$, ubi pro indeterminatis m et n ejusmodi sumi debent numeri, ut $Z' > 1$ evadat. Ponatur $n = 1$, et perspicuum est, si loco m^2 accipiatur quadratum producto $420n^2$, vel 420 proximum, huic conditioni satisfieri. Fiat igitur $m = 21$, per consequens $Z' = 2$ et $Z = 10$ evadent, quare P^2 vel $\frac{4a}{5} + \frac{1}{Z^2}$ erit $= \frac{84}{5} + \frac{1}{100} = \frac{1681}{100} = (\frac{41}{10})^2$, ergo $M = 41$, et $N = 10$. Cum autem $4a = 84 = 1 + 9 + 25 + 49$ et $1 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25}$, obtinebimus: $g = \frac{3}{5}$, $h = \frac{4}{5}$, $i = 3$, $k = 5$, $l = 7$, proinde $\alpha = 35$, $\beta = 33$, $\gamma = 11$, $\delta = -9$, $\varepsilon = -29$ et $X' = \frac{1676}{16785}$. Habemus igitur:

$$p = g + \alpha X' = \frac{3}{5} + \frac{35 \cdot 1676}{16785} = \frac{68731}{16785}$$

$$q = h + \beta X' = \frac{4}{5} + \frac{33 \cdot 1676}{16785} = \frac{68736}{16785}$$

$$r = i + \gamma X' = 3 + \frac{11 \cdot 1676}{16785} = \frac{68791}{16785}$$

$$s = k + \delta X' = 5 - \frac{9 \cdot 1676}{16785} = \frac{68841}{16785}$$

$$v = l + \varepsilon X' = 7 - \frac{29 \cdot 1676}{16785} = \frac{68891}{16785}$$

$p^2 = \frac{4723950361}{281736225}$; $q^2 = \frac{4724637696}{281736225}$; $r^2 = \frac{4732201681}{281736225}$; $s^2 = \frac{4739083281}{281736225}$; $v^2 = \frac{4745969881}{281736225}$.

Proinde partes quaesitae dati numeri 21 erunt:

$$x = a - v^2 = \frac{1170490844}{281736225} = 4\ \frac{43545944}{281736225}$$

$$y = a - s^2 = \frac{1177377444}{281736225} = 4\ \frac{50432544}{281736225}$$

$$z = a - r^2 = \frac{1184259044}{281736225} = 4\ \frac{57314144}{281736225}$$

$$t = a - q^2 = \frac{1191823029}{281736225} = 4\ \frac{64878129}{281736225}$$

$$v = a - p^2 = \frac{1192510364}{281736225} = 4\ \frac{65565464}{281736225}.$$

Hi valores quaestionem solvunt: est enim:

1) $x + y + z + t + v = 21 = a.$

2) $x + y + z + t = \frac{4723950361}{281736225} = \left(\frac{68731}{16785}\right)^2 = p^2.$

etc.

Alii valores pro x, y, z, t, u sequerentur ex aliis atque aliis pro n et m assumptis numeris, quos in infinitum variare licet.

§. 5. Transeamus nunc ad solutionem generalem problematis propositi, et ponamus numerum partium in quas numerus datus a dividendus sit, $= n$, partes autem ipsius $\overset{(1)}{x}$, $\overset{(2)}{x} \ldots \overset{(n)}{x}$; tunc sequentibus satisfacere debemus aequationibus:

1) $\overset{(1)}{x} + \overset{(2)}{x} + \overset{(3)}{x} \ldots + \overset{(n-1)}{x} + \overset{(n)}{x} = a.$

2) $\overset{(1)}{x} + \overset{(2)}{x} \ \ldots \ + \overset{(n-1)}{x} = \square = p^2,$

3) $\overset{(1)}{x} + \overset{(2)}{x} \ \ldots \ + \overset{(n-2)}{x} + \overset{(n)}{x} = \square = q^2,$

$$4)\ \overset{(1)}{x} + \overset{(2)}{x} \ \ldots + \overset{(n-3)}{x} + \overset{(n-1)}{x} + \overset{(n)}{x} = \square = r^2,$$

$$5)\ \overset{(1)}{x} + \overset{(2)}{x} \ \ldots + \overset{(n-4)}{x} + \overset{(n-2)}{x} + \overset{(n-1)}{x} + \overset{(n)}{x} = \square = s^2$$

.
.
.

$$n+1)\ \overset{(2)}{x} + \overset{(3)}{x} \ldots + \overset{(n-1)}{x} + \overset{(n)}{x} = \square = w^2.$$

ubi numerus quadratorum p^2, q^2, etc. est n, quorum quodlibet numero dato a minus esse debet. Cum vero summa

$$p^2 + q^2 \ldots + w^2 = (n-1)\overset{(1)}{x} + (n-1)\overset{(2)}{x} \ldots + (n-1)\overset{(n)}{x} = (n-1)a,$$

id agitur, ut inveniantur n quadrata, quorum singula numero a sint minora, summa autem $= (n-1)$. Praeter has duas conditiones, quibus satisfaciendum est, nulla adest alia; quare quadrata p^2, q^2, r^2 etc. sunt indeterminata, ita ut, ea a se invicem paululum esse diversa, adjicere nobis liceat hypothesin, qua admissa patet, singula haec quadrata numero $\frac{(n-1)a}{n}$ adaequari oportere.

Denotet jam, ut supra, Z quantitatem unitate majorem et ita comparatam, ut $\frac{(n-1)a}{n} + \frac{1}{Z^2} = \square = P^2$ evadat, et si $Z = nZ'$ ponatur, μ et ν autem numeros indeterminatos significent, per eundem calculum quem §. 3. exhibuimus, $Z' = \frac{2\nu\mu}{\mu^2 - n(n-1)a\nu^2}$ invenietur, ubi μ et ν ita sunt assumendi, ut numerator denominatorem superet, id quod fiet, e. g. si ν pro lubitu sumatur, μ^2 autem quadratum, producto $n(n-1)a\nu^2$ in integris proximum significet. Determinatis nunc valoribus Z' et Z, numerum

$(n-1)\,a$ dividamus in n quadrata ${}^{(1)}h^2$, ${}^{(2)}h^2$, ${}^{(3)}h^2 \ldots {}^{(n)}h^2$, quod semper effici potest, si quidem, ut supponimus, numerus n non sit minor ternario. Ponamus igitur

$$(n-1)\,a = {}^{(1)}h^2 + {}^{(2)}h^2 + {}^{(3)}h^2 \ldots + {}^{(n)}h^2,$$

ubi ${}^{(1)}h^2$, ${}^{(2)}h^2$, etc. quantitates cognitas repraesentant, quarum nonnullae numero a majores esse possunt.

Sed P, ex eo quod diximus, necessario est fractio. Quodsi itaque statuamus:

$$\begin{aligned} P = \tfrac{M}{N} &= {}^{(1)}h + \alpha \,.\, \tfrac{1}{N} = {}^{(1)}h + \alpha X \\ &= {}^{(2)}h + \beta \,.\, \tfrac{1}{N} = {}^{(2)}h + \beta X \\ &= {}^{(3)}h + \gamma \,.\, \tfrac{1}{N} = {}^{(3)}h + \gamma X \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

existente $\frac{1}{N} = X$: obtinebimus

$$\begin{aligned} \alpha &= M - {}^{(1)}h\,N \\ \beta &= M - {}^{(2)}h\,N \\ \gamma &= M - {}^{(3)}h\,N \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Cum vero quadratum P^2, ut postulabatur, adaequetur numero $\frac{(n-1)\,a}{n}$, et quadrata p^2, q^2, r^2 etc. eidem valori adaequari debeant: perspicuum est, haec quadrata a valoribus ${}^{(1)}h + \alpha X$, ${}^{(2)}h + \beta X$ etc. non multum differre. Positis nimirum $p = {}^{(1)}h + \alpha X'$, $q = {}^{(2)}h + \beta X'$, $r = {}^{(3)}h + \gamma X'$ etc. sequitur ob adaequalitatem modo dictam, fractionum

X et X′ differentiam admodum esse parvam. Felicissimae hujus fictionis ope solutio nostra nunc ita absolvitur:

Habemus:
$$p^2 = {}^{(1)}h^2 + 2\,{}^{(1)}h\,\alpha X' + \alpha^2 X'^2$$
$$q^2 = {}^{(2)}h^2 + 2\,{}^{(2)}h\,\beta X' + \beta^2 X'^2$$
$$r^2 = {}^{(3)}h^2 + 2\,{}^{(3)}h\,\gamma X' + \gamma^2 X'^2$$
etc.

Ergo
$$p^2 + q^2 + r^2 + \text{etc.} = {}^{(1)}h^2 + {}^{(2)}h^2 + {}^{(3)}h^2 \ldots + 2\,({}^{(1)}h\,\alpha + {}^{(2)}h\,\beta + {}^{(3)}h\,\gamma \ldots)\,X' + (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \ldots)\,X'^2.$$
Sed
$$p^2 + q^2 + r^2 \ldots + w^2 = (n-1)\,a = {}^{(1)}h^2 + {}^{(2)}h^2 + {}^{(3)}h^2 + \text{etc.}$$

Proinde
$$X' = -2\left(\frac{{}^{(1)}h\,\alpha + {}^{(2)}h\,\beta + {}^{(3)}h\,\gamma + \text{etc.}}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \text{etc.}}\right),$$
hoc autem valore invento, prodit:
$$p = {}^{(1)}h + \alpha X',$$
$$q = {}^{(2)}h + \beta X',$$
$$r = {}^{(3)}h + \gamma X',$$
etc.

et
$${}^{(1)}x = a - w^2$$
$${}^{(2)}x = a - v^2$$
$$\vdots$$
$${}^{(n)}x = a - p^2.$$

Hos autem valores quaestionem solvere, eodem prorsus, quo in praecedente solutione usi sumus, ratiocinio demonstrari potest.

§. 6. Unum adhuc superest. Si quis de summa solutionis Diophanteae, quam dedimus, praestantia dubitet, illum provocamus aliam ejusdem Problematis proferre solutionem simpliciorem ac elegantiorem, ad quam perficiendam omnia calculi recentiorum subsidia sponte ei relinquimus. Nobis aequationes primi gradus et elementa calculi algebraici sufficiebant.

DÉTERMINATION ASTRONOMIQUE
DE QUELQUES VILLES DE L'EMPIRE RUSSE,

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté le 17. Septembre 1806.

Après mon retour d'Irkoutsk je m'occupai incessamment, à calculer les observations que j'avais pu faire pendant mon voyage, et que j'eus l'honneur d'envoyer à l'Académie, à mesure qu'elles étaient faites. La manière rapide dont j'étais obligé de faire ce voyage, pour arriver à Irkoutsk le 1 Septembre, terme peremtoire fixé par le chef de l'ambassade, me permettait à peine, de m'arrêter dans toutes les villes de gouvernemens, assés longtems pour examiner la marche du chronomêtre, et pour déterminer l'élévation du pole. Il ne m'était pas permis d'attendre l'occasion de faire des observations pour déterminer la longitude; de sorte que je n'ai pu observer que peu de distances de la lune, et aucune éclipse ou occultation. Mon espoir de pouvoir réparer celà l'été sui-

vant à mon retour, où j'aurais eu probablement la liberté de m'arrêter plus long-tems, pour faire des observations importantes, sans devoir me contenter des phénomènes qui se présentent tous les jours — cet espoir fut frustré, parceque j'étais obligé de faire ce voyage pendant les mois d'Octobre, de Novembre et de Décembre, par un froid excessif, et un tems toujours trouble et orageux. L'Académie aura cependant vu par mes rapports que, malgré les fatigues d'un voyage de 6000 Verstes, je n'ai pas perdu un moment, où il y eut moyen de faire des observations.

Le total de mes observations consiste en 1378 hauteurs du soleil pour déterminer le tems vrai, 496 hauteurs du soleil à midi pour trouver l'élévation du pole, 87 observations sur la distance de la lune pour la longitude, et quelques observations pour déterminer la longueur du pendule, et la déclinaison et l'inclinaison de l'aiguille aimantée. Dans toutes ces observations je fus assisté par mon fils, et quelquefois par Mr. le Capitaine Thesleff. Les instrumens dont je me suis servi, sont des sextans à réflexion de 9 pouces, faits par Troughton, et divisés par le nonius en 10 secondes, un chronomètre d'Arnold le pere, des horisons artificiels tant à Mercure qu'à esprit de vin, un *déclinatorium* de Brander, divisé

en 3 minutes, un *inclinatorium* fort vieux, construit d'après la méthode de Bernoulli, et un pendule invariable; mais ces deux instrumens furent tellement dérangés par les mauvais chemins, malgré toutes les précautions que j'avais prises, qu'ils ne m'étaient presque d'aucun usage. J'ai déterminé chaque jour l'erreur de collimation du sextant, en mesurant au moins dix fois le diamètre du soleil. Le chronomètre avait été si bien réglé à l'observatoire, qu'il ne retarda que d'une demi-seconde par jour. Mais je m'apperçus bientôt que le cahotage de la voiture avait tellement altéré sa marche, que je ne pouvais penser à déterminer la longitude des lieux, uniquement par cette marche. J'ai tiré les élémens du calcul de la *connaissance des tems*.

Maintenant je vais communiquer à l'Académie les résultats de mes observations, avec quelque détail, afin qu'Elle puisse juger de la confiance qu'elles méritent.

I. Nizhni-Novgorod, ville de gouvernement.

La position de cette ancienne ville n'ayant jamais été déterminée, je me mis en devoir de m'y arrêter pour faire des observations, quoiqu'elle soit éloignée de Moscou de moins de 400 Verstes. Je fis mes observations dans la cour de mon logis, presqu'au centre de la ville,

proche la maison du gouverneur. Dans le calcul j'ai supposé sa latitude = 56° 20′, sa longitude = 2^h 47′ 20″ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le tems moyen à midi

le $\frac{13}{25}$ Juin = 0^h. 50′. 27″,45.

— — — — — — le $\frac{14}{26}$ — = 0. 50. 25,0.

Accélération dans 24 heures = + 2″,45.

Elévation du pole.

Onze observations faites sur le midi du $\frac{13}{25}$ Juin donnent la vraie hauteur du centre du soleil au méridien = 57° 5′ 51″,25 ; . . 48″,7 ; . . 48″,9 ; . . 53″,9 ; . . 59″,1 ; . 57″,7 ; . . 57″,7 ; . . 58″,2 ; . . 61″,6 ; 59″,5 ; . . 60″,9. Le milieu est = 57° 5′ 56″,1 ; la déclinaison du soleil = + 23° 25′ 32″,7 : ce qui donne . . . . *l'élévation du pole* = 56° 19′ 36″,6.

Vingt-deux observations le $\frac{14}{26}$ Juin donnent la hauteur du soleil au méridien = 57° 4′ 13″,1 ; . . 6″,0 ; . . 4″,2 ; . . 5″,6 ; . . 5″,2 ; . . 4″,2 ; . . 7″,9 ; . . 3″,6 ; . . 1″,2 ; . . 5″,1 ; . . 5″,0 ; . . 5″,2 ; . . 6″,2 ; . . 4″,9 ; . . 7″,1 ; . . 1″,5 ; . . 5″,4 ; . . 1″,1 ; . . 12″,4 ; . . 14″,3 ; . . 14″,3 ; . . 6″,8. Le milieu = 57° 4′ 6″,4 ; la déclinaison du soleil = + 23° 23′ 55″,4 ; *l'élévation du pole* = 56° 19′ 49″.

Le milieu pris entre ces deux jours donne la
latitude de Nizhni-Novgorod = 56° 19′ 43″.
Les limites des observations sont 56° 19′ 31″,2 et 56° 19′ 54″.

II. Casan, ville de gouvernement.

J'observai dans la cour de la maison de Naoumof, dans la *ville basse* sur le Boulak. Dans le calcul, j'ai supposé la latitude et la longitude, telles qu'elles se trouvent dans notre Almanach, savoir 55° 47′ 22″ et 3^h 7′ 38″ Est de Paris.

Marche du Chronomètre.

Retardement sur le moyen tems à midi

	le	19 Juin / 1 Juillet	= 1^h. 9′. 42″,95.
(*) Avance — — — —	le	21 Juin / 3 Juill.	= 0. 49. 10,85.
— — — — — — — —		22 Juin / 4 Juill.	= 0. 49. 20,8.
— — — — — — — —		23 Juin / 5 Juill.	= 0. 49. 14,3.
— — — — — — — —		24 Juin / 6 Juill.	= 0. 49. 21,6.
— — — — — — — —		25 Juin / 7 Juill.	= 0. 49. 31,3.

Accélération dans 24 heures du	21 au 23 Juin	= + 1″,73.
— — — — —	23 — 24 —	= + 7″,3.
— — — — —	24 — 25 —	= + 9″,7.

(*) J'avais négligé la veille de monter la montre.

Hauteur du pole.

Seize observations faites sur le midi du $\frac{19 \text{ Juin}}{1 \text{ Juill.}}$ donnent la vraie hauteur du centre du soleil au méridien = 57° 21′ 44″,4; ..55″,9; ..60″,5; ..46″,7; ..43″,2; ..43″,7; ..42″,9; ..41″,0; ..40″,5; ..40″,0; ..56″,0; ..56″,8; ..57″,7; ..54″,2; ..53″,4; ..52″,4. Le milieu est = 57° 21′ 49″,3; la déclinaison du soleil = + 23° 9′ 41″,5; *l'élévation du pole* = 55° 47′ 52″,2.

Dix-sept observations le $\frac{21 \text{ Juin}}{3 \text{ Juill.}}$ donnent la hauteur du soleil au méridien = 57° 13′ 21″,5; ..31″,8; ..34″,5; ..33″,4; ..33″,3; ..29″,2; ..36″,6; ..34″,6; ..32″,4; ..33″,1; ..21″,7; ..21″,9; ..27″,3; ..24″,6; ..28″,4; ..33″,8; ..22″,1. Le milieu est = 57° 13′ 29″,4; la déclinaison du soleil = + 23° 1′ 9″,7; la *hauteur du pole* = 55° 47′ 40″,3.

Treize observations le $\frac{23 \text{ Juin}}{5 \text{ Juill}}$ donnent la hauteur du soleil à midi = 57° 2′ 60″,0; ..59″,1; ..62″,9; ..59″,8; ..59″,1; ..58″,0; ..59″,4; ..60″,0; ..61″,0; ..60″,6; ..61″,7; ..55″,8; ..60″,0. Le milieu = 57° 2′ 59″,8; la déclinaison du soleil = + 22° 51′ 0″, la *hauteur du pole* = 55° 48′ 0″,2.

Onze observations le $\frac{24 \text{ Juin}}{6 \text{ Juill.}}$ donnent la hauteur du soleil à midi = 56° 57′ 39″,0; ..36″,1; ..33″,0; ..33″,1;

.. 33″,1; .. 30″,0; .. 29″,4; .. 30″,2; .. 35″,3; .. 39″,6; .. 45″,1. Le milieu = 56° 57′ 34″,9; la déclinaison du soleil = + 22° 45′ 19″,4; *l'élévation du pole* = 55° 47′ 44″,5.

Treize observations le $\frac{25 \text{ Juin}}{7 \text{ Juill.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 56° 51′ 23″,3; .. 18″,2; .. 18″,7; .. 11″,7; .. 11″,8; .. 20″,6; .. 21″,5; .. 15″,7; .. 18″,8; .. 18″,8; .. 10″,7; .. 10″,1; .. 13″,1. Le milieu = 56° 51′ 16″,4; la déclinaison du ⊙ = + 22° 39′ 16″,0; *l'élévation du pole* = 55° 47′ 59″,6.

Le milieu entre ces 5 jours donne la

latitude de Casan = 55° 47′ 51″,4.

Les limites des observations sont 55° 47′ 33″ et 55° 48′ 6″.

III. Perm, ville de gouvernement.

Je fis mes observations vis-à-vis les nouvelles boutiques, proche la maison des écoles normales. Dans le calcul j'ai supposé la latitude = 58°; la longitude = 3^h 35′ 20″ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Avance sur le moyen tems à midi

le $\frac{1}{13}$ Juillet = 0^h. 22′. 12″,8.

— — — — — — $\frac{3}{15}$ — = 0. 22. 19,8.

Accélération dans 24 heures = + 3″,5.

Hauteur du pole.

Quinze observations faites sur le midi du $\frac{1}{13}$ Juillet donnent la vraie hauteur du centre du ⊙ au méridien $= 53° 53' 34'',7$; ..40'',4 ; ..43'',5 ; ..43'',7 ; ..42'',2 ; ..35'',6 ; ..37'',0 ; ..36'',2 ; ..35'',8 , ..41'',6 ; ..40'',4 ; ..38'',8 ; ..44'',2 ; ..43'',0 ; ..43'',4. Le milieu est $= 53° 53' 40'',0$; la déclinaison du ⊙ $= + 21° 54' 53'',5$: ce qui donne *l'élévation du pole* $= 58° 1' 13'',5$.

Neuf observations le $\frac{3}{15}$ Juillet donnent la hauteur du ⊙ au méridien $= 53° 35' 43'',5$; ..47'',2 ; ..56'',4 ; ..50'',4 ; ..48'',6 ; ..45'',9 ; ..49'',5 ; ..55'',7 ; ..50'',2. Le milieu $= 53° 35' 49'',7$; la déclinaison du ⊙ $= + 21° 37' 2''$; *l'élévation du pole* $= 58° 1' 12'',3$.

Le milieu entre ces 2 jours donne la
latitude de Perm $= 58° 1' 13''$.
Les limites sont $58° 1' 6''$ et $58° 1' 19''$.

IV. Catherinebourg, ville de district dans le gouvernement de Perm.

Je fis mes observations vis-à-vis de la poste. J'ai supposé la latitude et la longitude de cette ville, telles qu'elles se trouvent dans notre calendrier, c'est-à-dire, $56° 51'$ et $3^h 55'$ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Avance sur le tems moyen à midi

le $\frac{8}{20}$ Juillet $= 0^h. 6'. 8'',6$.

— — — — — — $\frac{9}{21}$ — $= 0. 6. 23,0$.

— — — — — — $\frac{13}{25}$ — $= 0. 6. 42,5$.

— — — — — — $\frac{14}{26}$ — $= 0. 6. 55,5$.

Accélération dans 24 heures, du 8 au 9 $= + 14'',4$;

— — — — — — 8 — 13 $= + 6'',8$;

— — — — — — 8 — 14 $= + 7'',8$.

Hauteur du pole.

Onze observations faites sur le midi du $\frac{8}{20}$ Juillet donnent la vraie hauteur du centre du ⊙ à midi $= 53° 55' 30'' 9$; ..$29'',8$; ..$27'',5$; ..$29'',4$; ..$32'',9$; ..$31'',6$; ..$32'',2$; ..$37'',1$; ..$37'',7$; ..$32'',8$; ..$34'',9$. Le milieu est $= 53° 55' 32'',4$; la déclinaison du ⊙ $= + 20° 46' 6''$: ce qui donne *l'élévation du pole* $= 56° 50' 33'',6$.

Huit observations le $\frac{10}{22}$ Juillet donnent la hauteur du ⊙ à midi $= 53° 32' 35'',0$; ..$34'',6$; ..$34'',2$; ..$34'',2$; ..$30'',9$; ..$25'',8$; ..$21'',3$; ..$21'',8$. Le milieu $= 53° 32' 29'',7$; la déclinaison du ⊙ $= + 20° 23' 12''$; la *hauteur du pole* $= 56° 50' 42'',3$.

Quatre observations le $\frac{12}{24}$ Juillet donnent la hauteur du ⊙ au méridien $= 53° 8' 9'',9$; ..$9'',3$; ..$10'',2$;

*

.. 7″,7. Le milieu = 53° 8′ 9″,3 ; la déclinaison du ☉ = + 19° 58′ 55″ ; la *hauteur du pole* = 56° 50′ 45″,7.

Douze observations le $\frac{14}{26}$ Juillet donnent la hauteur du ☉ à midi = 52° 42′ 53″,6 ; .. 50″,5 ; .. 53″,3 ; .. 48″,3 ; .. 45″,1 ; .. 45″,3 ; .. 45″,6 ; .. 44″,8 ; .. 43″,9 ; .. 44″,4 ; .. 43″,5 ; .. 48″,5. Le milieu = 52° 42′ 47″,2 ; la déclinaison du ☉ = + 19° 33′ 18″,5 ; *l'élévation du pole* = 56° 50′ 31″,3.

Le milieu entre ces 4 jours donne la

latitude de Catherinebourg = 56° 50′ 38″,2.

Les limites des observations sont 56° 50′ 25″ et 56° 50′ 51″.

Longitude.

Le calcul de *six* distances de la lune au soleil, que je mesurai le $\frac{9}{21}$ Juillet, donne la longitude de cette ville = 3^h 53′ 21″,7 ; .. 15″,3 ; .. 21″,9 ; .. 39″,7 ; .. 7″,9 , .. 20″,6 : dont le milieu est = 3^h 53′ 21″,2. En omettant la 4me et la 5me, parcequ'il paraît y avoir quelque faute dans l'observation ou dans le calcul, on trouve le milieu = 3^h 53′ 19″,9. J'adopterai donc la

longitude de Catherinebourg = 3^h 53′ 20″ Est de Paris.

V. Tobolsk, ville de gouvernement.

J'observai dans la maison du marchand Kremloff, vis-à-vis les boutiques, au pied de la montagne. J'ai

supposé, conformément à notre calendrier, la latitude $= 58° 12' 22''$ et la longitude $= 4^h 23' 45''$ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le tems moyen à midi

le $\frac{19}{31}$ Juillet $= 0^h. 22'. 10'',2$.
— — — — — $\frac{22 \text{ Juill.}}{3 \text{ Août}}$ $= 0. 21. 53,65$.
— — — — — $\frac{25 \text{ Juill.}}{6 \text{ Août}}$ $= 0. 21. 27,8$.

Accélération dans 24 heures du 19 au 22 $= + 5'',52$.
— — — — — — 19 — 25 $= + 7'',07$.

Elévation du pole.

Quatorze observations faites sur le midi du $\frac{19}{31}$ Juillet, donnent la vraie hauteur du centre du ⊙ au méridien $= 50° 12' 26'',4$; ..$14'',7$; ..$14'',7$; ..$14'',3$; ..$17'',4$; ..$27'',0$; ..$26'',4$; ..$23'',2$; ..$27'',6$; ..$26'',1$; ..$20'',8$; ..$24'',3$; ..$18'',2$; ..$25'',8$. Le milieu est $= 50° 12' 21'',9$; la déclinaison du ⊙ $= + 18° 23' 58''$: ce qui donne *l'élévation du pole* $= 58° 11' 36'',1$.

Neuf observations le $\frac{22 \text{ Juill.}}{3 \text{ Août}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi $= 49° 26' 50'',8$; ..$51'',3$; ..$52'',2$; ..$59'',0$; ..$49'',9$; ..$50'',9$; ..$56'',9$; ..$60'',1$; ..$58'',7$. Le milieu $= 49° 26' 54'',4$; la déclinaison du ⊙ $= + 17° 38' 33''$; la *hauteur du pole* $= 58° 11' 38'',6$.

Sept observations le $\frac{25 \text{ Juill.}}{6 \text{ Août}}$ donnent la hauteur du ☉ à midi $= 48° 38' 39'',6$; .. $36'',5$; .. $38'',2$; .. $45'',8$; .. $47'',3$; .. $42'',5$; .. $33'',6$. Le milieu $= 48° 38' 40'',5$; la déclinaison du ☉ $= + 16° 50' 33'',4$; *l'élévation du pole* $= 58° 11' 52'',9$.

Le milieu entre ces 3 jours donne la

latitude de Tobolsk $= 58° 11' 42'',6$.

Les limites des observations sont $= 58° 11' 30''$ et $58° 12' 0''$.

VI. Tara, ville de district dans le gouvernement de Tobolsk.

Je fis mes observations dans la belle maison du marchand Nerpinn. Dans le calcul, j'ai supposé la latitude $= 56° 54' 42''$, conformément à notre calendrier, et la longitude, d'après les cartes $= 4^h 46'$ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le moyen tems à midi

le $\frac{1}{13}$ Août $= 0^h. 44'. 35'',4$.

(*) Avance — — — $\frac{2}{14}$ — $= 0. 12. 13,1$.

Hauteur du pole.

Treize observations faites sur le midi du $\frac{1}{13}$ Août, donnent la vraie hauteur du centre du ☉ au méridien

(*) C'est la seconde fois que j'ai négligé de monter le chronomètre.

$= 47^\circ 54' 61'',7$; .. $60'',4$; .. $58'',8$; .. $51'',4$; .. $53'',7$; .. $53'',5$; .. $57'',5$; .. $54'',1$; .. $53'',5$; .. $53'',1$; .. $53'',5$; .. $50'',7$; .. $53'',2$. Le milieu est $= 47^\circ 54' 55'',0$; la déclinaison du ⊙ $= + 14^\circ 49' 37''$; ce qui donne l'élévation du pole $= 56^\circ 54' 42''$.

Quinze observations le $\frac{2}{14}$ Août, donnent la hauteur du ⊙ à midi $= 47^\circ 36' 58'',4$; .. $64'',8$; .. $60'',8$; .. $64'',0$; .. $60'',1$; .. $58'',2$; .. $57'',7$; .. $54'',4$; .. $57'',2$; .. $56'',1$; .. $63'',5$; .. $56'',6$; .. $58'',2$; .. $57'',1$; .. $59'',5$. Le milieu $= 47^\circ 36' 59'',0$; la déclinaison du ⊙ $= + 14^\circ 31' 19''$; *l'élévation du pole* $= 56^\circ 54' 20''$.

Le milieu entre ces 2 jours donne la
latitude de Tara $= 56^\circ 54' 31''$.
Les limites des observations sont $56^\circ 54' 14''$ et $56^\circ 54' 46''$.

VII. Tomsk, ville de gouvernement.

J'observai dans la maison du marchand Kirpitschnicof, presqu'au centre de la basse ville. J'ai supposé, dans le calcul, la latitude et la longitude, telles qu'elles se trouvent dans notre almanach, savoir, $56^\circ 29' 58''$ et $5^h 30' 29''$ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le moyen tems à midi

le $\frac{14}{26}$ Août $= 0^h. 29'. 13'',0.$

— — — — — — $\frac{15}{27}$ — $= 0. 29. 11,6.$

Accélération dans 24 heures $= + 1'',4.$

Elévation du pole.

Neuf observations faites sur le midi du $\frac{14}{26}$ Août, donnent la vraie hauteur du centre du ⊙ au méridien $= 44° 5' 64'',5$; . . $60'',2$; . . $58'',9$; . . $64'',3$; . . $53'',9$; . . $59'',7$; . . $57'',9$; . . $61'',0$; . . $54'',3$. Le milieu est $= 44° 5' 59'',4$; la déclinaison du ⊙ $= + 10° 35' 36''$: ce qui donne *l'élévation du pole* $= 56° 29' 36'',6$.

Quatre observations le $\frac{15}{27}$ Août, donnent la hauteur du ⊙ à midi $= 43° 44' 62'',4$; . . $57'',9$; . . $54'',6$; . . $61'',0$. Le milieu $= 43° 44' 59'',0$; la déclinaison du ⊙ $= + 10° 14' 40'',1$; l'élévation du pole $= 56° 29' 41'',1$.

Le milieu entre ces 2 jours donne la

latitude de Tomsk $= 56° 29' 38'',9$.

Les limites des observations sont $= 56° 29' 32''$ et $56° 29' 45''$.

VIII. Krasnoyarsk, ville de district dans le gouvernement de Tomsk.

Je fis mes observations dans un jardin vis-à-vis du batiment des tribunaux. J'ai supposé, d'après les cartes,

la latitude = 56° 1′, la longitude = 6^h 2′ 40″ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le tems moyen à midi

le $\frac{23 \text{ Août}}{4 \text{ Sept.}}$ = 0^h 58′ 54″,5.

Elévation du pole.

Dix-sept observations faites sur le midi du $\frac{23 \text{ Août}}{4 \text{ Sept.}}$, donnent la hauteur vraie du centre du soleil au méridien = 41° 21′ 28″,7; ..21″,6; ..29″,9; ..20″,8; ..21″,1; ..19″,7; ..19″,8; ..20″,7; ..20″,2; ..17″,4; ..19″,2; ..28″,8; ..28″,3; ..28″,8; ..22″,0; ..30″,1; ..29″,3. Le milieu est = 41° 21′ 23″,9; la déclinaison du ☉ = + 7° 22′ 25″,9: ce qui donne la

latitude de Krasnoyarsk = 56° 1′ 2″.

Les limites des observations sont = 56° 0′ 56″ et 56° 1′ 8″.

IX. Nizhni-Oudinsk, ville de district dans le gouvernement d'Irkoutsk.

J'observai dans la maison de Mr. Alexéyef, sur le bord septentrional de l'Ouda. J'ai supposé, dans le calcul, la latitude = 54° 55′, la longitude = 6^h 25′ 20″ Est de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le moyen tems à midi

le $\frac{30 \text{ Août}}{11 \text{ Sept.}}$	=	1^h. 21′. 29″,4.
— — — — — — $\frac{31 \text{ Août}}{12 \text{ Sept.}}$	=	1. 21. 41,6.
— — — — — le $\frac{1}{13}$ Oct.	=	1. 14. 59,27.
— — — — — — $\frac{2}{14}$ —	=	1. 14. 45,4.

Retardement dans 24 heures du 30 au 31 Août = — 12″,2.
Accélération — — — 1 — 2 Oct. = + 13″,9.
Accélération — — — 31 Août au 1 Oct. = + 13″,0.

Hauteur du pole.

Quinze observations faites sur le midi du $\frac{31 \text{ Août}}{12 \text{ Sept.}}$, donnent la vraie hauteur du centre du ☉ au méridien = 39° 26′ 56″,0 ; . . 61″,6 ; . . 69″,2 ; . . 69″,1 ; . . 62″,9 ; . . 64″,0 ; . . 64″,6 ; . . 66″,1 ; . . 66″,4 ; . . 59″,6 ; . . 72″,2 ; . . 72″,3 ; . . 79″,2 ; . . 70″,1 ; . . 73″,3. Le milieu est = 39° 27′ 7″,1 ; la déclinaison du ☉ = + 4° 22′ 30″ : ce qui donne *l'élévation du pole* = 54° 55′ 22″,9.

Onze observations le $\frac{1}{13}$ Octobre, donnent la hauteur du ☉ à midi = 27° 28′ 5″,4 ; . . 5″,5 ; . . 11″,8 ; . . 6″,9 ; . . 12″,6 ; . . 9″,9 ; . . 11″,5, . . 7″,6 ; . . 11″,0 ; . . 10″,3 ; . . 7″,4. Le milieu = 27° 28′ 9″,1 ; la déclinaison du ☉ = — 7° 36′ 29″ ; *l'élévation du pole* = 54° 55′ 21″,9.

Le milieu entre ces deux jours donne la

latitude de Nizhni-Oudinnsk = 54° 55′ 22,″4.

Les limites des observations sont = 54° 55′ 11″ et 54° 55′ 34″.

Longitude.

Le calcul de *sept* distances de la lune au soleil, que je mesurai le $\frac{1}{13}$ Octobre, donne la longitude de cette ville = 6^h 26′ 47″,7; .. 49″,6; .. 39″,0; .. 51″,1; .. 42″,3; .. 46″,4; .. 46″,7.

Le milieu donne la

longitude de Nizhni-Oudinnsk = 6^b 26′ 46″,1 Est de Paris.

X. Irkoutsk, ville de gouvernement.

Je fis mes observations dans la belle maison du marchand Sibiräcof, sur le bord de l'Angara. Dans le calcul, j'ai supposé la latitude et la longitude, telles qu'elles se trouvent dans notre almanach, c'est-à-dire, 52° 18′ 15″ et 6^b 48′ 54″ de Paris.

Marche du chronomètre.

Retardement sur le moyen tems à midi

le	$\frac{6}{18}$	Septembre	=	1^h. 41′. 1″,2.
— — — — —	$\frac{9}{21}$	—	=	1. 41. 8,2.
— — — — —	$\frac{10}{22}$	—	=	1. 40. 50,3.
— — — — —	$\frac{11}{23}$	—	=	1. 40. 42,3.
— — — — —	$\frac{12}{24}$	—	=	1. 40. 35,0.
— — — — —	$\frac{14}{26}$	—	=	1. 39. 28,0.

*

Retardement sur le moyen tems à midi -

le $\frac{16}{28}$ Sept. = $1^h. 38'. 54'',5$.
— — — — — $\frac{17}{29}$ — = 1. 38. 38,1.
— — — — — $\frac{18}{30}$ — = 1. 38. 40,9.
— — — — — $\frac{20 \text{ Sept.}}{2 \text{ Oct.}}$ = 1. 38. 22,1.
— — — — — $\frac{21 \text{ Sept.}}{3 \text{ Oct.}}$ = 1. 37. 56,8.
— — — — — $\frac{22 \text{ Sept.}}{4 \text{ Oct.}}$ = 1. 37. 42,9.
— — — — — $\frac{23 \text{ Sept.}}{5 \text{ Oct.}}$ = 1. 37. 30,3.
— — — — — $\frac{24 \text{ Sept.}}{6 \text{ Oct.}}$ = 1. 37. 28,4.
— — — — — $\frac{26 \text{ Sept.}}{8 \text{ Oct.}}$ = 1. 37. 1,4.

Retardement dans 24 heures du 6 au 9 Sept. = — $2'',3$.
Accélération — — — 6 – 10 — = + $2'',7$.
— — — — — 6 – 11 — = + $3'',8$.
— — — — — 6 – 12 — = + $4'',4$.
— — — — — 6 – 14 — = + $11'',6$.
— — — — — 6 – 16 — = + $12'',7$.
— — — — — 6 – 17 — = + $13'',0$.
— — — — — 6 – 18 — = + $11'',7$.
— — — — — 6 – 20 — = + $11'',4$.
— — — — — 6 – 21 — = + $12'',3$.
— — — — — 6 – 22 — = + $12'',4$.
— — — — — 6 – 23 — = + $12'',4$.
— — — — — 6 – 24 — = + $11'',8$.
— — — — — 6 – 26 — = + $12'',0$.

Elèvation du pole.

Quatorze observations faites sur le midi du $\frac{6}{18}$ Sept. donnent la vraie hauteur du centre du ☉ au méridien = 39° 47′ 35″,0; ..38″,3; ..41″,8; ..41″,0; ..34″,9; ..35″,5; ..39″,7; ..38″,8; ..31″,7; ..25″,4; ..26″,2; ..29″,1; ..39″,9; ..27″,3. Le milieu est = 39° 47′ 34″,6; la déclinaison du ☉ = + 2° 4′ 13″: ce qui donne la *hauteur du pole* = 52° 16′ 38″,4.

Quinze observations le $\frac{9}{21}$ Sept. donnent la hauteur du ☉ à midi = 38° 37′ 23″,5; ..23″,4; ..26″,6; ..25″,7; ..27″,2; ..27″,3; ..25″,8; ..18″,3; ..16″,9; ..17″,8; ..17″,4; ..18″,1; ..15″,9; ..15″,0; ..15″,8. Le milieu est = 38° 37′ 21″,0; la déclinaison du ☉ = + 0° 54′ 12″; *l'élévation du pole* = 52° 16′ 51″.

Quinze observations le $\frac{10}{22}$ Sept. donnent la hauteur du ☉ à midi = 38° 14′ 8″,6; ..9″,2; ..10″,1; ..4″,4; ..10″,0; ..8″,7; ..11″,3; ..6″,6; ..6″,7; ..11″,2; ..6″,1; ..7″,7; ..6″,5; ..15″,2; ..5″,7. Le milieu = 38° 14′ 8″,5; la déclinaison du ☉ = + 0° 30′ 49″; la *hauteur du pole* = 52° 16′ 40″,5.

Quatorze observations le $\frac{11}{23}$ Sept. donnent la hauteur du ☉ à midi = 37° 50′ 42″,5; ..31″,0; ..32″,0; ..33″,2; ..31″,4; ..33″,1; ..27″,9; ..27″,5; ..28″,4;

..28″,9; ..28″,7; ..28″,5; ..29″,5; ..24″,0. Le milieu = 37° 50′ 30″,5; la déclinaison du ⊙ = + 0° 7′ 25″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 54″,5.

Treize observations le $\frac{12}{24}$ Sept. donnent la hauteur du ⊙ à midi = 37° 27′ 17″,9; ..17″,1; ..17″,6; ..12″,0; ..15″,0; ..16″,5; ..19″,0; ..18″,3; ..17″,5; ..11″,1; ..11″,5; ..16″,3; ..17″,8. Le milieu = 37° 27′ 16″; la déclinaison du ⊙ = — 0° 16′ 1″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 43″.

Dix-sept observations le $\frac{13}{25}$ Sept. donnent la hauteur du ⊙ à midi = 37° 3′ 38″,8; ..38″,5; ..39″,4; ..37″,6; ..38″,3; ..37″,8; ..38″,0; ..40″,0; ..37″,6; ..33″,5; ..35″,3; ..35″,2; ..33″,0; ..34″,3; ..34″,5; ..35″,2; ..35″,4. Le milieu = 37′ 3′ 36″,6; la déclinaison du ⊙ = — 0° 39′ 28″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 55″,4.

Douze observations le $\frac{14}{26}$ Sept. donnent la hauteur du ⊙ à midi = 36° 40′ 24″,0; ..25″,6; ..25″,5; ..21″,1; ..17″,3; ..17″,3; ..24″,2; ..25″,2; ..19″,6; ..18″,4; ..17″,6; ..19″,7. Le milieu = 36° 40′ 21″,3; la déclinaison du ⊙ = — 1° 2′ 55″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 43″,7.

Dix observations le $\frac{17}{29}$ Sept. donnent la hauteur du ⊙ à midi = 35° 30′ 7″,9; ..16″,1; ..17″,0; ..7″,6;

..9″,2; ..14″,5; ..17″,3; ..7″,2; ..14″,1; ..12″,4. Le milieu = 35° 30′ 12″,3; la déclinaison du ⊙ = — 2° 13′ 13″; *l'élévation du pole* = 52° 16′ 34″,7.

Onze observations le $\frac{18}{30}$ Sept. donnent la hauteur du ⊙ à midi = 35° 6′ 40″,1; ..40″,4; ..33″,7; ..40″,8; ..38″,7; ..41″,3; ..37″,5; ..36″,5; ..35″,1; ..35″,0; ..40″,6. Le milieu = 35° 6′ 38″,2; la déclinaison du ⊙ = — 2° 36′ 37″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 44″,8.

Douze observations le $\frac{\text{21 Sept.}}{\text{3 Oct.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 33° 56′ 54″,3; ..51″,1; ..54″,1; ..50″,3; ..44″,4; ..46″,9; ..46″,9; ..43″,7; ..45″,6; ..43″,0; ..49″,0; ..47″,5. Le milieu = 33° 56′ 48″,1; la déclinaison du ⊙ = — 3° 46′ 37″: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 34″,9.

Quinze observations le $\frac{\text{22 Sept.}}{\text{4 Oct.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 33° 33′ 28″,7; ..39″,2; ..31″,8; ..44″,9; ..36″,5; ..36″,0; ..37″,4; ..41″,6; ..41″,6; ..41″,2; ..39″,1; ..40″,6; ..35″,2; ..32″,8; ..38″,0. Le milieu = 33° 33′ 37″,6; la déclinaison du ⊙ = — 4° 9′ 52″: la *hauteur du pole* = 52° 16′ 30″,4.

Quatorze observations le $\frac{\text{23 Sept.}}{\text{5 Oct.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 33° 10′ 24″,5; ..24″,3; ..27″,5; ..23″,9; ..23″,9; ..26″,1; ..26″,5; ..26″,7; ..25″,1; ..27″,1;

.. 21″,9 ; .. 26″,8 ; .. 25″,1 ; .. 22″,2. Le milieu = 33° 10′ 25″,1 ; la déclinaison du ⊙ = — 4° 33′ 4″,3: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 30″,6.

Seize observations le $\frac{24 \text{ Sept.}}{6 \text{ Oct.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 32° 47′ 6″,1 ; .. 4″,8 ; .. 7″,1 ; .. 8″,1 ; .. 7″,0 ; .. 12″,9 ; .. 11″,9 ; .. 10″,5 ; .. 9″,4 ; .. 6″,9 ; .. 10″,5 ; .. 11″,9 ; .. 7″,7 ; .. 12″,5 ; .. 13″,7 ; .. 10″,8. Le milieu = 32° 47′ 9″,5 ; la déclinaison du ⊙ = — 4° 56′ 13″,2: *l'élévation du pole* = 52° 16′ 37″,2.

Six observations le $\frac{26 \text{ Sept.}}{8 \text{ Oct.}}$ donnent la hauteur du ⊙ à midi = 32° 1′ 10″,2 ; .. 7″,3 ; .. 12″,4 ; .. 12″,0 ; .. 1″,2 ; .. 13″,4. Le milieu = 32° 1′ 9″,4 ; la déclinaison du ⊙ = — 5° 42′ 18″,7 ; *l'élévation du pole* = 52° 16′ 31″,9.

Le milieu entre ces 14 jours, c'est-à-dire, entre 184 observations, donne la

latitude d'Irkoutsk = 52° 16′ 41″.

Les limites des observations sont 52° 16′ 23″ et 52° 17′ 1″.

Longitude.

Pour déterminer la longitude de cette ville, si importante pour la géographie de l'Empire, je n'ai pu observer que quatre distances de la lune au soleil le soir du $\frac{22 \text{ Sept.}}{4 \text{ Oct.}}$ lorsque ces deux astres n'étaient qu'à 10° et 4° au dessus de l'horison. Comme ce jour-là les distances

étaient déja de 130°, et par conséquent ne se trouvent plus dans la *Connaissance des tems*, j'ai calculé les vraies distances, et le calcul m'a donné la longitude d'Irkoutsk $= 6^h\ 47'\ 20'',5$; .. $29'',6$; .. $26'',1$; .. $24'',7$. Le milieu donne la

longitude d'Irkoutsk $= 6^h\ 47'\ 25'',2$ Est de Paris.

Maintenant on peut déterminer la longitude des autres lieux, moyennant la marche du chronomètre, en mettant pour base celles d'Irkoutsk, de Nizhni-Oudinnsk, ou de Catherinebourg, qui ont été déterminées par des distances de la lune.

Longitude de Casann.

Le dernier jour de mon séjour à Casann, lorsque le chronomètre avait eu le tems de prendre une marche constante, son *accélération* dans 24 heures fut de $+ 9'',7$; et pendant mon séjour à Catherinebourg il avait une accélération de $+ 7'',8$. Je prendrai donc, pour comparer les longitudes de ces deux villes, le milieu $= + 8'',75$: ce qui donne dans 13 jours, depuis le 25 Juin jusqu'au 8 Juillet $= + 1'\ 53'',75$. Par conséquent le chronomètre avança sur le moyen tems de Casann le 8 Juillet $= 49'\ 31'',3$

$+ 1' 53'',75 = 51' 25''$, et le même jour sur le tems de Catherinebourg $= 6' 8'',6$. Donc

Catherinebourg est à l'Est de Casann $= 0^h. 45'. 16'',4$.
— — — — — Paris $= 3. 53. 20$.

ce qui donne la

longitude de Casann $= 3^h 8' 3'',6$ Est de Paris.

Longitude de Perm.

Cette ville étant située entre Casann et Catherinebourg, j'adopterai la même marche du chronomètre, ce qui donne l'avance sur le moyen tems de Perm le 8 Juillet $= 22' 19'',8 + 5 \times 8'',75 = 23' 3'',55$. Perm est donc à l'Ouest de Catherinebourg $= 23' 3'',55 - 6' 8'',6 = 16' 55''$: ce qui donne la

Longitude de Perm $= 3^h 36' 25''$ Est de Paris.

Longitude de Tobolsk.

L'accélération dans 24 heures fut à Catherinebourg de $+ 7'',8$; à Tobolsk de $+ 7'',07$. Le milieu $= + 7'',44$ donne dans 5 jours, depuis le 14 jusqu'au 19 Juillet $= + 37'',2$. La montre *avança* donc le 19 Juillet sur le tems de Catherinebourg de $6' 55'',5 + 37'',2 = 7' 32'',7$; le même jour elle *retarda* sur le tems de Tobolsk de $22' 10'',2$: de sorte que Tobolsk est à l'Est de Catheri-

nebourg $= 29' 42'',9$: ce qui donne la

longitude de Tobolsk $= 4^h 23' 2'',9$ Est de Paris.

Longitude de Tara.

En supposant que le chronomètre a conservé sa marche de $+ 7'',1$ depuis Tobolsk jusqu'à Tara, il a retardé sur le moyen tems de Tobolsk le 1 Août, de $21' 27'',8 - 7 \times 7'',1 = 20' 38'',1$. Le même jour il retarda sur le tems moyen de Tara $= 44' 35'',4$: d'où il résulte que Tara est à l'Est de Tobolsk $= 23' 57'',3$; donc la

longitude de Tara $= 4^h 47' 0'',2$ Est de Paris.

Longitude de Tomsk.

La grande distance de Tomsk à Catherinebourg et à Nizhni-Oudinnsk, et les chemins exécrables sur lesquels il faut faire 400 Verstes pour arriver à Nizhni-Oudinnsk, rendent la détermination de la longitude de Tomsk très-difficile. On peut cependant espérer d'approcher de la vérité, en comparant le tems de Tomsk à celui de Tara et de Nizhni-Oudinnsk, moyennant la marche de $+ 1'',4$ par jour, que le chronomètre avait à Tomsk, et en prenant le milieu entre ces deux résultats.

De cette manière on trouve que le chronomètre avança sur le tems moyen de Tara le 14 Août, de

$12' 13'',1 + 12 \times 1'',4 = 12' 29'',9$. Le même jour il retarda sur le tems de Tomsk $= 29' 13''$: d'où il résulte que Tomsk est à l'Est de Tara $= 41' 42'',9$; et à l'Est de Paris $= 4^h 47' 0'',2 + 41' 42'',9 = 5^h 28' 43'',1$.

On trouve de la même manière, que le chronomètre retarda sur le tems de Tomsk le 31 Août $= 29' 11'',6 - 16 \times 1'',4 = 28^{\circ} 49'',2$. Le même jour il retarda sur le tems de Nizhni-Oudinnsk $= 1^h 21' 41'',6$: d'où il suit que Tomsk est à l'Ouest de Nizhni-Oudinnsk $= 1^h 21' 41'',6 - 28' 49'',2 = 52' 52'',4$; et à l'Est de Paris $= 6^h 26' 46'',1 - 52' 52'',4 = 5^h 33' 53'',7$.

Le milieu entre ces deux résultats donnerait la

longitude de Tomsk $= 5^h 31' 18'',4$ Est de Paris.

Longitude de Krasnoyarsk.

Le même procédé donne les résultats suivans. Retardement du chronomètre sur le tems moyen de Tomsk, le 23 Août $= 29' 13'' - 9 \times 1'',4 = 29' 0'',4$; et sur le tems de Krasnoyarsk $= 58' 54'',5$. Krasnoyarsk est donc à l'Est de Tomsk $= 58' 54'',5 - 29' 0'',4 = 29' 54'',1$; et à l'Est de Paris $= 5^h 31' 18'',4 + 29' 54'',1 = 6^h 1' 12'',5$.

Retardement du chronomètre sur le tems de Krasnoyarsk, le 31 Août $= 58' 54'',5 - 8 \times 1'',4 = 58' 43'',3$; sur le tems de Nizhni-Oudinnsk $= 1^h 21' 41'',6$: par conséquent, Krasnoyarsk est à l'Ouest de Nizhni-Oudinnsk

$= 1^h 21' 41'',6 - 58' 43'',3 = 22' 58'',3$; et à l'Est de Paris $= 6^h 26' 46'',1 - 22' 58'',3 = 6^h 3' 47'',8$.

Le milieu entre ces deux résultats donne la
longitude de Krasnoyarsk $= 6^h 2' 30'',1$ Est de Paris.

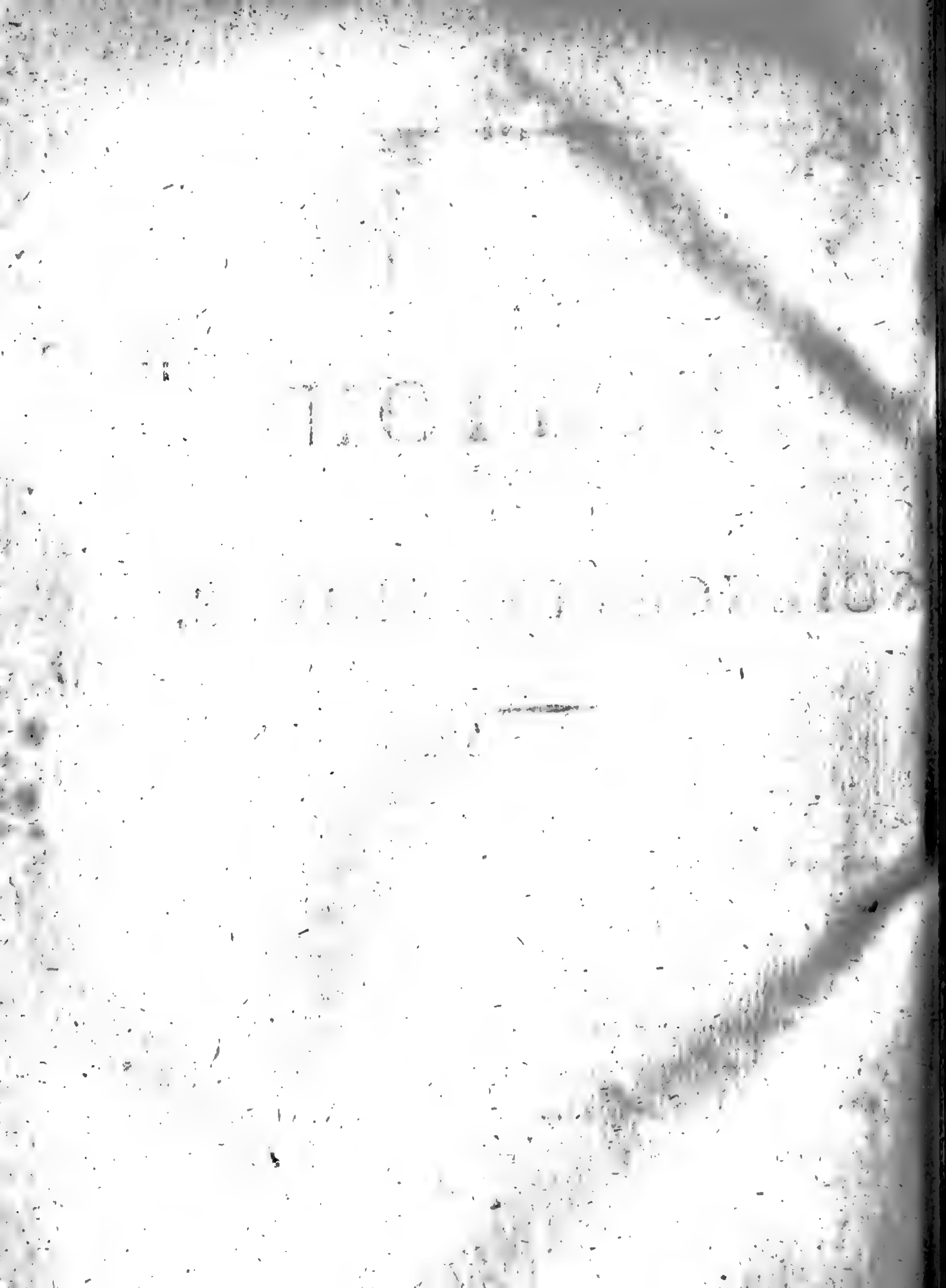
Longitude de Nizhni-Novgorod.

La distance de 300 à 400 Verstes entre cette ville et Casann, est assés petite, pour pouvoir espérer quelque précision, en comparant les tems que le chronomètre a montrés dans ces deux villes, et en adoptant la marche de $+ 2'',45$ qu'il a eue à Nizhni-Novgorod. Il retarda donc sur le tems moyen de Nizhni-Novgorod le 19 Juin, de $50' 25'' - 5 \times 2'',45 = 50' 12'',75$; et sur le tems moyen de Casann $= 1^h 9' 42'',95$. Nizhni-Novgorod est donc à l'Ouest de Casann $= 1^h 9' 42'',95 - 50' 12'',75 = 19' 30'',2$: et à l'Est de Paris $= 3^h 8' 3'',6 - 19' 30'',2$: ce qui donne la
longitude de Nizhni-Novgorod $= 2^h 48' 33'',4$ Est de Paris.

Voici donc les résultats de mes observations.

	Latitude	Longitude Est de Paris.	Déclinaison de l'aiguille aimantée	Incli-naison
Nizhni - Novgorod	56°.19'.43".	2h.48'.33",4.	—	—
Casann . . .	55. 47. 51,4.	3. 8. 3,6.	2°. 2'. 30". Or.	—
Perm . . .	58. 1. 13.	3. 36. 25.	1°. 10'. Or.	—
Catherinebourg	56. 50. 38,2.	3. 53. 20.	5. 27. Or.	—
Tobolsk . .	58. 11. 42,6.	4. 23. 2,9.	7. 9. Or.	78°.
Tara . . .	56. 54. 31.	4. 47. 0,2.	6. 6. Or.	—
Tomsk . . .	56. 29. 38,9.	5. 31. 18,4.	5. 37. Or.	—
Krasnoyarsk .	56. 1. 2.	6. 2. 30,1.	—	—
Nizhni - Oudinnsk	54. 55. 22,4.	6. 26. 46,1.	2°.40'.30".Or.	—
Irkoutsk . . .	52. 16. 41.	6. 47. 25,2.	0°.32'. Or.	67°.

II.
SECTION
DES
SCIENCES PHYSIQUES.



OBSERVATIO

DE

CATULIS FELINIS IN UTERO CONNEXIS.

AUCTORE

N. OZERETSKOVSKY.

Conventui exhib. die 22. Aug. 1804.

Saepe culpo proboque naturam, quando aberrationes Tom. I. Fig. IV.
ejus a suis legibus coram intueor. Culpo, quod illa et mole valens et viribus audax crudeliter recedit ab ordine, quem conservare debuisset in producendis ejusmodi animalibus, quae in lucem prodeunt luminis expertia, et quorum genitrix non aliam ferre potest opem, quam ubera tantummodo ipsis praebere. Hoc in casu natura benignior esse videtur erga vegetabilia, quorum generationem et solis calore et coelesti pluvia adjuvat et promovet; respectu vero animalium persaepe quasi novercam se exhibet; illa enim in partu naturali non solum molestis doloribus obnoxia reddidit, sed etiam horrendis exposuit periculis,

quae, partus praeternaturales inevitabiliter comitari solent. Ast probo, quod in difficili etiam partu raro pereunt femellae animalium; eadem ipsa natura ipsis auxiliatur; id quod recentissimo confirmatur exemplo.

Medio mensis Julii labentis anni nobilis matrona Borg, uxor Baronis hujus nominis, misit ad me sex catulos felinos, quorum quinque vita adhuc gaudebant, sextus autem erat jam mortuus a dilaceratione ventris eo in loco, ubi funiculus umbilicalis inserebatur. Catuli hi allati mihi fuerunt praeterlapsis a partu quatuor diebus; quo tempore mater sedulo illos nutriebat; separati ab illa per duo nychtemera vita adhuc fruebantur; tandem a pictore in aquam immersi omnes periere. Foetus hi nulla corporis parte erant monstrosi, sed pulcherrimam habebant conformationem, et diu possent vivere, si perita manus humana auxilium ipsis praestitisset.

Catulos hos servo in spiritu vini, et quisque curiosus in musaeo hujus Academiae videre potest, qua ratione illi inter se connexi sunt: figurae, quas hic adjicio, evidenter exhibent, illos connexos esse funiculis umbilicalibus, ex eodem centro seu ex una eademque placenta prodeuntibus. Ex sola inspectione figurae primae apparet et clare concipitur, placentam in partu evulsam fuisse

pondere, motu, et vi sex catulorum; ast non tam facile comprehendi potest, quomodo hi catuli brevissimis funiculis alligati ex utero exierint. Vellem quam maxime esse autopta hujus partus, quem difficillimum fuisse nullum est dubium. Nihilominus matercula editis sex foetibus mansit incolumis; imo per quatuor nychtemera ubera sua illis praebebat, licet doloribus partus maximopere fuerit debilitata. Tantis viribus pollet natura, conservatrix animalium!

Figura 2 in adjecta tabula exprimit catulos eo in situ, quem viventes habuerunt.

DESCRIPTIO BOTANICO-CHEMICA EQUISETI ARVENSIS.

AUCTORE

T. SMELOVSKY.

Conv. exhib. die 11 Dec. 1805.

Tom. I. Tab. V. E. Scapo fructificante nudo: fronde sterili verticillato-ramosa decumbente. Linn. Syst. Naturae Edit. Gmel. Tom. II. P. II. p. 1288.

Character diagnosticus. E. Scapo fructificante aphyllo vaginis obverse conicis, dentatis: *dentibus* alatis; Foliis *Frondis sterilis* verticillatis, e propria, singulari modo constructa *vaginula*, cujuscunque internodii basin cingente, exeuntibus.

Radix perennis, subcylindrica, pube ferruginei coloris tecta, nigricans, scabriuscula, septemangularis, totidem superficiebus paulo excavatis praedita, in septem loculamenta interstincta, medulla farcta, geniculata: *geniculorum* extremitatibus coarctatis, *vaginis* tubulosis, in sex saepius dentes lanceolatos divisis,

ornata: *fibris* capillaribus ad singulorum geniculorum extremitatem verticillatim obsita; *Tuberibus* ad geniculorum connexionem tribus, binis, saepius unico instructa, profundissime descendens, stolonifera.

Tubera magnitudine fere nucis Avellanae; *Putamine* coriaceo, undique nigricante, rugoso-muricato; *tuberculis* convexo-planiusculis, subdepressis, inaequalibus undique tecta. Detracto putamine eminet *Parenchyma* carnosum, subsucculentum, albidum, dulce; exsiccatum ex albo-flavicans, longitudinaliter, ut plurimum, sexpartibile.

Scapus fructificans e terra primo vere erumpens, erectus simplex, striatus, vix pennae anserinae crassitie, teres, geniculatus. *Vaginis* scapum ambientibus, obverse conicis, tubulosis, dentatis, inferioribus approximatis, superioribus remotioribus praeditus. *Spica* terminalis, ovato-oblonga, erecta, basi annulo membranaceo integerrimo involucrata.

Frons sterilis a fructificante, sede in eadem radice distincta, simplicissima, decumbens, undique striata, striis elevatis, scabris, geniculata: geniculis cinctis *vaginis* tubulosis dentatis; *dentibus* frondi concoloribus, apice sphacelosis. *Spica* foliis frondosis erecto-patentibus, quadrangu-

laribus, viridibus, internodiis longioribus, verticillatim frondem ambientibus, articulatis: *articulis* quadridentatis. Habitat in arvis et pratis arenosis siccis circa Petropolim. Floret Aprili, Majo. Perennis.

Experimenta, quae cum plantae hujus unicuique Botanicorum notae tuberibus, radici insidentibus, nemine, quod tamen me fugit, praeeunte, institui, sunt sequentia:

Experimentum I.

Exsiccata Equiseti arvensis et decorticata tubera in pulverem farinae instar in mortario contusi, et drachmas duas istius determinatas pro experimentis in tres constitutivas partes, proprietatibus Tritici farinae haud diversis, sequenti chemicis familiari encheiresi, disjunxi.

Experimentum II.

Supradictas drachmas duas Equiseti arvensis farinae, linteo inclusae, intra frigidam aquam puram tam diu digitibus comprimebam, adfundendo per spatium novas aquae quantitates, usque dum ultima aquae adfusa quantitas prorsus coloris expers evadat. Omnes superaffusae aquae quantitates, colore, sero lactis simili infectas in unum vas deposui et quieti reliqui. Absolutis hisce iteratis lotionibus in linteo remansit *substantia glutinosa* ex albo-

cinerascens, tenax, maxime farinae Tritici affinis, quae gr. XIV aequivalet.

Experimentum III.

Gluten hoc vel pars farinae Equiseti arvensis glutinosa, seu materies vegeto-animalis nec in aqua frigida nec in spiritu vini rectificatissimo, nec in aethere solvere, aëri expositum in cornui massam similem exsiccare; in aqua diu cocta albuminis instar solidescere, observare mihi contigit.

Experimentum IV.

Elapsis duobus Nychthemeris, ex adhibita pro lavando hoc decorticatorum tuberum pulvere, aqua, secessit *faecula*, fundum petens, quae superstite aqua deposita, iterata ablutione et ad datam exsiccata temperaturam, dedit albissimi coloris purissimique *Amyli* gr. XXII.

Experimentum V.

Amylum hocce cum vulgaris amyli dotibus congruens exsiccatum, tactu est molliusculum, friabile, facillimum pulveratu, inter digitos fricatum crepulum, inquinans, inodorum, insipidum. In aqua frigida, vel tepida vel spiritu vini non solvitur; cum fervida sub quassatione in massam gelatinosam abit; aëre in materiam corneam, transparentem duratur, quae adfusa nova aquae ferventis quantitate iterum iterumque solvitur.

Experimentum VI.

Separato ex ablutionis aqua amylo et ista ad syrupi consistentiam evaporata, coloris fusci obtinui *materiem*, quae omnes principii saccharini proprietates possidet.

Hinc concludere licet ad vim horum tuberum nutrientem, quam comprobant sues Ruricolarum, qui rostro suo tubera haec eruunt et bene saginantur. Rustici circa propinquos Mosquae pagos habitantes, tempore aestivo festisque diebus studiose plantam Equiseti arvensis exquirunt, profunde in terra latitantia tubera effodiunt, et ipsis decorticatis, exquisitarum epularum instar comedunt.

Amylum e farina Equiseti arvensis tuberum extractum, atomis micantibus destitutum, amylo e Solani tuberibus depromto, ad parandum, pro re nata, pulverem cyprium, magis aptius esse, opinor.

DE NOVA ET SIMPLICISSIMA TETRAONUM TETRICUM CAPTURA.

AUCTORE

N. OZERETSKOVSKY.

Conventui exhib. die 9 April 1806.

Augentur et amplificantur cognitiones in Historia Naturae, quando haecce Scientia illustratur descriptionibus non modo ipsorum animalium, vel in genere omnium corporum naturalium, sed etiam modorum, aut potius inventionum et excogitationum, quibus animalia capiuntur; per hos enim modos cognoscuntur interni eorum caracteres sive sensationes, quae ostendunt aut astutiam, aut stupiditatem animalis, pari fere ratione, ac manifestatur calliditas vel temeritas hominum, quorum alii facili negotio omnes insidias eludere possunt, alii vero in fraudes et technas, uti Siluri in nassas, inconsiderate incidunt. Multis machinis et machinationibus opus est pro capienda vulpe, cujus astutia in fabulis quoque celebratur; ast canis Lagopus, animal unius ejusdemque cum vulpe generis, tantae est

stupiditatis, ut sponte se intrudat in simplicissima tuguriola, quae pro capiendis hisce feris, in littore maris glacialis, a colonis exstruuntur; et si Lagopus casu evaserit ex suo carcere, iterum eodem tendit et tranquille exspectat suum deceptorem, minutissimis certe artificiis instructum. Eadem diversitas in characteribus observatur etiam inter aves, quae innumeris modis vitae suae prospiciunt, et effugiunt laqueos, quos tendit ipsis artificiosus homo; ast aliae prae aliis facilius incidunt in casses. Vidi in Oceano Septentrionali Larum parasiticum, qui, ipse piscaturae incapax, alios observat Laros, quos piscibus saturatos tamdiu persequitur, donec deglutitos ejiecerint cibos, quos ex rostris eorum cadentes velocissime excipit, atque ita congeneres suos cogit, ut denuo piscentur. Insuper quibus artificiis Larus parasiticus soboli suae providet et ipse sibi prospicit, diceres sane eum intellectu esse praeditum. Videns parari pericula ejus nido, longe ab illo avolat, et prosternens se super terra paraliticum simulat, quasi volare non possit, ut hominem a nido suo ad se ipsum retrahat; simul ac eum fefellit, erigitur et avolat, salvo nido et se ipso. E contra dantur aves tam stupidae, ut numerosissimae earum greges simplicissimis modis uno eodemque tempore simul capiantur. In exemplo est Tetrao Tetrix, avis in tota Rossia notissima, quae distinguitur a

congeneribus: cauda bifurcata, remigibus secundariis basin versus albis; descriptionem ejus dedere fere omnes Historiae naturalis scriptores. Insuper apud celeb. Buffonium enarrantur variae methodi pro capiendis hisce avibus, eum in finem, ut mores et proprietates earum innotescant. Vir ille eruditissimus, describens Tetraonem Urogallum, rationem reddit, quare velit exponere modos, quibus capiuntur Tetraones. „Je donnerai, dit-il, en parlant de la „petite espèce à queue fourchue (Tetrao Tetrix) quelques „détails sur cette chasse, surtout ceux qui seront les plus „propres à faire connoître les moeurs et le naturel de „ces oiseaux.“ Postea enarrat diversas fallacias, quarum ope numerosissimae Tetricum greges unà capiuntur. Si nosset vir eximius, quomodo aves hae decipiuntur in Novogorodensi Gubernio ad urbem Tscherepówetz, stupiditatem earum omnino rideret; quo enim simplicior est ratio, qua fallitur incauta avis, eo magis prodit ejus caecitatem. Nihil plane tam simplex est ac haec inventio rusticorum, quam paucis exponam.

Sciunt nempe rustici Tetrices delectari avena; non ignorant etiam loca, quo consueverunt aves hae convolare; his in locis aedificant conos ex palis longitudine unius orgyae, vel etiam altiores. Inferi apices palorum terrae

insiguntur ita anguste, ut simul convergant et coni fundum efficiant; superi vero palorum apices adeo a se invicem divergunt, ut amplum orificium instar infundibuli repraesentent, descendendo autem versus terram sensim approximantur. Apices palorum supra et infra sunt acuminati. Medium coni occupat palus itidem acuminatus, sed multo longior circumferentiam palis coni constituentibus. Ab hoc palo pendet funiculus, cui infra ostium coni transversum alligatur baculum, libere intra conum vacillans. Singulis palorum apicibus adnectuntur parvi fasciculi avenae cum aristis. Similes fasciculi operiunt etiam baculum transversum. Hae illecebrae finem operi imponunt. Abit domum insidiator. Advolant Tetrices, et visa avena ruunt in ipsam, sed non potentes insistere acutis palorum apicibus, innituntur transverso baculo, quod a pondere avis statim inclinatur deorsum, et sic Tetricem dejicit in fundum coni, ubi compressa avis privatur usu alarum, et manet incarcerata usque ad adventum sui deceptoris, qui remotis e terra binis palis eximit inde praedam, aliquando geminatam, triplicatam, imo etiam quadruplicatam. Machina captatoria restat illaesa, et novos hospites, avenae amatores, iterum allicit atque incarcerat; id quod in serum autumnum protrahitur.

Vidi talem machinam in urbe Staraja Russa, in horto mercatoris Zemskow, qui de industria eam confecit, ut mihi ostenderet.

Tabula VI. sistit hanc machinam. Littera *a*, denotat palos conum constituentes, litt. *b*, longum palum in medio coni, litt. *c*, baculum transversum funiculo suspensum, cum insidentibus avenae fasciculis. Tom. I. Tab. VI

GALII SPECIES CAPENSES,

ILLUSTRATAE

A

C. P. THUNBERG.

Conventui exhib. die 21 Maii 1806.

Facillime quidem omnium a congeneribus dignoscitur Galium, planta tetrandra monogyna, *Corolla plana monopetala, seminibus duobus subrotundis, caule tetragono* et *foliis verticillatis:* adeoque habitu et facie, quam cum ceteris stellatis plantis habet communem. Species vero hujus generis, quae in omnibus fere mundi regionibus occurrunt, invicem valde similes, non sine difficultate ab invicem, notis characteristicis satis constantibus distinguuntur. Et haec quoque difficultas eo magis augetur, quo magis variare non raro deprehenduntur folia, jam pauciora, jam numerosiora, tam in caule, quam in ramis et ramulis verticillos formantia.

Si itaque unquam descriptiones et icones adcuratiores ad diagnosin plantarum conferre quid valeant, in hoc certe genere eorum adminiculo opus est, cum oculus saepe in icone, primo intuitu, id detegere valeat, quod de-

scriptio vel accuratissima exprimere non possit. Hae sunt rationes, cum ego, semper alcam meam in augmentum Scientiae Botanicae conferre cupidus, species illas, quas in promontorio Africes bonae spei indagare potui, curatius descripsi et nonnullas colorandas curavi, ut certo constaret, quo colore, quo habitu, quo charactere a numerosis suis fratribus dignoscerentur hae Australioris Africae rariores plantae.

Hoc meum qualecumque periculum Botanicum illustrissimae Academiae Imperiali Scientiarum et Artium utilium, quae Petropoli sub augustissimo auspicio floret, oblatum commendatumque velim!

Galium

1. *rotundifolium*: foliis quaternis subrotundis trinerviis hispidis, caule decumbente.

Galium rotundifolium. Wildenow. Spec. Plant. T. 1. P. 2. p. 596.

2. *tomentosum*: foliis quaternis hispidis, floribus paniculatis, ramis albo-tomentosis.

Galium maritimum. Prodr. Flor. Capens. p. 30.
Crescit in Regionibus Swellendam inter frutices scandens.
Floret Octobri et sequentibus mensibus.

Caulis herbaceus, scandens, glaber, ramosissimus, tetragonus angulis tenuissime hispido-serratis.

Rami dichotomi, uti et ramuli copiosissimi, pilis albis densissime tecti; ultimi capillares.

Folia quaterna, oblonga, serrato-scabra, glabra, reflexa, unguicularia.

Flores paniculati *pedunculis* dichotomis, capillaribus, villosis.

Tom. I. Tab. VII. 3. *capense:* foliis senis linearibus glabris, caule frutescente erecto.

Crescit prope Dorn-rivier in Carro pone Bockeveld, alibique rarius.

Floret Decembri seu media aestate.

Caulis basi frutescens, erectus, valde ramosus.

Rami plurimi, subradicales, elongati, ramis ramulosi, flexuoso-erecti, teretes, striati, tenuissime pubescentes, pedales.

Ramuli oppositi, brevissimi altero longiori, floriferi.

Folia rarius octona, saepius sena, lineari-lanceolata, subtus sulcata margine revoluto, carinata, glabra, patentia, unguicularia; superiora sensim breviora et minora.

Flores in ramulis subdichotomi, albi.

Fructus laevis, glaber.

4. *mucronatum:* foliis senis linearibus mucronatis glabris, caule pubescente debili. Tom. I. Tab. VIII.

Caules plures e radice, herbacei.

Rami alterni, tetragoni, pubescentes, fastigiati, palmares.

Folia sena, linearia, mucronata mucrone albo, margine revoluto serrato-scabra, glabra, patentia vel reflexa, lineam longa.

Flores in apicibus ramulorum pauci.

Fructus glaber.

Tota planta siccatione nigrescit.

5. *expansum:* foliis senis linearibus mucronatis glabris, ramis divaricatis pubescentibus, panicula trichotoma. Tab. IX.

Crescit in interioribus capitis bonae spei regionibus.

Floret Octobri, Novembri.

Caulis herbaceus, tetragonus, laevis, tenuissime villosus, laxus, pedalis et ultra.

Rami oppositi, cauli similes, patentissimi et reflexi.

Folia sena, rarius quina, linearia, mucronata, integra margine revoluto, glabra, reflexa, lineam longa.

Florum panicula trichotoma, patens pedunculis capillaribus.

Corollae albae.

Fructus laevis.

Tab. X. 6. *asperum:* foliis senis oblongis serratis, caule hispido piloso; floribus paucis.

Caulis herbaceus, tetragonus, angulorum denticulis cartilagineis reflexis asper, totus pilis albis contortis tectus, flexuoso-erectus, pedalis et ultra.

Rami alterni, similes cauli, pauci, patentes.

Folia sena, rarius quina, obovato-oblonga, acuta, margine cartilagineo replicato serrulata, glabra, patenti-reflexa, unguicularia.

Flores in ramulis paucissimi.

Fructus glabri.

7. *glabrum:* foliis senis oblongis serratis, caule hispido glabro, floribus paniculatis.

Caulis herbaceus, tetragonus angulis serratis, glaber, flexuoso-erectus, pedalis et ultra.

Rami alterni, pauci.

Folia sena, obovato-oblonga, acuta, margine replicato serrulata, glabra, patentia, unguicularia.

Florum paniculae laterales et terminales, decompositae.

Corollae albae.

Fructus laevis.

Similis priori; sed caulis glaber et panicula ampla.

8. *horridum:* foliis suboctonis linearibus aculeato-serratis reflexis, caule tetragono aculeato suffruticoso.

Caulis suffruticosus, erectus, glaber, tetragonus angulis aculeatis, scabridis, parum ramosus, bipedalis et ultra.

Folia suboctona, linearia, acuta, glabra, marginibus aculeato-serrata, carinata, reflexa, bipollicaria, superioribus brevioribus.

Flores et Fructus hujus non vidi.

Icones adjunguntur sequentium:

Galii *asperi*,
mucronati,
capensis, et
expansi.

EXPOSITION SYSTEMATIQUE DES MINERAUX DE FINNLANDE.

PAR

B. SEWERGUINE.

Présenté le 4. Juin 1806.

La Finnlande, une des contrées les plus remarquables pour la Géologie, nous présente un pays plein de lacs et herissé de rochers éscarpés et même presque culbutés en beaucoup d'endroits, enfin parsemé de blocs énormes de granits, qui sont assis tantôt sur les flancs des montagnes, tantôt parmi des marais et dans les marais même. Par tout on voit les indices de grandes révolutions de la nature brusques et subites, de révolutions qui semblent avoir été produites par les invasions des eaux qui ont ravagé et déchiré pour ainsi dire les montagnes primitives qui s'y trouvent, et promené au loin les parties qu'ils en ont detachées. Je dis des invasions, et même simultanées, car on n'y voit aucun indice de petrifications, mais toujours des roches primitives, quoique plus ou moins détruites et par l'action de l'eau et par le laps du tems.

Ayant eu l'occasion de visiter par ordre de l'Académie l'année 1804, la partie de la Finnlande qui appartient à la Russie, quoique dans une saison deja avancée, je me suis donné bien de la peine pour en connoître la nature et les substances minérales qui s'y trouvent. J'ai l'honneur d'en présenter ici quelques résultats, en exposant par ordre systematique les mineraux que j'y ai rencontrés, qui peuvent servir au moins d'un supplément à la géographie mineralogique d'un pays trop peu connu à cet égard.

Afin que le lecteur puisse mieux concevoir la position de différens endroits, dont je dois faire mention, il faut que je présente d'avance des notions générales sur les villes qui s'y trouvent.

La position de ces villes à l'égard de Petersbourg, est la suivante: 1) Wyborg au N. Ouest, 140 Werstes. 2) Friedrichsham, jadis Wekelaks, encore plus vers l'Ouest, 230 W. 3) Willmanstrand, jadis Lappstrand, au Nord, 190 W. 4) Neuschlot, encore plus au Nord, 306 W. 5) Sardowala sur les bords du lac Ladoga, vers sa partie la plus proche du Nord, 264 W. de Petersb. 6) Keksholm, sur la côte de Ladoga vers le N. O. 146 Werstes de Petersbourg. 7) Roczesalm, l'endroit le plus eloigné vers l'Ouest, 307 W. de Petersb.

Les lacs les plus grands et les plus remarquables sont celui de Ladoga, sur les bords du quel se trouvent Keksholm et Sardowala, et entre eux le petit bourg nommé Jakimwara, et le lac Saima qui se trouve entre Willmanstrand et Neuschlott.

Les fleuves les plus grands sont 1) Kiumen, qui vient du lac Peind dans la Finnlande suedoise et passant ensuite vers le Sud dans le Golfe de Finnlande, divise cette partie de la Finnlande en celles de l'Est et de l'Ouest. 2) Woksa, qui vient du lac Saima auprès de Willmanstrand, et passant ensuite vers l'Est dans le lac de Ladoga, divise cette partie de la Finnlande en celles du Nord et du Sud.

La hauteur des montagnes les plus élevées est à peu près de 100 Sagenes à l'égard du niveau de la mer Baltique.

Enfin les espèces de mineraux *) que j'y ai rencontrées sont les suivantes **).

Classe I. Terres et Pierres.

Genre I. Silicieuses.

1) *Quartz.* (Silex quartzum vulgare de *Werner.*)

---

*) Dont j'ai eu l'honneur de présenter les échantillons à l'Académie au nombre de 70, et qui se trouvent dans son Musée pour former une collection pour la Géographie Mineralogique de la Finnlande.

**) Selon un systême qui a été adopté par moi.

a) Différences de couleur.

Blanc, ou blanc grisâtre, jaunâtre, rougeâtre, verdâtre et même bleuâtre, dans les granits de Finnlande; Quartz enfumé près de Siak - jarvi entre Willmanstrand et Wyborg; Quartz rôse près de Neuschlott.

b) Différences de l'apparence extérieure.

Compacte, en forme de veines et en petites particules disseminées, dans les granits de Finnlande; Quartz roulé et en forme de Sable, dans beaucoup de collines; Quartz grouppé en pyramides entre Sardowala et Schouistama vers le Nord.

c) Différences de l'apparence intérieure.

Très luisant avec une lueur grasse et une cassure conchoideuse dans beaucoup de granits de Finnlande; Très peu luisant avec une cassure écailleuse, plus rare; fibreux près de Sardowala; avec l'apparence de l'avanturine.

2) *Prase.* (Silex Quartzum Prasius *Wern.*) près de Sardowala.

3) *Pierre de corne.* (Silex corneus *Wern.*) gris en forme roulée, près de Willmanstrand. Grisâtre et jaunâtre, entre Igandola et Poulli au delà de la rivière Woksa.

4) *Silex.* (Silex pyromachus *Wern.*) brun rougeâtre, entre Wyborg et la rivière Woksa; brun jaunâtre, entre la rivière Woksa et Willmanstrand.

5) *Carneol.* (Silex calcedonius, Carneolus *Wern.*) un passage du Quartz en Carneol parmi les debris de granits roulés, entre un petit village Sitola sur la rivière Woksa et le village Koitzenlaks, quelques Werstes au delà.

6) *Jaspe.* (Silex jaspis vulgaris *W.*) grisâtre avec Nephrite, roulé, dans le Nord au dela de Sardowala et nommément à Schouistama; avec du Quartz, près de Wyborg; ferrugineux entre Wyborg et Sitola. C'est ici qu'appartiennent les agathes noires de Finnlande, qui y sont rares.

7) *Tremolite*, ou *grammatite.* (Silex Tremolites *W.*) jaunâtre et verd-jaunâtre, dans les marbres de Rouskiala et de Juven, entre Sardowala et Neuschlott.

8) *Schorl.* (Silex Scorlus niger *W.*) avec du Mica argentin à Schouistama et sur la route de Neuschlott.

9) *Grenat.* (Silex granatus *W.*) indistinctement cristallisé en très grand nombre dans un Schiste talequeux près d'un petit village Kidelia situé vers l'Est de Sardowala, et dans les granits entre Sitola et un petit village Tiuria sur la route de Neuschlott. Les grenats sont rarement transparens par toute leur masse, mais il s'en detachent des écailles plus ou moins grosses qui sont transparentes et de la plus belle couleur des rubis. Outre cela on trouve des cristaux de grenats grouppés de cou-

leur brunâtre et opaques dans du schiste micacé, auprès de Schouistama.

10) *Feldspath. a)* commun (Silex Feldspathum vulgare *W.*)

aa) Différences de couleur.

Brun-jaunâtre, le plus commun dans les granits de Finnlande nommés *Rakapivi*, entre Wyborg et Friedrichsham, et particulièrement sur les côtes du Golfe de Finnlande; de couleur de chair dans les granits entre Koitzenlaks et Neuschlott; de couleur des tuiles entre Friedrichsham et Roczensalm; de couleur de rôse entre Tiuria et Neuschlott; blanchâtre et grisâtre dans les granits entre Sitola, Koitzenlaks et Willmanstrand, et entre Jakimwara et Sardowala; noir sur les côtes du Golfe de Finnlande; bleuâtre, encore plus rare dans les mêmes endroits; verdâtre dans les mêmes endroits.

bb) Différences de l'apparence extérieure.

Amorphe dans beaucoup de granits de Finnlande, rarement en masses d'un demi-pied de grosseur; en petites parcelles disseminées dans les porphyres amphiboliques roulés qui se trouvent près de Koitzenlaks; romboidal, plus rare dans les granits de Finnlande; en forme de reins, qui présentent des faits très remarquables pour la

Géologie *), dans beaucoup de granits qui se trouvent entre Wyborg, Friedrichsham et Roczensalm; en forme de veines, entre Tiuria et Neuschlott.

cc) Différences de l'apparence interieure.

Tous ces Feldspaths sont plus ou moins translucides: quelques uns ont une lueur forte, vitreuse et presque grasse, d'autres n'ont qu'une lueur foible. Les Feldspaths de la première qualité se trouvent dans les granits en deçà de la rivière Woksa, et les secondes au delà de cette rivière. Encore, les premièrs se décomposent plus facilement que les derniers.

b) Labrador. (Silex Feldspathum labradoriense) Dans quelques granits qui se trouvent sur les côtes du Golfe de Finnlande. Quelquefois il est noirâtre, d'autres fois bleuâtre.

c) Adulaire. (Silex Feldspathum lunare *Wern.*) amorphe, et translucide avec du mica argentin entre Jakimwara et Sardowala.

d) Lotalite. (Silex Feldspathum Lotalites *Sewerg.*) Substance verdâtre qui approche de la nature du Feldspath, et dont j'ai deja rendu compte dans ma dissertation précédente.

---

*) Dont je rendrai compte dans une dissertation particulière sur les granits de Finnlande.

Genre II. Terres et Pierres argilleuses.

1) *Terre à porcelaine.* (Argilla porcellanaris *W.*) Une espèce d'argile qui provient de la décomposition du Feldspath dans les granits entre Wyborg et Sitola, et entre Wyborg et Friedrichsham.

2) *Bol.* (Argilla Bolus.) brun, très rare, auprès de Schouistama, et rouge, dans différens endroits.

3) *Argile.* (Argilla vulgaris *Wern.*) *a*) Terre à potier et à tuiles (Argil. vulg. plastica *Wern.*) blanche-grisâtre auprès de l'Ematra, ou les cataractes de la rivière Woksa; près de Rouskiala, près du fleuve Kiumen etc.

b) *Argile endurcie.* (Arg. vulg. indurata *Wern.*) plus rare, dans les mêmes endroits.

c) *Argile schisteuse.* (Arg. vulg. schistosa *Wern.*) Près de l'Ematra de la rivière Woksa.

d) Outre ces varietés de l'argile on y trouve celle, que Wallerius a designée par le nom Argilla fermentans, dans les marais près de Willmanstrand et dans d'autres endroits.

e) *Argile sablonneuse.* (Argilla glareosa *Wall.*) dans beaucoup d'endroits.

f) *Argile metallique.* (Argilla mineralis *Wall.*) Argile ferrugineuse très abondante entre Tiuria et Neuschlott et dans beaucoup d'autres endroits.

*

g) *Marne argilleuse.* Près de l'Ematra sur les bords de la rivière Woksa.

4) Schiste argilleux. Ardoises etc. (Argillar schistus *Wern.*) vers le Nord de Sardowala et sur la oute de Schouistama.

5) *Crayon noir.* (Argilla nigrica *Wern.*) Sur le chemin de Schouistama vers le N. E. de Sardowala.

6) *Schiste des rèmouleurs.* (Argilla coticula *Wern.*) Au même endroit.

7) *Trippel.* (Argilla tripolitana *Wern.*) Au même endroit.

8) *Mica.* (Argilla mica *Wern.*)

a) *Différences de couleur.*

Noir et brun, les plus abondans dans tous les granits de Finnlande; argentin près de Sardowala; couleur de rôse, très rare entre Sardowala et Kidelia; verdâtre dans les granits de Finnlande. Le Mica argentin acquiert par l'action de l'air et du feu une teinte dorée.

b) *Différences de l'apparence extérieure.*

Amorphe, quelques fois en feuillets de deux pouces et plus de largeur auprès de Kidelia sur les bords du lac Ladoga et sur la route de Schouistama; en petites parcelles dans tous les granits; indistinctement cristallisé, entre Koitzenlaks et Tiuria, et sur le chemin de Schoui-

stama; strié avec un passage au Schorl entre Tiuria et Neuschlott; au reste le Mica y est pour la plûpart translucide et rarement transparent.

9) *Hornblende ou Amphibole.* (Argilla Hornblenda *Wern.*) *a*) *Commune*, dans les Syenites et les porphyres amphiboliques de Finnlande. *b*) *Labradorique.* Argilla Hornbl. Labradoriensis *Wern.* Entre Kidelia et Schouistama, ainsi que entre Sitola et Koitzenlaks.

10) *Trap.* (Argilla waca *Wern.*) En debris roulés, plus vers le Nord et la Finnlande suedoise; ainsi qu'entre Sardowala et Neuschlott, et entre Wyborg et Sitola.

Genre III. Terres et Pierres Talcqueuses.

1) *Talc.* Talcum proprium. *a*) Talc pulverulent. (Talcum proprium terrosum *Wern.*) dans les schistes talcqueux en état décomposition, entre Sardowala et Kidelia. *b*) Talc commum. (Talc. proprium venetum *Wern.*) disseminé en petites parcelles dans les schistes talcqueux auprès de Kidelia; rarement radieux. *c*) Talc endurci. Talcum proprium ollare *Wern.* très rare parmi les schistes talcqueux auprès de Kidelia.

2) *Chlorîte.* Talcum chlorites. *a*) chlorîte pulverulente (Talcum chlorites friabilis). Très rare parmi la

quartz dans les granits de Finnlande. *b*) Chlorite schisteuse. (Talcum chlorites schistosus) avec des grenats ferrugineux, auprès de Schouistama vers les frontières de la Finnlande suedoise.

3) *Nephrite.* (Talcum Nephrites) melangé avec de l'argile endurcie, au delà de Sardowala.

4) *Serpentine.* (Talcum Serpentinus *Wern.*) verd noirâtre au delà de Kidelia.

5) *Asbest.* (Talcum Asbestus.) verdâtre, rigide, rarement pliant, en fibres parallèles, réunies en faisseaux dans les marbres de Rouskiala, de Joënsou ou Juven, et auprès de Willmanstrand.

6) *Actinolite.* (Talcum Actinotus *Wern.*) asbestiforme, ordinaire et vitreux dans les marbres mentionnés, et dans quelques granits sur le chemin de Roczensalm, auprès des cataractes de Hekfors.

Genre IV. Terres et Pierres calcaires.

1) *Pierre calcaire compacte.* (Calcareus marmor densum vulgare *Wern.*) jaunâtre parmi les couches argilleuses auprès de l'Ematra sur les bords de la rivière Woksa.

2) *Pierre calcaire grenue* (Calcareus marmor lamellosum granulare *Wern.*) Blanc et gris veiné, à Rouskiala, Joënsou et très rare auprès de Willmanstrand.

3) *Spath calcaire.* (Calcareus marmor lamellosum Spathum *Wern.*) Blanc, amorphe, formant des blocs considérables auprès de Willmanstrand; blanc et gris en forme de veines a Sardowala.

Remarq. Les pierres calcaires de Rouskiala et de Joënsou, ainsi que celles de Sardowala et de Willmanstrand, étant reduites en poudre, et jettées sur des charbons ardens, font voir dans l'obscurité une lueur phosphorique de la plus belle couleur d'Eméraude, ce que ne fait pas la pierre calcaire compacte de l'Ematra sur la Woksa.

Classe II. Sels.

Il n'y a que l'acide carbonique et sulfureux unis à l'Oxyde de fer qui se trouvent dans quelques eaux minérales en Finnlande, comme auprès de Nisuria, de Sardowala, de Rouskiala, de Willmanstrand et dans d'autres endroits.

Classe III. Substances combustibles.

1) *Tourbe.* (Bitumen Turfa.) dans quelques contrées marécageuses, et particulièrement la varieté qui a été nommée en Allemand, *Papiertorf.*

2) *Graphite.* Graphites Plumbago. Près de Neuschlott et de Sardowala.

Classe IV. Metaux.

Genre 1. *Or.* Je ne l'ai vû qu'en petits grains isolés, mais on m'a assuré qu'il se trouve en pailletes plus abondantes dans le district de Sardowala.

Genre 2. *Argent.* Je ne l'ai pas trouvé moi-même, mais je suis très porté à croire que plusieurs varietés de la galène de plomb en contiennent.

Genre 3. *Cuivre.* Des pyrites cuivreuses et du verd de cuivre dans du quartz et dans un schiste micacé dans le district de Schouistama vers le Nord de Sardowala; pyrite cuivreuse disseminée en très petites parcelles dans du spath calcaire à Sardowala. Mine de cuivre grise à Sardowala et dans les marbres de Rouskiala.

Genre 4. *Fer.* *a*) sable magnetique, sur l'isle nommée Walaam dans le lac de Ladoga.

b) *Mine de fer magnetique en octaëdre* dans du schiste chloritique, dans le district de Schouistama.

c) *Fer oligiste de Haüy*, dans le district de Schouistama.

d) *Pierre ferrugineuse Hematitique*, très rare dans quelques endroits.

e) *Terre ferrugineuse rouge et jaune.* Très abondante dans beaucoup de contrées marécageuses.

f) Mica de fer limoneux, granuleux et en forme de lentilles dans beaucoup de marais.

g) Aëtites ferrugineuses entre Pétersbourg et Wyborg sur le petit ruisseau nommé Sestra.

h) Pyrite ferrugineuse en quantité, dans les contrées au delà de Kidelja, et en forme de reins, sur le chemin de Schouistama.

i) Les mines de fer nommées en Allemand: *Rasenerz, Morast- und Wiesenerz*, en grande quantité, dans beaucoup de contrées marécageuses.

k) *Emeril.* Vers le nord au delà du district de Schouistama.

Genre 5. *Plomb.* Galène de plomb dans les districts de Sardowala, Kidelja, et Schouistama, et près de la forteresse Dawydoff entre Willmanstrand et Friedrichsham, dans du granit.

Genre 6. *Manganese.* *a*) grise entre Jakimwara et Sardowala. *b*) noire, terreuse et endurcie dans les mêmes endroits.

Genre 7. *Titane.* Oxyde du Titane rouge en forme de reins et de Grenats entre St. Pétersbourg et Wyborg et Sytola.

Pierres de roche aggregées.

I. Silicieuses.

Leurs éspèces et variétés.

1. *a*) *Feldspath* avec du quartz auprès de Kiriwala; *b*) avec du quartz et du mica dans presque tous les granits; *c*) avec du quartz, mica et des grenats, entre Sitola et Tiuria; *d*) avec du quartz, mica et de l'amphibole auprès de Wyborg; *e*) avec du quartz, mica, topaze brun et de carneol entre Tiuria et Pounganemi; *f*) avec du quartz, du mica et de la Lotalite auprès de la Forteresse de Dawydoff; *g*) avec du quartz et de l'actinolite sur les bords du Golfe de Finnlande.

2. *a*) Quartz avec du Feldspath auprès de Wyborg, *b*) avec du mica entre Jakimwara et Sardowala; *c*) avec de l'Asbest entre Sardowala et Leskelia; *d*) avec du talc sur la route de Kidelia; *e*) avec de l'Amphibole au même endroit; *f*) avec du mica et du schorl dans le district de Schouistama; *g*) avec du mica et des grenats entre Sitola et Koitzenlaks; *h*) avec de l'Actinolite et de Chlorite au delà du fleuve Woksa; *i*) avec du Jaspe, près de Wyborg; *k*) avec du mica, de l'Amphibole et de Titanite près de Wyborg.

3. *Granit.* Proprement dit et à gros grains dans la partie de la Finnlande vers le N O.

4. *Sienite*, plus rare, vers les frontières de la Finnlande svedoise.

5. *a*) *Gestellstein.* Souvent avec des Granits dans le district de Kidelia. *b*) *Gneuss* entre Sardowala et Leskilia.

II. *Argilleuses.*

1. *a*) *Mica* avec de l'Amphibole; *b*) avec de l'Actinolite; *c*) avec du Schorl, dans le district de Schouistama.

2. *Schiste micacé.* *a*) avec des Grenats et du Quartz, *b*) avec de l'Amphibole et du Talc dans le district d'Imbilaks.

3. *Porphyre amphibolique.* Entre Sitola et Koïtzenlaks.

4. *Schiste amphibolique.* Entre Sardowala et Rouskiala.

5. Argile endurcie avec du Nephrite dans le district de Kidelia.

6. Trap avec du Spath calcaire, du Mica, du Quartz et du Feldspath, entre Sardowala et Rouskiala.

III. *Talcqueuses.*

1. *a*) Talc avec du Quartz et des Grenats près de Kidelja; *b*) Talc avec du Quartz et du Schorl, près d'Imbilaks.

2. *a*) Asbest avec du Marbre à Rouskiala et à Joënsou. *b*) Asbest avec du Spath calcaire, près de Willmanstrand.

3. Asbest avec du Marbre, Quartz et de l'Actinolite à Rouskiala.

IV. *Calcaires.*

1. Marbre avec du Spath calcaire à Rouskiala et à Willmannstrand.

2. Marbre avec du Mica, Talc, Actinolite, Quartz et Asbest à Rouskiala.

DESCRIPTIO BOTANICA NOVAE SPECIEI MYOSOTIDIS.

AUCTORE

J. H. RUDOLPH.

Conventui exhibita die 2 Julii 1806.

Quum nostra aetate quam maxime res herbaria ab omnibus in deliciis habetur et quodcunque augmentum illius grata mente agnoscitur; ex nuperrime larga messe plantarum omni cura ac labore Adjunctorum Acad. Sc Petrop. scilicet Dominorum *Redowski* et *Adams* regiones remotissimas amplissimae Rutheniae nunc peregrinantium, collectarum, ad augendam scientiam rerum naturalium inprimis regni vegetabilis, symbolam addere, meum esse arbitror.

Ex pluribus novissime detectis stirpibus Rossiae incolis pro scopo dissertationis speciem nondum descriptam *Myosotidis* selegi. Immortalis Linneus *Lobelium* (in Adv. p. 193. et icon.) secutus generi proprio nomen *Myosotidis* dedit ejusque aseclae hactenus retinuere nomen conveniens, quantumvis primaevi Botanices alienam agnoverunt sub hoc nomine plantam (*a*).

(*a*) Myosota levis herba, caulibus a radice multis subrubentibus, concavis, ab imo foliis angustis, oblongis, dorso acuto, per intervalla assi-

Radix describendae plantae est rhizomatoidea, extus brunnea, intus medulla albida solida, fibrillis paucis donata, in pluribus speciminibus pollicem aequat longitudo, in nonnullis longior obvenit, parum tuberculata, perpendicularis. Rudimenta foliorum emarcidorum docent per plures annos stirpem progerminare. Radix annosa superne ramulos nonnullos conjungit.

Caudicem adscendentem ad basin circumvestiunt folia radicalia conferta, substrata foliorum praeteriti anni copia, instar rosularum; forma oblonga, acuminata, basi angustata, quorum maximorum longitudo quinque latitudo duas lineas aequat: pagina utraque strigosa, superior vero in medio papulosa in margine papillosa.

Ex his unius radicis foliorum radicalium rosulis exsurgunt:

Caules nonnullos aut duos aut tres erectos, rigidos, dodrantales ad partem tertiam simplices, strigosi minus quam folia radicalia.

Folia caulina sessilia, alterna, semiamplexicaulia, sparsa, lanceolato-linearia, majora obtusa, strigosa. In summitate caulis simplicis enascuntur:

---

due geminatis, cauliculis ex ala prodeuntibus, flore caeruleo, ut Anagallidis. Radix digitali crassitie *Diosc.* L. II. c. 179.

Alia verior Myosotis, Helxine minor, minus hirsuta, trita habet odorem Cucumeris. *Plin.* L. XXVII. N. 8. Sit planta qualiscunque, certe nostra non est Myosotis.

Rami floriferi minutissime strigosi, sustinentes:

Pedunculos adscendentes, unifloros, et axillares et laterifolios, longissimos.

Folia ramorum magnitudine decrescunt et suprema in stipulas subeunt lineares imo filiformes, ciliatas.

Perianthium quinquepartitum, erectum, persistens; laciniis linearibus minutissime strigosis. *Corolla* ut in congeneribus (*b*), nisi quod limbus quinquepartitus, planus, plicis (*c*) carens fissurarum.

Faux obtegitur squamulis 5, peculiaris structurae, ex meris globulis flavis confectis quarum margini insident fibrillae hyalinae ad latus utrumque prognatae.

Stamina 5 interjecta sunt in omni Myosotidis genere squamulis et non supposita uti alias bene oculatus Schkuhr (*d*) depinxit.

Nuces raro quatuor saepius binae, formant irregularem hexagonam pyramidem inversam, cujus apex detruncata calycis fundo adhaeret; basis superior gaudet cin-

---

(*b*) Schreberi genera plant. T. I. p. 99.

(*c*) Plurium specierum Myosotidis fissura limbi corollae format plicam ad faucem usque.

(*d*) Botan. Handb. Tab. XXIX. fig. d. Staminum locum certum equidem rite determinavit *v. Gleichen* mikroskopische Entdeckungen Tab 77. F. 2. at squamulas pessime delineavit uti et caeteras partes floris.

gulo membranaceo ad latus quodcunque 4 et 5 dentibus praedito.

Habitat nostra planta ad *Jeniseam* in apricis praesertim prope *Krasnojarsk;* specimina miserunt et *Clar. Redowsky* et *Adams* et prius mecum communicavit Chirurgus *Zalesnikoff* seculus perscrutator jugorum altaicorum.

Num jam viderit *J. G. Gmelinus* difficile est dictu, refert tantum (Flor. Sib. Vol. III. p. 73): pumilam Myosotidem occurrere in editis Transbaicalensibus campis et in rupestribus locis Baicalis.

Proxima nostra species est Myosotidi pectinatae *Ill. Pallasii* (*e*).

Character essentialis est itaque: *M. Seminibus dentato-ciliatis; floribus laxe recemosis, pedunculis longissimis.*

Propter dentes ciliares sit nomen: *Myosotis ciliata.*

Folia omnia ovato-lanceolata, tenera, pilis undique longis mollibus, non prostratis neque ciliatim dispositis; hirsuta. *Folia nostrae* diversa longitudine, rigida, strigosa.

(*e*) Itiner. Vol. III. p. 717. n. 71. Tab. E. f. 4. Semen. Ad meliorem differentiam specificam conformandam inter *M. pectinatam* et *M. ciliatam*, sint consideranda: *Radix M. pectinatae* sarmentis laxis diffunditur; *nostrae* perpendicularis penetrat solum.

Pedunculi M. p. brevissimi unius lineae: *nostrae* glabrae fibrillis hyalinis ad marginem obsitae.

Semina sive *nuces* in *M. p.* gaudent dentibus integris non ciliatis et longioribus et pluribus nostra. Specimina *M. pectinatae*, id quod semper grata et pia mente recordabor, ex manu liberali *Illustris Detectoris*, cujus benevolentiae ac favori plurimas ac rarissimas Sibiriae plantas debeo accepi.

Explicatio Tabulae adjectae.

Fig. A. Planta secundum naturae ductum in omni parte plantae vivae conveniens. Tom. I. Tab. XI.

a. Folia radicalia vigentia; *b.* Folia annosa emarcida.

B. 1. Flos ad normam naturae a latere depictus.

2. Flos auctus ejusque (*a*) calyx.

C. Squamula fornicis cum fimbriis hyalinis, forma aucta, filamento proprio insidens.

D. Corolla absque calyce: *a*) limbus; *b*) tubus illius.

E. Corolla dissecta ejusque *a*) limbus; *b*) tubus; *d*) Squamulae; *e*) Stamina squamulis interjecta, omnia aucta forma.

F. Anthera figura aucta (*a*) a parte anteriori; (*b*) a latere cum portione filamenti.

G. Germen quatuor embryones et stylum brevem et stigma rotundatum s. globosum exhibens.

H. Semen s. nucleus forma normali ad naturam; (*a*) figura aucta; (*b*) dissectum; (*c*) ex parte apicis visum.

I. Setula foliorum ex papula egrediens aucta magnitudine.

OBSERVATIONES ANATOMICAE DE MUSCULORUM QUORUNDAM CORPORIS HUMANI VARIETATE MINUS FREQUENTE.

AUCTORE

P. ZAGORSKY.

Conventui exhib. die 8 Oct. 1806.

Ut exactam alicujus objecti naturalis nobis acquiramus notitiam, non secus scopum nostrum attingere poterimus, nisi characteres ejus probe examinemus, omniaque suae naturae priva studiose observemus.

Quodsi itaque in universa scientia naturali, ad perfectiorem corporum cognitionem, requiritur attenta observatio, praeprimis tamen in ea hujus scientiae parte, quae corporis humani structuram sibi rimandam vindicavit, maximam industriam esse necessariam, nemo diffitebitur: quo enim objectum nobilius, quo perfectius est, eo majorem curam severiusque examen a nobis postulat.

In multitudine indimensa objectorum nos ambientium, inter omnia corpora per faciem vastissimi globi terraquei

*

dispersa, nullum plane est, quod praestantia constructionis et perfectione non longissime cedat corpori nostro.

Ut igitur miram fabricam et functiones incomparabilis hujus machinae curatius perspicere, intimius quantum licet penetrare, indeque nos ipsos cognoscere possimus, omnem nostram impendamus operam, ideoque non ea tantum, quae juxta naturam ipsi competunt, summo cum studio notemus et colligamus, sed et, quae per accidens in hoc vel illo organo interdum inveniri solent, varietates non omittamus oportet. Multae quidem eaeque variae variarum partium a sueto ordine Naturae deviationes, quas utplurimum vasa, viscera et musculi experiuntur, sunt jam notatae in operibus anatomicorum: cum tamen mihi in aliquot subjectis, dereliquo bene formatis, non pridem observasse licuit haud parvi momenti varietates, quales ab aliis vel non visae vel praetermissae sunt; hinc non superfluum fore arbitror, si de nonnullis earum notatu dignioribus, maxime ad musculos spectantibus, cum Anatomiae cultoribus commucavero.

Musculos perplures saepe variis sub conditionibus variare, cuique, qui vel a limine tantum Anatomiam salutavit, notum est: sed insigniores varietates nobis occurrerunt in sequentibus.

1. *Musculus platysma-myodes s. latissimus colli.*

Quoad originem nil peculiaris habuisse, sed quoad figuram, fibrarum decursum et terminationem, insigniter variasse in utroque latere visus est hic musculus. Fibrae enim ejus, quae, semper dispersae sub cute pectoris, infra claviculam constituunt latam et tenuem originem, simulac furculam transgressae erant, mox ita inter se concentrabantur, ut crassum, fortem, subrotundum magis quam latum efficerent musculum, qui, sueta via sua relicta, ferebatur postrorsum, sequens cursum musculi sterno-cleidomustoidei, et, nullis ad faciem sparsis fibris, pone aurem ascendebat, atque arcus occipitalis superioris parti laterali, inter insertionem dicti et trapezii musculi, adhaerebat. Tom. I. Tab. XII et Tab. XIII.

2. *M. Complexus.*

Hic praeter fasciculos solitos, processibus transversis trium superiorum dorsi et obliquis quatuor vertebrarum inferiorum colli adhaerentes, possidebat peculiarem lacertulum, sat crassum et robustum, qui a processu spinoso ultimae vertebrae cervicalis oriens, per tendinem medium musculi digastrici sursum et extrorsum oblique ascendebat, ut se cum ventre complexi, in regione epistrophaei, intime commisceret.

Varietas haec sinistro tantum in latere aderat.

3. *MM. interspinales cervicis.*

Frequenter hi musculi variant excessu et longitudine. Nonnunquam in hoc vel illo, nonnunquam in utroque latere dantur supernumerarii et solitis longiores, cum scilicet unum vel duos processus spinosos transgrediantur. In nostro subjecto varietas circa hos musculos in eo erat observata, quod in latere dextro erat unus supernumerarius musculus crassus, validus et admodum longus: nam a spina epistrophaei ad eam prominentis usque attingebat.

4. *M. Crico-thyreoideus.*

Binis nonnunquam fasciculis constat hic musculus, ita ut duo distincti musculi crico-thyreoidei, quorum alter anterior alter posterior, esse videantur: uterque tamen ab ora superiore annularis incipit, et semper desinit in linea aspera cartilaginis scutiformis.

Nobis autem sequens hujus musculi varietas occurrebat, nempe fasciculus ejus, nomen prioris gerens, erat in utroque latere insolite longus. Initio scilicet sumto a loco sueto, emetiebatur totam longitudinem cartilaginis thyreoideae, ascendebat in latere interno musculi thyreo-hyoidei, et parti inferiori baseos ossis hyoidei adfigebatur: hinc illum nomine musculi *crico-hyoidei* insigniri posse, opinor.

5. *M. Trapezius s. cucullaris.*

Ab ordine solito hic in eo differebat musculus, quod longe inferius, quam fieri solet, originem suam trahebat. Non enim ab arcu superiori occipitis, sed a processu spinoso epistrophaei in utroque incipiebat latere, reliqua naturaliter sese habebant.

6. *M. Biceps brachii s. coraco-radialis.*

Praeter duo capita solita, tertio adhuc instructus erat hic musculus. Similis varietatis cl. Soemmerringius mentionem facere videtur (De c. h. fabrica T. III. p. 237), dum ait „Nonnunquam os brachii fasciculum exilem ventri longiori addit, etcet.“

Caput illud supernumerarium in nostro subjecto initium sumebat, idque in extremitate tantum dextra, a parte superiore et interiore, $2\frac{1}{2}$ pollices infra tuberculum minus brachii, tendine gracili, minus longo, qui dein, carneus factus, copulabatur ventri communi hujus musculi.

Hae omnes varietates in variis cadaveribus sunt animadversae, ne duae quidem in uno subjecto occurrêre.

Duarum varietatum, utpote in platysma-myoideis et cucullaribus musculis observatorum delineationes adhuc adjungere, necessarium duxi.

SUR LES MINES DES ENVIRONS DU FLEUVE TOURA DANS LES OURALES.

PAR

B. SEWERGUINE.

Présenté le 21. Janvier 1807.

Les mines des environs du fleuve Toura, dans la partie des Ourales qui se nomme Werchotourskoy en Siberie, sont deja depuis longtems remarquables, par la richesse des produits metalliques qu'elles fournissent. Ce sont celles qui appartenoient ci-devant à la famille des Pochodiaschines, et qui depuis quelque tems sont sous la direction de la Banc. Notre célébre Académicien Pallas nous en a donné une description satisfaisante quant à la situation et aux autres circonstances locales de ces endroits, dans le second tome de ses voyages en Siberie pag. 233 — 249. Aussi j'y renvois mes lecteurs en me bornant seulement à la description d'une suite de mineraux qu'on en a retirés, et que j'ai eu l'occasion d'examiner.

Les minières dont j'ai examiné les productions, sont les suivantes: I. Souchodoiskoy qui contient les puits

Podlessnoy, Porosoffskoy, Perschinskoy, Nikolajewskoy, et Kolokolnoy. II. Frolowskoy, et ses puits Krenninskoy, Kissowoy, Scharawlinskoy, Archangelskoy, Bogojawlenskoy, Bogomolowskoy et Podgornoy. III. Wassiliewskoy et ses puits Alexandrowskoy, Podchodnoy, Borosowskoy. IV. Troitzkoy. V. Olgoffskoy. VI. Uspenskoy et le Priisk Koptiakowskoy.

I. De la minière Souchodoïskoy.

a) du puit Podlessnoy.

Ce puit fournit parmi les produits metalliques: 1) Une grande quantité de cuivre natif ou en petites parcelles, ou en feüilles plus larges et passant quelque fois en veines par la matrice. 2) de la mine de cuivre vitreuse grise et pour la plûpart compacte. 3) de la mine de cuivre rouge, compacte, de couleur très vive, quelque fois terreuse et de la nature de celle que les Mineurs Allemands nomment *Ziegelertz*. Souvent elle se résoud en une ochre (oxyde) de cuivre noire, qui fait par sa décomposition que toute la masse devient très fragile et presque terreuse. 4) de la mine de cuivre verte (cuivre oxydé verd) que l'on nomme ici scoriforme et qui n'est que de l'oxide de cuivre verd, compacte, luisant et blanchâtre à cause de particules calcaires qui y sont melées. 5) de la mine de cuivre verte étoileuse qui recouvre or-

dinairement la surface de la mine de cuivre vîtreuse grise et compacte. 6) du verd de cuivre malachitique bleuâtre. 7) du cuivre oxidé bleu, en partie cristallisé. 8) de pyrite de cuivre; 9) de la mine de cuivre hépatique; et 10) du fer oxydé brun.

Les terres et les pierres qui accompagnent ces produits metalliques sont 1) de la pierre à chaux blanche ou grise qui se durcit quelque fois au point de prendre un beau poli de marbre; 2) du spath calcaire amorphe et cristallisé, de couleur blanche: il y a de ce dernier, des morceaux cristallisés en rhombes et en poliédres qui étoient très clairs et tout-à-fait transparens. Les cristaux rhomboïdaux dans un des échantillons que j'ai observé, étoient ordinairement unis deux à deux et font par leurs angles différement tronqués, qu'ils représentent cette forme poliédre dont il est fait mention. Tous ces cristaux de spath calcaire, quand je les avois réduis en poudre et mis sur des charbons ardens, petilloient fortement et donnoient une lueur phosphorique bleuâtre dans les ténébres, mais qui passoit bientôt. 3) de la pierre de corne pour la plûpart grise. 4) du Quartz. 5) du Bol et 6) de l'argille endurcie. Ce qui prouve en même tems que ce n'est pas la seule abondance du cuivre, mais la bonté de ses mines et la bonne qualité des terres et des

pierres qui fait qu'elles s'entr'aident mutuellement dans la fonte des mines, et qui fait la vraye richesse de ces minières.

Il faut remarquer encore, que le cuivre natif et la mine de cuivre rouge étoient pour la plupart melangé avec du spath calcaire dans une matrice marbreuse ou de la pierre de corne, les mines de cuivre vertes étoient melangées avec de l'argille et de l'ochre de fer, et la pyrite cuivreuse avec le quartz.

b) du puit Porosoffskoy.

Les produits metalliques de ce puit sont très remarquables et par leur forme et par leur différente nature. Ils consistent 1) en cuivre natif qui est melé avec de la mine de cuivre hépatique ou proprement de l'ochre cuivreuse de couleur hépatique, et de très petites parcelles de spath calcaire. Toute la masse est un peu schisteuse, terreuse et fragile Cependant elle est susceptible d'un poli et le cuivre natif se présente alors avec son éclat metallique. J'en ai vu aussi du cuivre natif capillaire et disposé en étoiles dont les rayons sortoient d'un centre commun et qui laissoient leurs empreintes dans le spath calcaire par le quel ils passoient, pour preuve que le spath calcaire étoit mou dans le tems où se forma le cuivre natif. 2) Mine de cuivre vitreuse grise

3) Mine de cuivre grise ou Fahlerz; compacte avec des venules de pyrite de fer. 4) Mine de cuivre verte terreuse et malachitique compacte et fibreuse. 5) Argent natif en très petites parcelles sur une mine de cuivre vitreuse grise, un produit très rare, dont je n'ai vu que ce seul échantilion, quoique le Fahlerz cy-dessus mentienné et les échantillons cités par Mr. l'Académicien Pallas prouvent que plusieurs de ces mines contiennent des indices de ce metal. 6) Manganèse noire terreuse, melée à la surface avec de la marne endurcie blanchâtre, de spath calcaire et d'ochre de fer.

Les terres et les pierres que l'on trouve melées avec ces mines, ne sont que de la pierre à chaux, du spath calcaire, du Bol et de l'argille endurcie et quelques petits cristaux de Quartz.

La Malachite stalactitique est pour la plûpart melée d'argille, et la malachite fibreuse se trouve à la surface de la mine de cuivre grise compacte accompagnée de l'ochre de fer.

c) Puit Perschinskoy.

Les échantillons fournis par ce puit démontrent, que c'est toujours le cuivre natif qui domine dans cette minière sous différentes formes. J'ai vû ce cuivre natif tantôt en grains ou en cristaux indeterminés et dispersés

ou dans une mine de cuivre ferrugineuse grise et melée d'ochre de cuivre rouge terreuse ou dans de l'argille endurcie grise. J'ai dit plus haut que le cuivre natif se décompose en une ochre de cuivre noire, ici il se resoud en une ochre de cuivre rouge, dont l'argille qui l'accompagne, est presque entièrement pénétrée. Outre cela on en exploite: 1) de la mine de cuivre hépatique très compacte; 2) la mine de cuivre nommée scoriforme (Schlackenerz) et dont je vais donner la description afin que l'on s'en puisse former une idée plus exacte. C'est un oxide de cuivre dont la couleur tient le milieu entre le verd et le bleu et qui est quelque fois blanchâtre à cause de particules argilleuses blanches qui s'y mêlent. Cette mine est très compacte et d'une forme indeterminée, mais un peu luisante à la surface; sa cassure est lisse et unie; elle est demitransparente sur les coins; elle se laisse égratigner avec le canif et donne une poudre blanche grisâtre; enfin elle se brise en morceaux indeterminés à coins assez aigus. Elle ne fait point d'effervescence avec les acides. Sa formation semble être la même que celle des malachites stalactitiques. Cependant on assure qu'elle se trouve aussi cristallisée en aiguilles. Celle que j'ai devant moi, se trouve à la surface d'un marbre gris ferrugineux et compacte, qui est encore remarquable par sa

proprieté de donner une lueur phosphorique bleuâtre, quand on en prend de petites parcelles et qu'on les jette sur des charbons ardens dans les ténébres. Enfin la même minière fournit de la manganèse noire et terreuse, de l'argille endurcie, du marbre, du spath calcaire et du quartz.

d) Puit Nicolajewskoy.

C'étoit encore le cuivre natif et la mine de cuivre grise hépatique et scoriforme que j'ai vû de cet endroit. Ces mines étoient melées de quartz et de spath calcaire. J'ai vû de ce dernier cristallisé en piramides à 6 pans, de couleur blanche et qui donnoit une foible lueur phosphorique dans les ténébres.

e) Puit Kolokolennoy.

Je n'en ai vû que de la mine de cuivre rouge vitreuse et de la mine de cuivre hépatique melées de paillettes de spath calcaire et de malachite en forme d'écorce à la surface du schiste argilleux. J'en ai vû aussi cette pierre de roche composée qui a été nommée *Sienite*, et qui consiste ici de quartz grisâtre, de Feldspath blanchâtre et de Hornblende grise, étant parsemeé en outre de paillettes de pyrites ferrugineuses. Toute la masse a une teinte grise, on y voit par cy par là des cavités qui se forment par la décomposition et de la pyrite et de la Horn-

blende. Au reste on assure, que cette pierre fait la principale roche constituante des montagnes des environs, et qu'elle se trouve aussi dans le puits nommé Grigoriewskoy, qui appartient à la même minière.

II. Minière Frolowskoy.

a) Puit Brenninskoy.

J'en ai vû une masse très compacte d'un melange de cuivre natif, de spath calcaire ferrugineux, de la mine de cuivre grise et du verd de cuivre malachitique.

b) Puit Kissowoy.

On en retire du cuivre précipité melé d'ochre de fer, de pyrites cuivreuses très compactes, de pyrites de fer cristallisées en cubes et melées de spath calcaire, d'argille endurcie, de grenats en masse, de Strahlstein et de quartz. La grande quantité de pyrites qu'on y trouve, semble lui avoir donné le nom de Kissowoy.

c) Puit Scharawlinskoy.

On en exploite du cuivre natif en feuillettes, en arbustes et du cuivre précipité, qui est melé de mine de cuivre hépatique dans une matrice silicieuse, quelque fois aussi dans du marbre avec du spath calcaire et de la mine de cuivre vitreuse, qui se décompose en une ochre de cuivre noire.

d) Puit Archangelskoy.

On en retire 1) de la pyrite cuivreuse melée de spath calcaire blanc grisâtre rhomboidale, qui est remarquable parcequ'il ne donne aucune lueur phosphorique dans les ténébres; 2) de l'ochre de cuivre noire melée de spath calcaire, de quartz, d'argille et de pyrite cuivreuse; 3) un melange de Blende, de galène de plomb, de pyrite cuivreuse et de quartz.

e) Puit Bogojawlenskoy.

1) Un melange fragile de la mine de cuivre grise et de la pyrite de cuivre qui se décompose. 2) Un melange de la mine de cuivre nommée *Pechertz*, d'argille et de la mine de cuivre soyeuse. L'argille y acquiert quelque fois la dureté du jaspe et elle est colorée en verd par le verd de cuivre.

f) Puit Bogomolowskoy.

Je n'ai vu de cet endroit qu'une pierre marneuse jaunâtre avec des cristaux calcaires en forme piramidale à 6 pans, très fins, transparens et parsemés de petites parcelles de sulfate de fer. Quand j'avois reduit une partie de la masse en poudre et que je la jettoit sur des charbons ardens, elle produisit de petites étincelles qui bruloient avec une flamme de couleur violette et une odeur de souffre.

g) Puit Podgornoy.

Ce puit fournit une mine de cuivre sablonneuse molle, ou une espèce de breche sablonneuse qui consiste en grains de grenats, en quartz, en argille, en ochre de fer et en verd de cuivre.

III. Minière Wasiliewskoy.

a) Puit Alexandrowskoy.

On en a 1) du cuivre précipité à la surface de l'hematite stalactitique dans une matrice de spath calcaire ochreuse, mais dûre. 2) de pseudogalène melé de galène de plomb argentifère dans de la marne et du spath calcaire. 3) du spath pesant feuilleté, ferrugineux et cristallisé en partie en crête de coq. et 4) du schiste argilleux avec du verd de cuivre.

b) Puit Podchodnoy.

Je n'en ai vu que du schiste argilleux.

c) Puit Borosowskoy.

J'en ai vu un melange remarquable de pyrite cuivreuse, d'amiante verd blanchâtre et de verd de cuivre. Toute la masse semble être en état de décomposition, et l'amiante gissoit particulièrement dans les endroits noirs décomposés. On y trouve aussi de la pyrite de fer qui se decompose au point d'avoir un gout vitriolique.

IV. Minière Troitzkoy.

J'en ai vu de la malachite grenue melée de la mine de cuivre scoriforme dans une matrice argilleuse et quartzeuse. Il y a aussi des grenats en masse, de l'ochre de fer, et un mineral dont la nature semble être moins connue et qui merite d'être analysé chimiquement pour en connoître les veritables parties constituantes. En attendant il me semble s'approcber beaucoup de la hornblende ferrugineuse, et voici ses caractères extérieurs. Il est de couleur brune jaunâtre à la surface, et de couleur de fer noirâtre avec des taches bleuâtres en dedans, sa figure est indeterminée, la cassure en est compacte inégale et d'une apparence feuilletée à la surface, en feuillets tant soit peu rayonnés. Ce mineral a un éclat très foible et gras à la surface des feuillets, mais metallique en dedans, il n'a aucune transparence, pas même sur les coins, les morceaux detachés en sont irreguliers, l'attouchement est gras dans les feuillets, il egratigne le verre ordinaire, mais ne donne point d'etincelles sous le briquet, étant egratigné avec un canif il laisse une trace jaune brunâtre; sa pesanteur est assez grande; humecté il ne donne point d'odeur d'argille. Il ne fait point d'effervescence avec les acides. L'acide muriatique en reçoit bientôt une couleur jaune

rougeâtre très - saturée. Il semble contenir une grande quantité de fer et un peu de manganése.

V. Minière Olgolffskoy.

Galène de fer avec du spath calcaire.

VI. Minière Uspenskoy.

1) Schiste argilleux enduit d'une écorce malachitique et 2) Calcedoine stalactitique grise avec un sinter quarzeux.

VII. Priisk Koptiakoffskoy.

Serpentine avec de l'asbest rude et du lin fossile. Enfin on y trouve, suivant ce que j'en ai vu sur les différens fleuves de ces contrées, les mineraux suivans: 1) du schiste calcaire noir et gris sur le fleuve Kapwa; 2) de la pierre calcaire grise avec des petrifications sur le fleuve Toura; 4) du jaspe rubanné sur le fleuve Woltschanka.

Remarques.

On n'est pas d'accord sur les matrices metalliques. Les uns les admettent, d'autres en nient l'existance. La définition la plus admissible qu'on en a faite, est „ qu'elles sont des corps dûrs qui contiennent régulière„ment quelques espéces de metaux, qui sont les instru„mens qui servent à leur perfection, et qui doivent avoir „existé avant la formation réelle des metaux" (*Lehmann,*

von den Metallmüttern, pag. 146.) „On a dit ensuite que „l'utilité des matrices metalliques consiste 1) dans la „production des metaux; 2) dans leur acception et leur „conservation; 3) dans leur endurcissement et 4) dans „leur amélioration" (ibid. p. 254.). Les mêmes matrices, pour parler le langage de ces auteurs, ne pourroient elles pas servir d'une autre manière encore dans la formation des metaux, du moins des metaux natifs? L'état primitif des metaux ne seroit il pas celui d'oxide? Le carbone n'agiroit il pas dans les entrailes des montagnes sur la reduction des oxides metalliques, comme il agit dans nos fours? L'hydrogène n'y contribueroit il pas encore, comme il en est des cas dans les expériences chymiques? Les terres et les pierres ne serviroient elles pas de vehicule pour porter ces substances aux oxides metalliques primitifs? Voila des questions qui me semblent meriter l'attention des naturalistes. La grande quantité du cuivre natif dans les pierres calcaires de Toura et la grande quantité de l'acide carbonique dans ces mêmes pierres ne donneroient elles pas quelque vraisemblance à ces assertions peut-être un peu trop hazardées? L'inhalaison et l'infiltration seroient elles les seuls moyens pour effectuer la combinaison intime des metaux avec leurs matrices? Et ne se peut il pas que les matrices soyent quelque fois primitive-

ment combinées avec les oxides metalliques, qui se developpent ensuite peu-à-peu et plus ou moins, sous toutes ces différentes formes qu'ils présentent?

1. C'est ainsi que j'ai trouvé souvent, que le cuivre natif de Toura étoit si intimément uni avec le marbre, qu'il y semble être inné et produit dans le même tems que se forma la matière de la pierre. Le cuivre natif en arbustes et en feuillets et le cuivre cristallisé au sein du marbre le plus compacte, comment se formeroit il? si ce n'est que l'oxide de cuivre primitif se gerçoit en même tems qu'il acquerroit sa forme metallique.

2. L'immense quantité de la terre calcaire qui consitue des montagnes presque innombrables, pourroit à peine avoir acquis tout l'acide carbonique qu'elle contient, de l'air athmospherique qui n'en contient que très-peu. Ne seroit il donc pas plus vraisemblable que la terre calcaire contenoit primitivement la base de cet acide, c'est à dire, le carbone, et que celui-ci se transforma en acide carbonique en attirant l'oxigene ou de l'athmosphère ou des oxides metalliques primitifs. Pourquoi par exemple les minières de charbon de terre abondent elles de gaz d'acide carbonique plus que la plûpart des autres? N'est ce pas par la raison qu'elles contiennent le plus de carbone? Il seroit

à souhaiter qu'on fit des observations répetées à cet égard dans les différentes profondeurs des minières.

3. Il y a encore une circonstance qui est très-remarquable, c'est que des pierres où on n'apperçoit au commencement rien de metallique, deviennent ochreuses et ferrugineuses, quand elles ont été exposées pendant quelque tems à l'action de l'air athmospherique, pour preuve que ce metal y existoit effectivement, mais qu'étant très oxigené, il étoit invisible et qu'en perdant une partie de l'oxide il se manifeste sous la forme de l'ochre coloré ou d'oxide imparfait. C'est ainsi, que la mine de fer spathique d'une couleur blanche devient brune et jaunâtre étant exposée à l'action de l'air athmospherique-que quelque espéce de terre grise marécageuse acquiert une couleur bleue-que le quartz et le feldspath blanc deviennent jaunes et ferrugineux à la surface, comme on le remarque dans les pierres roulées de nos environs. Et en général le fer, le plomb, le cuivre etc. présentent de différentes couleurs suivant les différens degrés d'oxidation, et l'acide arsenique, molybdique et tungstique sont presque blancs quand ils sont saturés d'oxigène.

4. Par quelle raison est ce? 1) qu'une grande partie de metaux natifs se trouvent accompagnés de pierres calcaires et d'autres espéces de pierres qui contiennent de

l'acide carbonique, comme par exemple le cuivre natif des minières de Toura, l'argent natif à Kolywan, à Kongsberg en Norwege, au Hartz, le vif-argent en Idrie etc. 2) Que l'or se trouve pour la plupart avec des ochres de fer et dans du quartz, ne paroit-il pas que d'un côté le fer est très capable d'attirer les moindres parties d'oxigène et que de l'autre l'oxide d'or n'exige qu'une foible force pour le perdre? 3) que la plus grande quantité des oxides de fer et de plomb se trouve dans les argilles, ne paroit-il pas, que l'argille participe moins des substances qui puissent se combiner avec leur oxigène? 4) Que l'argent vif natif se trouve aussi souvent dans des matrices argilleuses, ne paroit-il pas, que son oxide n'exige pas beaucoup de force pour perdre l'oxygène? 5) Que l'espèce de pierres qui se trouve proche de metaux, est ordinairement plus molle par les combinaisons nouvelles que fait l'oxigène des oxides metalliques en passant et repassant de ces substances etc.

Ainsi l'utilité des terres et des pierres dans la formation des metaux ne consisteroit elle pas en ce qu'elles servent de vehicule pour porter le carbone et l'hydrogène aux oxides metalliques (que je suppose primitivement combinés avec ces substances), pour en oter une partie de

l'oxigène ; sans nier cependant que ces mêmes metaux peuvent ensuite se resoudre différemment et se manifester sous la forme de différentes mines et d'ochres, car pour ce qui regarde les mines proprement dites, elles sont effectivement d'une formation posterieure.

Quelques savans ont soutenu que l'état primitif des metaux devoit être plutôt pûr et parfait, mais qu'ils avoient subi les différens changemens par les différentes combinaisons nouvelles qu'ils ont éprouvéés. Mais si mes assertions semblent encore être trop hypothetiques pour pouvoir y insister, les expériences chimiques ne leur viennent elles pas à l'appui? Nous avons vu ci-dessus, que les metaux natifs sont souvent si intimement unis avec leurs matrices, qu'ils semblent avoir été primitivement combinés chimiquement avec elles ; cependant jamais les metaux tout pûrs ne se combinent avec les terres, et ce ne sont que leurs oxides que nous sommes en état de faire entrer par la fusion en combinaison intime avec elles. Les expériences chimiques nous demontrent encore plus. C'est qu'on trouve, que les différentes terres se combinent différement avec les oxides metalliques, plus aisément et plus intimement avec les uns qu'avec les autres, suivant les différens degrés de leur attraction chimique envers ces oxides.

C'est de là peut-être, qu'on observe dans la nature même que les différentes espéces de terres et de pierres semblent favoriser l'un des metaux plus que l'autre. C'est ainsi que l'oxide d'or et d'étain semble avoir plus d'affinité pour la terre silicieuse, l'oxide de cuivre, d'argent etc. pour la terre calcaire, l'oxide de fer, de plomb etc., pour la terre argilleuse, parcequ'ils s'y trouvent le plus frequemment et en plus grande quantité.

Quoiqu'il en soit, il résulteroit du moins de toutes ces considérations l'utilité pratique suivante 1) on ne rejetteroit pas des montagnes comme ne contenant rien de metallique, quand elles se présentent telles à la premiere vûe, aussitôt que les autres indices sont favorables, vu que les parties metalliques primitives n'ont peut-être pas encore eu l'occasion de se developer. 2) Les montagnes ou les roches qui contiennent du carbone en nature, ne donnent point d'espérance pour des metaux, car s'il y en avoit, le carbone seroit deja combiné en partie avec l'oxigène des oxides metalliques primitifs. Telles sont les montagnes de charbon de terre et celles qui abondent de Hornblende, qui suivant les expériences nouvellement faites par Mr. Lampadius et autres contiennent du carbone en nature. 3) Les montagnes qui abondent en acide carbonique sans des indices de metal, n'en donnent non

plus aucune espérance pour le futur, parceque le carbon, en attirant l'oxigène, en auroit deja fait voir quelques traces, s'il y en existoit réellement 4) Quand il se trouve subitement trop de metaux natifs dans une minière; il faut prendre ses précautions contre les eaux souterraines, qui peuvent être en partie la suite de la formation de ces mêmes metaux natifs. 5) Et au contraire les minières qui commencent à abonder d'eau souterraine, donnent, caeteris paribus, quelque espérance pour les metaux natifs. 6) Les montagnes gypseuses ne peuvent jamais contenir des metaux et sur tout des metaux natifs, à cause de l'acide tout formé qu'elles contiennent et qu'elles sont le produit d'une nouvelle solution. 7) Les expériences chymiques sur les différentes combinaisons des terres avec les oxides metalliques nous serviront enfin de guides les plus sûrs pour les recherches des gites de minerais ou de vraies matrices metalliques.

DESCRIPTIO BOTANICA NOVAE SPECIEI FUMARIAE.

AUCTORE

J. H. RUDOLPH.

Conv. exhib. die 4 Febr. 1807.

Semper aliquid novi ex Sibiria.

Miranda num sint inventa peregrinatorum, scientiae historiae naturalis imprimis botanicae optime compotum, in istis amplissimis vario et climate et solo diversis regionibus, a nemine botanicorum adhuc visis, dubius haereo; colligenda sunt modo naturae dona scrutatori ubivis obvia, et nova nondum descripta corpora porrigit larga manu alma mater Natura: indefessum ardorem, periculosa itinera, aestum intensum solis, gelu dirum hyemis, rapida flumina, excelsa alpium juga adscensu difficillima, sitim famemque spernentem admiror et obstupesco. Tantus florum amor!

Quis itaque non expectaverit summos fructus pro augenda re botanica ex itinere clar. viri *Redowski* Adjuncti

Academiae nostrae, peregrinatoris per omnem fere Sibiriam remotissimam, K.ntschatkam, Mongoliae fines, juga et Altaica et Songorica, regionem cis-et transbaicalensem? spes in illum collata neutiquam nos fefellit et non dubito, quin redux ex itinere magis aucturus sit summam incolarum regni vegetabilis in omni Sibiria habitantium ingentem.

Ex plantis novissimis, ab illo in solo natali collectis et nuperrime transmissis, prae ceteris propter pulcritudinem et novitatem et singularem corollae fabricam, speciem sub genere Fumariae in tribu priori militantem, alias novissimas plantas in posterum traditurus, selegi.

Caudicem nostrae plantae describendae descendentem format radix squamosa, fibrillis horizontalibus caudiciformis et proinde annua.

Squamae respectu radicis sunt magnae, inferiores ovato-lanceolatae, soboliferae, mucronatae; superiores obtusae, bases pedunculorum ac petiolorum obtegentes. Petioli sulcati, duos pollices plerumque longi, sustinent *Folia* bipinnata foliolis glaucis bi-trifidisque, nonnullis rore cuprino fucatis mucronatisque. Adscendunt *Scapi* ex dictis vaginis filiformes petiolis multo majores (trium imo quatuor pollicum), et in summo caule enascuntur flores secundi, in pluribus tres, pro planta exigua insignes.

Flores sustinentur pedunculis filiformibus, bractea minima lineari - lanceolata suffultis, et magnitudine et forma insigni, purpurascentes superbiunt; basis floris in parte utraque bractea cordato - acuminata, unius lineae, amplectitur formatque perianthium sive calycem Linnaei ejusque assectarum.

Flos gaudet *perigonio* duplici: externum est monophyllum, bipartitum, laciniis erectis in medio reflexis, praeditum ad basin *Paranectario* sive *Pseudonectario* gibboso neque cavo neque lympham melleam secernente.

Perigonium internum, si mavis corolla, palato prominente faucemque claudente, et petalis duobus est formatum. *Petala* linearia, excavata in pagina sive superficie interna; superficiem externam ornat ala membranacea sive Paranectarium; bases petalorum enascuntur ex superficie interna perigonii externi illorumque apices palatum formantes arcte, etiam fructificatione peracta, inter sese cohaerent. Natura omnem curam intendit, ne perturbetur summum negotium fructificationis floris variis tempestatibus infaustis procellisque expositi.

Filamenta duo lata, membranacea, perigonium internum non excedentia, amplectuntur germen: utrumque in cacumine sustinet *antheras* tres minutas, versatiles, polline aureo conspersas.

Germen brevissime pedunculatum, ovato - acuminatum, in *stylum* longum sensim abiens fert in summitate *Stigma* peltatum.

Fructus est *Legumen* (*) coriaceum, polyspermum, secundum suturam dissiliens et *Stylum* tunc refert duplicem Stigmate conjugatum.

Semina plura, subrotunda, aterrima, nitidissima replent in serie duplici cavum Leguminis.

Cl. *Redowski* refert, se invenisse hancce plantam speciosam in montosis *Jablonnoi Chrebet*; ad Selengam collegit *D. Merck* b. m. ex cujus benevolentia specimen ultra decennium in collectione plantarum mea servo.

Ex notis Fumariae nostrae descriptis apparet: *Fumariam Cucullariam* L. perquam similem esse novae speciei descriptae; at differt: *Foliis radicalibus pluribus, bipinnatis, foliolis mucronatis; Scapis foliis multo longioribus.*

Propter patriam remotissimam et formam haud consuetam, sit nomen: *Fumaria peregrina.*

(*) Nolo auctorum premere vestigia et jurare in verba magistri Linnaei, qui dedit Fumariae *siliculam*; *Moench* (methodus a staminum situ, p. 52.) jam dixit: *Siliquam spuriam*, praebere characterem pro dividendis variis speciebus Fumariae genericum.

Explicatio tabulae:

Tab. XVIII.

Fig. I. sistit plantam integram;

Fig. II. Partes floris in statu diverso inflorescentiae.

1. Flos in anthesi. *a. a.* Calyx. *b.* Corolla clausa. *c. c.* Bractea.
2. Flos apertus.
3. Flos emarcescens petalis jam deciduis. *d.* Filamenta.
4. Filamentum separatum cum antheris.
5. Germen cum stigmate.

OBSERVATIONUM ANATOMICARUM QUADRIGAE

DE SINGULARI ARTERIARUM ABERRATIONE.

AUCTORE

P. ZAGORSKY.

Conventui exhib. die 13 Maii 1807.

Post eas, quas anno praeterito collegi, et die 8 Octobris Conventui Academico exhibui, novae mihi inter exercitationes anatomicas occurrêre varietates, tum circa alia organa, tum maxime circa vasa. Observationes meae, vel hoc ultimo respectu, numerosae essent, si vellem omnes et singulas vasorum, quoad ortum, decursum et distributionem eorum, anomalias notare et recensere: constat enim, nullas corporis nostri partes tam frequenter tamque diversimode ludere, quam vasa; et haec est ratio, cur Angiologiae seu doctrinae de vasis, a variis auctoribus propositae, adeo inter se discrepent. Cum autem inter plures utriusque generis canalium sanguiferorum et aliarum partium aberrationes, praesente anno a me visas, nonnullae tantum, eaeque speciatim circa systema Aortae observatae, minus solitae et majoris ponderis sint; hinc numerum ob-

servationum mearum limitabo, et nonnisi quatuor rariores casus, sequentibus articulis complexos, proponam.

I. Arcus Aortae.

Arcuata hujus arteriae portio, quae capiti potissimum et artubus superioribus prospicit, eam nobis obtulit varietatem, quod, loco trium, duos tantum majores dabat truncos. Hoc quidem non est novum, ut alii et ego plus una vice sum expertus; sed hoc in casu ita plerumque fieri observatum est, ut alter truncus, a dextra et superiore arcûs parte incipiens, findatur in tres ramos, in arteriam utpote subclaviam dextram et binas carotides, alter, qui parti sinisteriori summitatis ejusdem arcus originem suam debet, sinistram subclaviam constituat. In nostro autem subjecto vice versa res se habebat: truncus enim dexter pergebat, pectore egressus, ad solam extremitatem dextram, sinister vero spargebat utramque arteriam carotidem et subclaviam sinistram.

II. Arteria Carotis externa.

Primus Carotidis externae ramus, nomine arteriae thyreoideae superioris insignitus, tantam in latere dextro crassitiem habebat, ut paene superaret truncum a quo proveniebat; e contra ramus ipsi socius lateris sinistri paulo, quam juxta naturam esse debet, exilior videbatur.

Ceterum in decursu et distributione omnium harum arteriarum nil peculiaris animadverti.

III. Arteria Axillaris.

A sueto ordine haec arteria eo recedebat, quod non solum plures rami ipsius, nominatim arteria thoracica major, glanduloso - axillaris, ambae circumflexae humeri et subscapularis, sed et, quae a brachiali ortum ducere solet, arteria profunda brachii, communi trunco a parte ejus media et anteriore incipiebant, in extremitate sinistra; e contra omnes cognomines arteriae in latere opposito separatas et a locis solitis suas possedere origines. Nullam amplius differentiam circa has arterias in hac et illa extremitate inveni, nisi excipiam arteriam collateralem ulnarem primariam, quae non a trunco brachialis proprie sic dictae, sed a brachiali profunda pullulabat in latere dextro; quod tamen non raro contingit.

IV. Arteria Femoralis.

Tab. XIII. Fig. 2. Quae circa hanc arteriam occurrit varietas, tanti a me aestimata est, ut delineationem etiam, ad naturam factam, descriptioni ejus adjungere et aequum et necessum duxerim.

Pars inferior arteriae femoralis praeter ramos quos ordinarie mittit ad musculos, antequam in popliteam conti-

nuetur, emittebat adhuc ramum peculiarem, subcutaneum, longum, qualem antehac, sub felicissima etiam injectione, nunquam vidi. Ramus hic, ab interna regione femoralis exortus, per musculi adductoris magni extremum inferius, sartorium inter et gracilem, ablegatis surculis ad hos et alios vicinos musculos, descendebat sub cute in superficie interna genu et tibiae, emetiebatur totam longitudinem hujus ossis ad malleolum usque internum, ubi cum arteria hujus malleoli, et alio ramo tibialis anticae, qui, super tendines extensorum pedis, infra ligamentum cruciatum commune tarsi, flexus ascendebat ad eundem malleolum, manifesta copulabatur anastomosi. In itinere quoque suo multos hic ramus spargebat utrinque surculos, qui itidem jungebantur cum ramis arteriae tibialis utriusque, et cum reti arterioso genu.

Tandem notare debeo, omnes has observationes captas esse in variis subjectis.

DE NOVA ACTINIARUM SPECIE GIGANTEA KAMTSCHATICA,

QUAM IN PORTU PETRO-PAULI AD VIVUM PINXIT AC DESCRIPSIT

G. T. TILESIUS.

D. 4 AUGUST 1804.

Praemissis Annotationibus characterem Actiniarum genericum spectantibus ab auctore anno 1807. adjectis.

Conventui exhib. die 17 Jun. 1807.

I.

Occasio refertur, quae ad detegendam hancce actiniae Speciem ansam dedit; subsequitur scrutinium: an nova sit Species.

Imperatoris Augustissimi nostri Alexandri primi jussu, naves globum terraqueum velo ventoque circumvectae, quibus ad observanda naturae memorabilia, adscriptus fui, propter infestas anni tempestates coelique vicissitudines, nec non ob inopiam aquae potabilis et alimentorum, varias in cursu occurrentes terras aggredi coactae fuere. Nostra laeto Spei nomine consignata, terram Kamtschaticam appellere destinata fuit, cujus terrae por-

tum Petro Pauloque sancitum, eum in finem, ut incolis ferrum, frumenti spiritum aliaque necessaria adduceremus, navemque nostram corruptam et a tempestatis undarumque laesione erosam in integrum restitueremus et aquam potabilem, pisces salitas aliaque cibaria nobiscum portaremus, ter ingressi, terque regressi sumus.

Hae vero in terram Kamtschaticam descensiones, hanc molluscorum speciem, cujus descriptionem sum enarraturus, conspiciendi occasionem praebuerunt.

Primo aggressu, mense et Julio et Augusto anni millesimi octingentesimi quarti, in portu Petro-Pauli acquievimus, secunda vice ex Archipelago Japonico reducti per Junium mensem anni sequentis eo in loco commorati sumus; tertia vice ex Insula Segaliensi redeuntes per Septembris spatium et quod excurrit ejusdem anni in portu Petro-Pauli permansimus. Julii et Augusti mensibus utriusque anni hujus terrae littora perlustrans inter alias majora sui generis mollusca ad disquirendum aptissima, quoque Balanum cornutum coccineum, magni Tritonis domicilium, et actiniam giganteam frequentius vidi eandemque cultro anatomico subjeci.

Actinia in portu Petro-Pauli et ad litora sinus Awatschensis rupibus, ostrearum compages, caulibus fucorum radicalibus, truncis et lignis natantibus affixa, spa-

dix vel badia vel rufa, nauseosa, mucida gregatim et copiose reperitur. Cum usque adhuc nullus peregrinatorum nec Stellerus neque Krascheninikovius hancce actiniae speciem in rupibus et littoribus sinus Awatschensis frequentissimam maximamque vidisse nec descripsisse videatur; eandem eo curatius disquirendi, ejusdemque naturam et fabricam descriptionibus latioribus exponendi nec non iconibus exprimendi, meum esse arbitror.

Ab omnibus hucusque notis Actiniarum speciebus differre videtur. Cum Priapo giganteo *Forskâlii* [1]) quae a systematicis Actinia Gigas [2]) dicitur, et disco indiviso tentaculisque violaceo-viridescentibus distinguitur, nil nisi magnitudinem commune habet, imo eandem magnitudine superat. Actinia rufa [3]) et plumosa [4]) *Mülleri*, species minores, nostrae quodammodo affines, primo intuitu quidem similitudinem quandam cum nostra offerre videntur; sed accuratius perscrutatae, species separatae dignoscuntur. Plumosa nempe *Mülleri*, nostrae, per discum in ramos tentacula efformantes divisum, simillima, praeter magnitudi-

---

[1]) Icones et Descriptiones animalium, quae in itinere orientali observavit Petrus Forskal. pag. 100. Tab. XXVII. A.

[2]) Actinia gigas *Bosc. l. c.* pag. 219 Gmelin Lin. System. Naturae.

[3]) O. Friedr. Müller Zoologia Danica Vol. Tab. XXIII.

[4]) O. Fr. Müller loco citato Vol. III. pag. 12. Tab. LXXXVIII.

nem abhorrentem tentaculis etiam plumosis et cirrhatis ab illa iterum discrepat. *Rufa Mülleri*, nostram tantummodo habitu simulans, etiam minima, disco diviso tentaculisque ramosis caret, quibus nostra ornata est.

Praeterea actinia nostra praeputio prae caeteris abundat et corpore longissimo contractili gaudet, ita, ut fere priapum phymosi adfectum formet, quamobrem *Linnaeum*, si alias hanc speciem viderit, nomen ejus antiquum genericum [1]) ab eadem derivasse, facile crediderim. Majora enim hujus speciei individua orificio clauso praeputio supra glandem obducto tentaculisve retractis, priapos equinos mentiuntur, quapropter etiam milites Rossici et hujus terrae indigenae incolae hanccce actiniam penem seu caudam equinam appellarunt (Pferdeschlauch).

Corrugata et retracta nostra actinia formam folliculi pro adpergendis pulvere cyprio crinibus inservientis induit. Disco denique ramoso tentaculifero, labioque centrali, pulvinato, os cingente, retractili, nec non organismo ejusdem singulari tenacissimaque vi vitali adeoque per plures horas extra aquam marinam superstite, haec species ab omnibus usque adhuc descriptis, saltem ab iis, quae mihi

---

[1]) Linn. systema Naturae Vol. II. Upsal. ab ipso edit. prior. ed. Ejusd. Fauna Succica Ed. II. n. 2102. etc. et Petr. Forskal. pr. loc. cit.

usque adhuc occurrebant, distincta videbatur, ita ut novam eandem censerem, quare simul eandem non solum descriptione sed etiam icone illustrandam satis dignam judicavi. Antequam vero hanc aggrediar, liceat mihi, annotationes quasdam characterem generis actiniarum attinentes praemittere.

II.

Character generis Actiniae in vivis animalibus determinatus.

Corpus cylindraceum, oblongum vel haemisphaericum, carnosum vel tendinoso-coriaceum, contractile, basi plerumque affixum sed loco movendi facultate praeditum, ore terminali, quod unico vel pluribus tentaculorum retractilium ordinibus circumdatum est, instructum, praeputio tectum retractili.

III.

Annotationes genus actiniarum earumque affinitates spectantes.

Etsi quoad oris unius situm centralem, sphincterem sublabialem et tentaculorum os cingentium numerum et formam actiniae cum hydris conveniant, tamen quoad substantiam praeprimis integumentorum, intestinorum fabricam et distinctiorem organismum nec non ipsius corporis magnitudinem, aeque ac sepiae, holothuriones, Lepadum et Balanorum Tritones molluscis adnumerari merentur. Inte-

rea tamen actiniae, eodem jure ac sepiae et omnes hydrae ac polypi tam liberi quam affixi κεφαλοποδα [1]) mollusca cum Zoophytis et speciatim cum hydris [2]) conjungunt, actiniae enim eodem modo ac polypi ore centrali brachiis vel tentaculis numerosis circumdato instructae sunt, ano vero carent, efformant aeque ac illi, ore aperto tentaculorum disco explicato, praedam expectantes, corollam, quae naturae scrutatoribus ansam dedit, eas tamquam animalia vegetabilium more efflorescentia inspiciendi et denominationibus fere botanicis v. g. Dianthus, Zoanthus

---

[1]) Cephalopodes terminus a Cuviero stabilitus, qui Mollusca in 1) Kephalopoda saccata quorum pedes? capiti impositi; 2) Gasteropodes (Gasteropoda) quibus planum abdominale rependo loco pedum inservit 3) et Acephala (acephales) qui capite destituta et solo orificio sub pallio abscondito instructa sunt, distribuit. Haec distinctio vel divisio Cuvieriana, quae mihi usque adhuc nimis ambigua et voluntaria videbatur, comparationibus et animadversionibus affinitatum molluscorum cum notis eorum certis stabilibusque, quas experientissimus *Pallas* eadem modestia, quam ingenii acumine in Miscellaneis et Specilegiis Zoologicis proposuit, neutiquam praeferri meretur: pedes enim in Sepiarum, quae unice Kephalopodum cohortem constituunt, capitibus non extant sed tentacula, ut jam latius quondam in annotationibus anatomicis *Rosenmülleri* Beyträge für die Zergliederungskunst inscriptis exposui. Praeterea corporis saccati vaginalis notio, *quae in termino non inest*, quam vero autor eadem conjungi vult, vehementer attrahitur.

[2]) Ad vocem *hydrae* notabo, *Gmelinum* in Systematis Naturae Linnaei Tomi I. parte VI. pag. 3867. relatis Forskalii et Mülleri speciebus actiniarum pag. 3131 sub genere Actiniae, Ellisii et Gaertneri vero actinias cum hydris conjunxisse, quod iterum, cum hae verae sint actiniae et quidem optime descriptae et depictae, ad errandum et confundendum denuo ansam dabit.

Anemone [1]), pentapetala polypetala etc. consignandi. Ex eadem ratione plurima Zoophyta facies plantarum induentia, stirpe ramoso excrescentia exsertis eorum papillis absorptioni inservientibus numerosissimis vel capitulis tentaculatis instructa quondam a Marsiglio aliisque pro veris plantis marinis habebantur: in istis polyporum vel hydrarum corallificum papillis vel capitulis copiosissime exsertis tentaculiferis nil nisi corollas polypetalas efflorescentes isti observatores videbant.

Minoris momenti affinitas, qualem actiniae cum Tritonibus communem habent, in eo consistit, ut aliis corporibus imprimis fucis majoribus, rupibus, lignis, concharum testis etc. adhaereant et basi plerumque affixae reperian-

---

[1]) Actinia Anemone Ellis Philosoph. Transact. XLVII. p. 436. t. 19. fig. 4. 5. Actinia Dianthus Ellis. Philosoph. Transact. XLVII. p. 436. t. 19. fig. 8. Actinia Bellis Gaertneri (caliciflora) Philos. Transact. LII. p. 79 tab. I. fig. 2. Actinia gemmacea Gaertneri (disciflora) Philos. Transact. LII. pag. 82. tab. I. Fig. 4. porro Actiniae, Mesembryanthemum, Aster, Helianthus, Calendula etc. *Zoanthus*, (Zoantha Lamark. syst. des animaux sans xertebres Paris.) nova denominatio generica, quae Lamarckius ad *actiniam sociatam Ellisi* (Philos. Transact. LVII. tab. 19. fig. 1. 2.) defignandam elegit. Merito hanc actiniam separarunt, quoniam non, ut reliquae actiniae sua sponte affixa est basi, sed ex tubo cylindraceo serpentino ductu prorepente lapidibus affixo, qui plures quasi actinias protrudit, quod nominis sociatae ansam praebuit, orta. Loco movendi igitur facultate, qua reliquae verae actiniae gaudent, quae locum et basin sua sponte mutare solent, sociata destituta est, et praeterea tamquam animal sic dictum compositum sertulariis Tubulariis, Alcyoniis etc. affine, propter oeconomiam diversam ab actiniis recedit. *Gmelinus* in *Linnaei* systemate Naturae Hydris adnumeravit.

tur, ab illis vero, qui per tentaculorum substantiam corneam, structuram articulatam et hirsutiem, Squillarum et Gammarellorum pedes simulantium, insectis approximantur, iterum recedunt et tentaculorum mollitie discrepant.

Tentacula omnium actiniarum subgelatinosa, tenerrima et extremitatem versus admodum sensibilia sunt, attrahendi praedam ac sese contrahendi facultate perfecta gaudent, orificio in eorum centro sito et a labio plicato orbiculari formato retractili praedam adducunt et cum oesophagi sphinctere, qui in superficie disci interna ejusque centro locum habet, et cum fibris circularibus duplicaturae internae integumentorum coriaceorum intertextis conjungitur, intime cohaerent. Cum non in omnibus actiniis ad extremitatem tentaculorum punctum nigrum animadverti possit; organa earum visus praesumta, ut mihi videtur, dubio adhuc subjecta sunt, neutiquam vero tactus: omnes enim, etsi quaedam species, ut nostra, lentae, pigrae et languescentes videantur, maxime tamen sensibiles sunt. Celerius sese contrahendi et alacrius movendi modus in corporis compage et integumentorum muscularium substantia diversa locum habere videtur.

Actiniarum species diversae ex tentaculis, situ, figura, numero, ortu nec non colore diversissimis, optime distingui ac dividi possunt: Tentaculorum basis in quibusdam

speciebus est labii vel oris centralis margo indivisa, quam disci nomine consignavimus, in aliis discus in ramos ramulosque, ex quibus tentacula oriuntur, ut in nostra, dividitur. In prioribus tentacula ipsa longiora, singula, numerabilia, separata, filiformia sunt, in posterioribus vero breviora, aggregata, innumerabilia, fasciculosa, villiformia, papillaeformia, ciliata, fibrillosa. Utriusque classis species quaedam inveniebantur, quarum tentacula urendi facultate praedita sunt, quorum tactu pruriente dolore afficimur, quod praesertim in iis, qui splendidissimis coloribus exornatae fuerunt, in tropicis regionibus et calidioribus coeli plagis expertus sum, et quod antiquioribus marinorum scrutatoribus ansam dedit easdem urticas marinas appellandi [1]).

Ex tentaculorum basi, quam *discum* nominarem, diversa actiniae in duas segregatas familias dividi possint, nempe:

1) in actinias disco diviso, scilicet in ramos ramulos et surculos tentacula efformantes: huc pertinent e. g. Actinia plumosa Mülleri [2]) etc. Priapus Polypus

---

[1]) Fabius Columna d. c. m. n.

[2]) O. Fr. Müller Zoologia Danica Vol. III. pag. 12. Tab. 88.

Forskâlii [1]) Actinia effoeta Phil. Transact. Baster opusc. subs. I. p. 122. tab. 14. fig. 2. hisce etiam nova nostra Kamtschatica adnumeranda.

2) in actinias disco indiviso simplici tentaculis longioribus solitariis: v. g. Actinia rufa Mülleri Priapus viridis Forskâlii et ruber ejusdem [2]) Actinia senilis, felina, undulosa, cavernata et recurvata Boscii [3]) etc.

Prioris familiae species numerosiores et diversae, extremitatibus ramulorum et surculorum disci, vel papillosis villosis vel ciliatis aut fibrillosis, segregatis vel in fasciculos aggregatis inter se distinguuntur. Tentaculorum forma, numerus color et situs non nisi explicato disco oreque aperto inspiciendus vel dignoscendus est, sed hoc non semper contigit, plerumquae enim clausae reperiuntur nec prius ac silentibus undis aperiuntur et donec praedam expectant animalculisque insidiantur oris discum explicant praeputium retrahunt et tentacula patentia in undis fluctuantia visui offerunt.

---

[1]) Icones et Descriptiones animalium, quae in itinere orientali observavit Petrus Forskal pag. 102. Tab. XXVII. C.

[2]) Forskal loco citato pag. 100. 102. Tab. XXVII b. B. viridis A. Gigas.

[3]) Histoire naturelle des vers par L. A. G. *Bosc* Vol. II. pag. 220. Tab. 21. accuratissimus attentissimus et experientissimus molluscorum et Zoophytorum observator plures novas a me revisas species in hoc opusculo egregie descripsit.

Primo autem undarum ictu vel umbrae motu venantibus sese subtrahunt ocyus, ope tendinum e basi corporis radicum instar profunde et perpendiculariter descendentium terrae sabulosae, basi electae, se immergentes. Actiniae igitur patentes propter eximiam sensibilitatem difficillime observari et depingi possunt, more enim polyporum et hydrarum, vix sensibili tactu et aquae motu adfectae, tentacula retrahunt, os claudunt, discum implicant praeputioque obducunt, ita, ut tunc corrugatis integumentis plerumque clavatam conicam vel haemisphaericam induant formam.

Integumenta actiniarum diversae sunt substantiae, coriacea, tendinosa, carnosa, membranosa, gelatinosa, omnia autem tendinoso - muscularia i. e. contractilia simulque mucilaginosa et viscida, efformant vaginam animalculi viscera nobiliora amplectentem, fibris tam longitudinalibus quam circularibus ubique intertextam, inde ad induendam variam quamlibet formam idoneam et contractilem, cum oesophago per duplicaturam internam et fibras musculares et inprimis per circulares spirali cursu ex utroque peritonaeo concurrentes intime conjunctam, inferius ad extremitatem vel discum basilarem, basi cuilibet sese affigentem formandum, applanatam attenuatam, glandulis mucilagini-

feris intertextam et plerumque lobatam, superius vero corrugatam, ad extremitatem superiorem liberam tentaculorum disco ornatam obtegendam, sphinctere instructam et in quibusdam speciebus, ut in nostra, praeputio productam.

Est igitur, quod jam Petrus Forskål egregie ex vivis animalibus demonstravit [1]) actinia animalculum inferius basi affixum, superius vero ore terminali in medio prominente et numerosis tentaculis circumdato armatum, toto corpore intra involucrum retractile.

Superficies inferior basilaris actiniarum, cujus ope sese cuilibet basi firmiter affigere valent, applanata est, quamobrem eandem *discum basilarem* diximus. Ex fibris radiatis concentricis utriusque peritonaei, tam oesophagi, quam integumentorum constructa est, ita, ut in centro, ubi concurrunt, spatium vacuum remaneat, quod glutinis viscosi auxilio et vi vitali adjutrice efficit, ut actiniae corporibus submarinis tanta tenacitate adhaereant, ut potius ipsae ab eorum disco divellantur, quam discus a re tacta. Residua earum fragmenta adeo plurima deinde frictione vix deterguntur. Petrus Forskål et Bruguie-

---

[1]) Forskal descriptiones animalium pag. 100. Character genericus Priapi.

rius [1]) putarunt: actinias neque vi mechanica nec physica, sed glutinis tantum vel humoris viscosi ope alienis corporibus sese affigere; sed ex anatome baseos vel disci concentrico-fibrosi nec non ex separatione mechanica ac violenta ejusdem a lapidibus elucet, nonsolum glutinis ope, sed etiam suctionis auxilio, cooperandis nimirum fibris concentrico-radiatis baseos margineque disci lobato, spatioque vacuo sub centro disci orto validissimam hancce adhaesionem perfici. Sed clarius phaenomini hujus ratio et modus experimento probari potest. Attentissimus *Boscius* per attractionem vel adhaesionem actiniae pede suo denudato applicatae dolorem suctionis sensibilem tamquam ex cucurbitulo percepit [2]). Praeterea videmus actionem

---

[1]) Bruguiere dans l'Encyclopédie. Forskal l. c. pag. 101. Observ. Mira viscositas papillarum (vivi aut nuper mortui) tanta tenacitate adhaerentium manibus vel cuicunque rei, ut facilius ipsae a corpore divellantur, quam a re tacta etc.

[2]) Histoire naturelle des Vers par Bosc Vol. II. pag. 213. „Quand elles veulent se fixer, leur corps se contracte; l'eau s'échappe, elles vont à fond, et leur base s'applique sur la surface du corps, qui est le plus à sa portée. Mais, comment leur adhérence sur les corps a-t-elle lieu? S'opère-t-elle par l'effet d'une succion, ou par celui d'une liqueur visqueuse? Chacune de ces deux manières a ses partisans. *Bruguière* penchoit pour la dernière d'après l'observation de *Diquemare*, que l'adhérence des actinies ne cessoit pas même après la mort. *Bosc* s'est assuré de la vérité de cette observation un grand nombre de fois, mais cependant, il n'ose repousser l'opinion contraire, depuis qu'ayant eu la patience d'attendre, qu'une actinie voulût bien se fixer sur son pied nu, il à éprouvé par suite de son apposition, une douleur assez sensible et comparable à une foible ventouse.“

fibrarum radiato-concentricarum disci basilaris in actiniis vivis cylindro seu vase vitreo aqua marina repleto immersis, quae statim superficiem basilarem radiatam ex affigendi instinctu vitro transparenti applicare student, quod etiam Forskålius ex relata observatione l. c. pag. 101. vidisse videtur, dum ait: „Priapus vivus in vasculo aqua marina pleno receptus, basin corporis applicuit fundo, radios in floris effigiem laete pandens."

Extremitas superior libera actiniarum variam induit formam. Corporis enim integumenta hic loci praeputium formant quo tentaculorum discus nec non os ipsum in statu corporis retracto obteguntur et sphinctere quasi occluduntur. Simulac sphincter vero relaxatur et discus cum orificio elevantur nec non tentacula ipsa explicantur, praeputium amplificatum recedit, corrugatur, retrahitur usque ad ejus nexum cum oesophago [1]). In quibusdam speciebus, quae magnam tentaculorum fasciculosorum molem, ut nostra, gerunt, haec moles implicata retracta et praeputio obducta, glandem penis quasi mentitur, quod ex icone

[1]) Forskalium in pluribus aliis speciebus, quae ab hoc excellentissimo et indefesso molluscorum scrutatore detectae et descriptae sunt, similia phaenomena observasse, cognoscitur ex verbis hujus auctoris „Quo altius" ait ille pag. 101. loc. cit. „oris moles extra corpus (h. e. extra integumentorum vaginam vel ex sacco receptorio) elevatur, eo magis rugosus et cavus redditur truncus, et hoc in vivo aeque ac in mortuo vidi".

nostra elucet, in qua individuorum diversae aetatis plurium lapidi affixorum familia in diversa positione ad vivum depicta est.

Etsi hujus speciei individua non solum solitaria sed etiam et plerumque una eademque basi affixa et approximata reperiantur, tamen quoad oeconomiam animalem neutiquam conjuncta sunt, nec tubo vel quovis alio nexu, ut Zoanthus (Actinia Sociata *Ellis Solander* Tab. I.) inter se cohaerent. Juniores vero hujus animalculi pigri ac inertis, ex adultioris lobulo disci basilaris soluto fissoque prodeuntes, simulac nascuntur, locum eundem occupant, ubi depositi erant, hoc est ad basin matris, quae per discum baseos lobatum pullos partim tegit partim per excretionem humoris viscosi bases pullorum agglutinantis eosdem in primis vitae stadiis defendere videtur. Inde venit, ut frequentius gregales quam solitarii inveniantur. Donec adultiorem aetatem acquisiverunt vel externa vi locum mutandi vel secedendi coguntur, pulli ad basin matris sedem retinere solent.

Verosimillimum est, eundem in omnibus actiniis propagationis modum esse, pullos nimirum ex basi prodire, lubentius igitur Reaumurio quam Dicquema-

rio [1]), actiniarum prolem ex ore egressam observanti crederem. Omnium minime vero Dicquemarii observationibus et experimentis, quibus procreationem actiniarum voluntariam per incisionem baseos ope scalpelli probare studet, consentire possum. Toties enim, quoties experimenta, basin scalpello separandi in iis, quae vix pepererunt repetii, nil aliud vidi, quam cicatricem vel, si quid depromtum esset, reproductionem ad summum, sed etiam reproductio non semper sequitur, si de nobilioribus visceribus e. gr. intestinulis vel trabibus musculosis oesophagi quidquam laeseris: quod in dissectionibus speciei actiniarum facile maximae

---

[1]) *Dicquemare* observations etc. dans le Journal de Physique, Juin 1776. Nimis timide in eo judicando Boscius refert: „Ce même *Dicquemare* a encore découvert, que les actinies se reproduisoient naturellement par le déchirement spontanée d'une partie des ligamens de leur base, déchirement qui s'opère par la contraction de cette partie; et *il a depuis fait autant d'actinies, qu'il a voulu*, en coupant, avec un bistouri, la base d'une grosse. Les petits ainsi produits sont constamment restés unis tant qu'ils n'ont pas été completement formés, mais se sont séparés des qu'ils se sont trouvés aptes à se pourvoir de la nourriture qui leur est propre. *Dicquemare* a de plus observé, que les actinies rendoient par la bouche des petits vivans et aussi complétement organisés que leur mère. *Réaumur* avoit aussi dit, que ces animaux étoient vivipares; mais il assure, qu'ils mettent leurs petits au monde par leur base, qui, dans ce cas, se détache et se renverse“ (Et hoc verum est!) „On ne peut prendre partie entre deux observateurs aussi exacts; et, sans doute, on doit croire que la nature emploie ces deux moyens, selon les circonstances?“ — „On ignore encore, au reste, si les actinies portent des sexes distincts, ou sont hermaphrodites.“ Ex observatienibus meis Zootomicis verisimilius videbitur actiniae esse androgynae.

*

ac in litoribus Awatschensibus frequentissimae expertus sum, nec dubito, quin in aliis speciebus aliter se habeat.

Actiniae victitant insectis, vermibus testaceis et molluscis e. gr. Brachiuris, Macrouris, Squillis et Gammarellis imprimis parasiticis, Bernardo, Diogene et milite, pisciculis et Medusis, Beroë, Velella, Porpita imo majoribus ac ipsae sunt, nec non Salpis, Doridibus aliisque. Actiniae silentes absque motu, corollae ad instar efflorescentis, insidiatrices tentaculis explicatis praedam arripiunt, deglutiunt et convulsionibus oesophagi, vasis ejusdem absorbentibus eorumque ostiolis sugentibus expositam, per decem vel duodecim horarum spatium retinent et postea peracta digestione dura praedae residua iterum per os exspuunt. Digestionis, assimilationis et propagationis organa et viscera actiniarum usque adhuc nondum ab Anatomicis et naturae scrutatoribus examinata et fere ignota fuere, quam ob rem nostram Kamtschaticam, Actiniarum facile maximam speciem eo proposito, ut fabricam corporis internam cultro anatomico inquirerem, aggressus sum, certissime persuasus, etsi in hoc chaote mucilaginoso elastico perpauca tantummodo ad illustrandam hujus animalculi physiologiam enucleaverim, maximas uniuscujusvis generis animalium species hunc in finem idoneas aptioresque mi-

noribus esse, ac me hac de causa rem aeque necessariam ac utilem pro viribus perfecisse.

Allatis denique omnibus, quae ad stabiliendum characterem Actiniarum genericum satis latum, nec non ad naturam horum animalculorum obvelatam illustrandam conferre possent, transgrediamur nunc ad novae nostrae giganteae speciei descriptionem.

IV.

Actiniae Kamtschaticae descriptio.

Tom. I. Tab. XIV. et XV.

Actinia Priapus [1]). (penis equi ab incolis littoralibus ad Kamtschatkam dicta:) A. *maxima longissima cylindracea, badia vel fusca, transversim rugosa, basi affixa dilatata, labata; extremitate libera glandiformi praeputio tecta, disco ramoso tentaculifero albido, tentaculis papillaeformibus numerosissimis fasciculosis. Ore centrali prominulo, cum disco retractili.*

Observ. Ab omnibus usque adhuc notis speciebus actinia nostra magnitudine et longitudine ejus distinguitur.

---

[1]) Ob maximam, quae in hac specie nova animadvertur, similitudinem cum pene vel priapo equino hoc nomine antiquo generico ad designandam hanc speciem aptissimo uti liceat. Si vero timeas, modestiam vel pudorem laedere; Actiniam Ratmonovii in nominis Navarchi nostri, qui primus eandem vidit, honorem etiam nominare potes. Maximo ure giganteam nominassem, ut opinor, nisi Forskalius aliam jam diu hoc nomine designavisset.

Praeterea spadix est et badia, extremitas anterior glandiformis praeputio phymosin quasi efformante obtecta est, praeputio retracto, discus basin tentaculorum exhibens, explicatus, ramosus, livido-albidus, ore centrali prominulo instructus, tentaculorum brevissimorum et numerosissimorum fasciculis fimbriatus, in conspectum venit. *Corpus* gelatinoso-membranosum involucro vaginali crassiusculo, cylindraceo, transversim rugoso, epidermide badia vestito, tendinoso, coriaceo, viscido, glaberrimo obductum, *extremitate basilari* affixum, *altera* liberum; formam folliculi pro pulvere cyprio inspergendi inservientis induens, ab ea congenerum specierum forma satis et distincte differt.

Actinia nostra secundum animalculi naturam segnis et socors, formam, movendo et lente contrahendo, cylindraceam vertit in clavatam, ac fibrarum muscularium tam circularium quam longitudinalium ope, quibus involucrum vaginale vel integumenta badia, oesophago conjuncta, distinctis stratis intertexta sunt [1]) amplificatur, elongatur vel corrugatur. Ore clauso, tentaculorum disco implicato et praeputio obtecto, extremitas libera glandiformis laevis,

---

[1]) Strata fibrarum circularium et longitudinalium in exsiccato et vitro imposito fragmento diaphano sese decussantium delineavi et specimen huius texturae ex involucro vaginali, quod etiam sub nomine praeputii vel integumentorum badiorum coriaceorum attuli, dissecto, in Tabulae XV. fig. 3. proposui.

si baculo irritatur, incrassescit et contracto cylindro, vel rugis potius complicato in clavam abit basi quasi insidentem, ut hoc in pullo, quem cum tribus adultioribus in figura prima delineavi, cernitur; denudato vero praeputio, eadem extremitas, glandiformis antea, explicatur nunc in discum orbicularem, peripheriam versus tentaculis copiosissimis fimbriatum, in cujus medio os centrale labiatum plicatile prominet.

Os centrale formatur a labio circulari contractili vel potius a sphinctere pulvinato concentrice rugoso, intus subcartilagineo in formam coni truncati elevato, et a complicatis disci tentaculis circumdatum sub involucro vel praeputio tuberculum glandiforme efformans involvitur.

Discus ipse non nisi oesophagi pars superior supersphincterica dilatata orbicularis, in centro ore dilatabili perforata et versus peripheriam tencaculorum papillaeformium fasciculis fimbriata, considerandus, in quinque vel sex ramos, ramulos et surculos papilliferos villiferosve divisus et subdivisus est, ita, ut peripheria disci a numerosissimis tentaculorum fasciculis formetur. Actiniae nostrae discum post mortem animalculi explicatum, eum in finem, ut ramificationem ejusdem, naturae scrutatorum oculis clarius exponerem, in Tabulae XV figura prima, delineavi. Partium dimensiones et mensurae, cum omnes

Tab. XIV. A. Tab. XV. Fig. 4.

figurae naturali magnitudine depictae sint, superfluae videbantur. Actinia nostra contracta trium pollicum in spatium corrugatur, laxa vero vel expansa palmae et pedis longitudine reperitur, crassities bipollicaris, extremitates vero dilatatae diametrum plerumque tripollicarem aequant. Quatuor, sex et plures actiniae una eademque basi affixae, caulibus nimirum fuci esculenti et sacharini maximis radicalibus adhaerentes simul cum iis maris accessu in litus ejiciuntur, post recessum ejusdem remanent et plurium horarum spatio praeterlapso a radiis solis quasi exsiccatae et arena tectae, undarum accessu iterum illutae, in mari iterum reviviscunt.

Tab. XV. Fig. 5. Mollusci hujus mucosi et viscidi *basis* corporibus submarinis tanta tenacitate adhaerens, ut vix scalpelli auxilio sine laesione vel baseos vel corporum submarinorum ab iisdem separari possit, plana est et *disco* fibris muscularibus concentricis intertexto, centro infundibuliformi versus oesophagum et vaginam tendente excavato, ad marginem vel peripheriam versus attenuato ac dilatato constat.

Tab. XV. Fig. 5. Fibrae ad marginem disci basilaris divisae et radiatae versus centrum confluunt et ex horizontali cursu vergunt in perpendicularem, qua directione ascendunt ac sese partim cum longitudinalibus oesophageis, partim cum vaginalibus retrahentibus ac corpus deprimentibus conjungunt,

quo nexu efficitur, ut actinia irritata et versus basin retracta eo firmius ac vehementius adhaereat.

Contractis enim fibris vaginae et oesophagi longitudinalibus, corporis volumen crassitie aequali vel paulo ampliore usque ad quintam vel sextam altitudinis vel longitudinis partem diminuitur, cava coarctantur et corrugantur et disci basilaris centrum infundibuliforme contractione fibrarum ejusdem spatium vacuum efformans ascendit. Extremitates fibrarum disci basilaris versus marginem ejusdem attenuatum fissae, in radios divisae, dilatatae, glandulis glutiniferis earumque ductibus excretoriis intertextae, corporibus submarinis adglutinantur ac barbae pinnarum vel penicilli mytilorum adinstar iisdem adhaerent. Praeterea fibrae illae marginales disci vi vitali adjutrice et constrictione integumentorum, quae fibris eorum circularibus marginem disci dilatatum cingunt, ita adprimuntur, ut punctum contractionis fixum per totum adhaesionis ambitum reddere valeant nec ab ipso ligno, quo insident, ope scalpelli cautissime deradentis, nisi assula vel alburno decorticato relictove, separari possint.

Actinias, quas caute et impiger a ligno, relicto cortice, deraseram, simul cum ligno, cui antea infixae fuerunt, separatas, statim vasculo aqua marina repleto immersas, assulas relictas dimittere eidemque ligno, simulac

tetegerunt, basin denuo adplicare vidi. Quo facto horae spatio praeterlapso lignum ex aqua simul cum actiniis denuo adhaesis sustuli et earum sedem iterum examinavi. Firmiter adhaerebant et me certiorem fecerunt, eas, loco mutato secunda vice eadem firmitate, ac prima, sese affigere valere.

Experimentum hocce, ut opinior, Actinias mollusca esse vere locomotiva, simul comprobare videtur.

Extremitas corporis altera *clavata*, praeputio obducta continet orificium animalculi unicum, quod per sphincterem intus annulo cartilagineo Tab. XV. fig. 2. munitum, extus vero labio circulari, pulvinato, retractili Tab. XV. fig. 4. prominentem apperitur et occluditur. *Orificium* centrale, quod oris et ani munere simul fungitur, sub labio prominulo excurrit in orbiculum quinquefidum fimbriatum, quem *discum tentaculorum* dixi, cujus rami, ramuli et surculi bi-et tri-furcati coronam vel corollam ex fasciculis tentaculorum papillaeformium conflatam formant.

Ex annulo oris cartilagineo substantia disci usque ad limbum tentaculiferum fimbriatum sensim sensimque emolliri videtur, tentaculorum enim fasciculi jam pulposi in aqua tantum fluctuant et testaceis, crustaceis et medusis huc aberrantibus temereque intro vergentibus insidiantur. Praedam captam complicatis tentaculis et disco sursum

incurvante ori adducunt et vi demittunt. Deglutitione peracta fauces et vagina sub glande convulsionibus continuis contrahuntur donec ingestis nutrientia adhuc insunt et absorptio peragitur. Digestis contritis et exsuccis denique omnibus, praedae scybala dura per inversam fibrarum oesophagi et sphincteris motum eadem via, qua hauriebantur, iterum ejiciuntur.

Praeputium est integumentorum mollusci nostri extremitas superior glandem obducens vel discum tentaculorum complicatum osque involvens. Ab involucro totius corporis vaginali badio coriaceoque formatur, quod Forskålius saccum receptorium dixit, cujus fibrae circulares versus extremitatem copiosissimae arctius, quam inferiora versus sese constringere valent, ita, ut nonsolum labio circulari dehiscente, quale in Tab. XIV. fig. 1. apud *b* depictum est, sed etiam penitus clauso, suffarcinata quasi strictura, qua Medici phymosin dignoscunt, ut in Tab. XIV. pulli praeputio depicta est, involucri universalis extremitas crassiuscula praecludatur.

Tentacula mollusci nostri tactu non urent, omnium brevissima, villi-vel papillaeformia fasciculis conferta, minima et numerosissima sunt, substantia eorum pulposo-gelatinosa est. Sensibilia sunt et mobilia. Singula nonsolum, sed simul omnia una quovis attactu sensu sese

contrahunt, ita tamen, ut non more limacum et limacinorum molluscorum revolvantur vel intus suscipiantur. Tentaculorum contractio in mollusco nostro absque dubio fibris longitudinalibus, etsi minimis invisibilibusque perficitur. Dissectis enim quibusdam et microscopio perscrutatis nil aliud quidem, ac pulposam substantiam dignoscere potui. At punctum album in apicibus eorum conspicuum interdum evanescens, iterumque adparens nervorum vel fibrarum concursum in hoc centro prodere vel indicare videtur. Neque minus ligamentum [1]) longitudinem versus per tentaculi medium decurrens, tentaculum retrahens, in pluribus aliis actiniarum speciebus manifestum, quod ex linea grisea in quibusdam nostrae tentaculis conspicua, et in nostra adfuturum suspicarer, reperire potui. Lineam vero griseam, quam in quibusdam observaveram, dissectis tentaculis ex cavo, in tentaculi medulla reperto, tentaculum

---

[1]) Chacun de ces tentacules se contracte en tout sens, tout seul ou conjointement avec d'autres. C'est, sans doute, au moyen d'un ligament noirâtre, qui est interrompu par intervalle et que leur transparence permet de distinguer dans leur intérieur, qu'ils sont propres à exécuter ces mouvemens. On remarque sur leur extrémité un point noir, qui a fait présumer qu'ils étoient les organes de la vision; car il est très-assuré que ces animaux sont sensibles à l'éclat de la lumière, quoiqu'on ne leur ait encore reconnu aucun organe, pour en transmettre les effets, qui ait quelque analogie avec celui des êtres que l'on nomme plus parfaits. L. Bosc l'histoire naturelle des vers Tom. II. pag. 211. (Visus actiniarum sensus forsan est subtilioris tactus modificatio?)

versus longitudinem percurrente, derivandam cognovi. Cavum hocce etiam per surculos ramulos et ramos disci tentaculorum fasciculos formantes continuari videtur, ita tamen, ut non perpetuo appareat, sed interdum oculis sese subducat.

Actiniae aqua dulci fluviatili immersae subito pereunt, at aërem atmosphaericum diutius ac facilius perferre possunt. Plures enim fucis adhaerentes maris accessu ad litus ab undis ejectas vidi, baculo irritavi et ex contractionibus earum alacerrimis, stimulo excitatis, vivas esse, cognovi. Sequente die iterum litora petii, eodem loco adhuc jacentes muco et pulvere sabuloso obductas inveni, iisdem ex arena sublatis et bacillo irritatis, stimulum perceperunt et signa vitae superstitis dederunt. Rejectae in mare iterum reviviscere et alacrius sese contrahere videbantur. Actiniae nostrae igitur sunt vitae tenacissimae mollusca et extra aquam marinam per plurium horarum spatium viventia. Causam hujus tenacitatis secretione muci copiosissimi perpetua, contra solis radios exsiccantes animalculum defendentis, nec non aqua marima receptaculis vel fundo corporis inclusa inesse censeo.

Actiniae nostrae nimis mucosae in spiritu vini non conservari potuerunt. Etsi confestim ex aqua marina extractae alacriter viventes in liquorem spirituosum injice-

rentur; tamen; mensium quorundam spatio praeterlapso, in mucum tenacem in vasis fundo praecipitatum dissolutae reperiebantur. Post reditum ex oceano Japonico, in portu Petro-Pauli varia experimenta ad mucum abundantem Actiniarum solutionis mercurii sublimati ope et postea aceti saturni auxilio condensandum vel indurandum easque posthac in spiritu vini conservandas frustra instituta sunt. Viva adhuc actinia nostra jam incredibilis muci copia adundat et exemta ex ejus medio naturali mucum perpetuo secernere solet, ita, ut ex ore cadendo filis longissimis ac multis sese detrahat et gelatinosis crassiusculis guttis destillet.

Actinia nostra in integumentis laesa, partem amissam sensim sensimque reproducit, medio autem dissecta mucum perpetuo secernens effundensque moritur *quasi* dissoluta.

Vides igitur ex his, non omnes actinias, ut *Diquemare* voluit, pari sensibilitate, irritabilitate et reproductionis vi gaudere. Omnia haec miracula, quae olim (1776) a Diquemario [1]), actinias observante, in iisque experimenta instituente, relata sunt, me, maximam hujus generis speciem attente observantem, meamque experientiam fugiunt. Nec eximiam illam reproductionis facultatem, nec foecun-

---

[1]) Journal de Physique Juin 1776.

ditatem, variumque generationis modum, neque aëris vicissitudines indicandi facultatem cum tanta tenacitate, quae in nostra est, ac tanta vi frigora glaciei spernendi conjunctam, apud nostram actiniam nimis mucosam observare mihi licuit.

V.

Fragmenta Zootomica Actiniae nostrae physiologiam forsan illustrantia.

Occasione fausta speciem actiniarum majorem et facile maximam inveniendi incitatus, eandem variis dissectionibus subjiciendi animo mecum constitui, sperans, me ejusdem viscera majora et distinctiora melius et distinctius inspecturum, ac in Europaeis minoribus fieri potest, nec non de oeconomia animali et intestinorum natura et compage clarius edocturum; sed proh dolor substantia nonsolum ipsius inimica perpetuo mucum effundens et laesa imprimis, adeo abundanter mucum secernens, ita, ut mucus denudata organa confestim inundaret, sed etiam excitatis per incisionem convulsionibus frequentissimis omnia dislocantibus vel disrumpentibus impeditus fui, quo minus organa persequi eorumque situm ac structuram quiete observare potuerim, quam ob rem Zootomicas meas observationes *fragmenta* tantum dixi nec tanti, ac dissectiones istas subtiliores in mollustis mortuis diu jam spiritu vini

conservatis institutas (Annales de Museum de l'histoire naturelle de Paris.) — aestimare volui. — Interea saltem, ex observationibus in vivo mollusco simulque dissecto institutis, etsi non omnibus visceribus absolutam quasi vel certam functionem indubie supposuerim, uti hodiernis diebus naturae scrutatoribus quibusdam mos esse coepit, actiniae nostrae ejusque naturae clariorem ideam prodituram esse, spero.

Integumenta badia crassiuscula non nisi forcipe fixata forficulae ope dissecanda sunt, quoniam hoc propter continuas et observatori contrarias convulsiones scalpello fieri non potest. Facta dissectione vulneris labia retrahuntur et membrana floccida protruditur. Haec membrana villosae intestinorum in animalibus calidioris sanguinis simillima, intestinulis in gyros convolutis connata, admodum mucosa et pulposa est, et maximam canalis interioris partem occupat, nonsolum enim oesophagi vel ventriculi fundum sed etiam vaginae intervalla parenchymatosa investit et in figura prima et sexta tabulae XV. delineata est. Hujus membranae villi chylum absorbere et intestinulis adducere videntur. Membrana ipsa floccida totum animalculi cylindrum investiens et imprimis fundum occupans absorptioni et digestioni inservire videtur, villi enim cum intestinulis conjunguntur, quibus materies absorpta assimi-

landa reliquis corporis partibus nutriendis adducitur. Maxima pars horum intestinulorum transit in viscus pulposum innominatum, quod in fundo est et forsan ad propagandam prolem inservit. Hoc viscus in figura sexta, tabulae XV, quae actiniam secundum longitudinem vel verticaliter dissectam repraesentat, subtus in fundo cernitur; substantia ejusdem similis est illae medullaris cerebri ac eodem fere modo gyris collapsa vel convoluta est.

Sphincter sublabialis vel annulus subcartilagineus internus disci tentaculorum, qui in figura tabulae XV. depictus cernitur in prima ejusdem tabulae figura discissus est, ut rami disci secedant et explicati cum ramulis surculis et tentaculorum fasciculis ab inferiore parte in conspectum veniant.

Dissecto annulo sublabiali disci rami ejusdem discedunt et monstrant viam ad ingluviem vel oesophagum. Membrana floccida remota, trabes tendinosae vel funiculi musculosi sese decussantes sub annulo disci subcartilagineo in conspectum veniunt, quorum contractione vagina ab omni parte vehementer constringitur ejusdemque rugae, quae formam folliculi ad inspergendum pulverem farreum capillarem inservientis mentiuntur, vel penis equi corrugati similitudinem faciunt, copiosae oriuntur. Fibrae fu-

niculorum oblique sese persecantium ac vaginam versus centrum contrahentium oriuntur ex fibris vaginae circularibus et in transitu ex circulo ad funiculos obliquos primum obtinent punctum fixum. Ingressis dein paulo profundius versus centrum et oesophagi membranam muscularem duo alia formant puncta fixa totidemque funiculorum muscularium ordines. Fibrae vaginae longitudinales his in punctis fixis cum circularibus et obliquis concurrunt et intervallis quasi interceptae extus jam percipiuntur, ut hoc in tabulae XIV. actinia media *b* retro glandem ex rugis longitudinalibus et circularibus distincte cernitur. Ex his patet, omnem fere mollusci nostri structuram musculosam et ad motum multivarium perficiendum aptissimam esse. Funiculi musculosi obliqui totum parenchyma floccidum inter vaginam et oesophagum occupantes imprimis ingluviei inservire ac constrictionem et relaxationem oesophagi ad deglutienda, exprimenda, digerenda et rejicienda praeda necessariam perficere videntur.

In dissecando hoc mollusco tam contractili musculoso quam mucoso cautelis quibusdam opus est. Discum tentaculorum v. g. si laedere nollis; opus est, ut retractionem praeputii spontaneam vel voluntariam aqua submersae expectes et forficulae distensae alterum crus inter vaginam

et discum subito versus basin intrudes, quo facto praeputium actiniae captae corrugatum et vehementer constrictum, altero adprimendo discindere potes. Alias enim stricturam ac vim fibrarum muscularium vix evitare poteris, quarum auxilio, periculo imminente vel irritationis momento vagina eadem vi versus basin retrahitur, quam corrugatur. Discissis vero fibris muscularibus, earum vis statim sublata est, constrictio remittit et partium structura, in prima figura tabulae XV. depicta, in conspectum venit.

Sphinctere vel annulo subcartilagineo interno dissecto, tentaculorum discus complicatus, ejusque ramificationes et fasciculi tentaculorum post mortem separari explicari et distingui possunt. vid. Tab. XV. fig. 1.

Discus sub dicto annulo, oesophagum amplectens, iterum dividitur et fibrae ejusdem per externam oesophagi superficiem disperguntur ac descendunt in discum basilarem, ex cujus centro cursu horizontali extremitatibus fissis ad peripheriam divergunt. Harum fibrarum functio est, ut oesophagum breviorem reddant et retrahant simulque centrum infundibuliforme sursum versus adducant et vacuum ab eo formatum spatium amplificent.

*

Ut conamini meo, viscera actiniae ab omni parte inspiciendi, satisfacerem, variis dissectionibus usus sum, quarum horizontalis vel transversalis nil nisi diametrum ex pluribus radiis et circulis concentricis compositum, fibris longitudinalibus et circularibus vario modo sese decussantibus conflatum, fonticulis mucilaginosis interceptum, centro membrana floccida cum intestinulis ex oesophago transversim dissecto protrusa, elevatum, obscurum et confusum repraesentabat, longitudinalis vel verticalis vero nonsolum canalem oesophagi apertum sed etiam ventriculi fundum, vaginae membranas et fibrarum muscularium strata a disco basilari decorticato usque ad praeputium offerebat, cujus sectionis conspectum in tabulae XV. figura sexta pro viribus delineavi. Paulo post mortem mollusci, relaxatis omnibus fibrarum muscularium stratis, membrana vaginae interna instar villosae floccida etiam superiora versus intervalla ac strata obliqua intercedens et hic ubique absorberi indicans scaturiensque egreditur.

Oesophagus actiniae, quem *Cuvierus* eodem jure ventriculum dixit, canalis est rugosus per totam animalculi longitudinem decurrens, contractilis, superius orificio labiato in tentaculorum disci centro hians, inferius amplificatus, clausus et saccatus. Oesophagi fundus, ventriculi saccum quasi referens, ex membrana floccida et humoribus

mucosis flavescentibus turgida constat et continet viscus pulposum vel medullare gyrosum, cujus mentionem jam supra feci, superius cum intestinulis sensim indurescentibus, inferius cum ipsa membrana involucri conjunctum. Animadversiones de horum viscerum functione problematica jam supra attuli.

Oesophagus ex fibris longitudinalibus et circularibus, quae cum obliquis vaginae concurrunt et canalem vehementer constringere et praedam haustam digerendam vel conterendam comprimere valent, formatur et cum vaginae interna superficie vel cum ipsis integumentis crassiusculis nonsolum per obliquos fibrarum funiculos sese invicem amplectentes sed etiam per membranam floccidam vaginae ejusdemque duplicaturam internam intime conjungitur, ita, ut motus eorum etiam fere semper aequales sint. Oesophagus igitur, centrum vaginae occupans, quodammodo tamquam canalis in canali considerandus est, sed propter intimum utriusque per fibras obliquas, quarum in funiculos concursum et directionem in figura septima et octava tabulae XV. expressam vides, nexum et propter substantiam harum partium mucilaginosam simulque tenacissimam, difficillime ex ea separari nec tamquam separatum viscus demonstrari potest.

Ex plurium actiniarum dissectionibus observationibusque nec unicam differentiam sexualem perspicere potui, sed actinia ad basin pullis obsita, alteri solitariae in omnibus, ac ovo ovum simillima fuit. Nec ulla umquam intestinorum diversitas in dissectis actiniis perspecta est, nec me semper actinias foemineas dissecandas fortuito accepisse censeo; quare mollusca hermaphrodita vel androgyna esse videtur.

COMMENTATIO BOTANICA
IN
GENUS ZIZIPHORA DICTUM.

AUCTORE

J. H. RUDOLPHO.

Conventui exhibita die 1 Maii. 1805.

Sectio prima *)
etymologico-historica.

Si quid est in me scientiae botanicae copia aliqua, eam pro amplitudine provinciae meae in censendis ac rimandis plantarum speciebus Rossiae indigenis ex omni parte convertere, meum esse arbitror. Conscripturus itaque epicrisin generis cujusdam regni vegetabilis Rossici, ex prioribus classibus systematis sexualis, selegi Ziziphoram genus quod civitate botanica donavit eques sempiternae memoriae Linné et Rutheniae indigenum et cujus forsan species omnes coluntur in horto botanico Academiae Scientiarum Petropoli florentis. Quodsi Linnaei principis rei botanicae miraris aciem ingenii, cognitionis rerum naturalium amplitudinem, noli divum colere instar nonnullorum discipulorum suorum qui illum nunquam per errorum lapsum fuisse;

*) Propter connexionem cum caeteris sectionibus, iterum recusa est.

sibi assentiuntur cum divinum esse in illo fingunt: *nam Deum honor* (teste Tacito Annal. 15. 74. 5.), *principi non ante habetur, quam agere inter homines desierit.* Homo erat, et nihil humani a se alienum esse, saepius in scriptis suis confessus est; *neminem tam esse circumspectum, cujus non diligentia sibi ipsi aliquando excidat* [1]). Ego omni officio, ac potius pietate erga Linnaei merita obstrictus, rem tractare incassum non credo si et rimando et elucitando dicta illius principis rei botanicae vera adipisci, curam ago.

Morisonum [2]) sequutus in recepto nomine barbaro semetipsum accusat Linnaeus: „*Quasimodogenita*", inquit [3]) „*assumimus nomina barbara, dum vocabula excludenda nova reddimus, formata e lingua graeca aut latina.*" Huc et retulit Ziziphoram absque ulla supposita etymologia; melius sibi dictisque consuluisset, quodsi nomen istud regulae datae haudquaquam accomodatum ad nomina sequentia (l. c.) *gratis recepta* retulisset.

Omnes vere scriptores botanici conveniunt, originem nominis *Ziziphorae* a *Zizi* indorum duxisse, liceat in me-

---

[1]) Vide introitum Syst. Naturae.

[2]) Plant. hist. Oxon. Tom. III. p. 374. n. 5. *Clinopodium humile Syriacum, breviori Folio, Ziziferum dictum.*

[3]) Philos. bot. Edit. I. p. 163.

dium ferre novissimi decennii Viros praeclaros, scilicet: *G. R. Boehmerum* [1]; *Ventenat.* [2]) *Ziziphora*, inquit, „*qui porte le Zizi; de deux mots, dont l'un est indien et l'autre grec.*" Quid autem significat *Zizi*, ubivis silentium; opinione ex *Ziziphi* cognomine arboris veteribus bene noti, aliquid veri erui posse, pervolvi frustra auctorum rei herbariae vasta Opera *Plinii*, *Palladii*, *Columellae*; exquisivi graecorum monumenta botanica eorumque commentatores absque emolumento, nisi quod fructus *Rhamni Ziziphi* L. *Ζίζιφα*, *Ζίζυφα*, *Ζίνζιφα*, *Ζίτζυφα*, *Ζίτζινφα* et *Ζίτζυφα* nuncupari. Sunt et *Ζυγία* (*Carpinus*, *Acer*, *Evonymus*), Cici (*Ricinus*) quod vero graece *Κίκι* audit. Omnia haec allegata nomina vanam et sterilem dant etymologiam. Tandem duce *Mentzelio* [3]), pervenit in manus: *Nardi Antonii Recchi* opus de historia naturali mexicana singulare [4]), quo in opere (Libr. VIII, c. 6.) obviam mihi venit: *Cicimatis* Phaseoli species; ibidem p. 369: *Cicipeni* semen esculentum; exinde non opus est Oedipo, *Zizi* designare fructum esculentum. Omitto convenientiam nominis graeci et mexicani scrutatoribus linguarum prisci aevi. Num vero

---

[1]) Lexicon rei herbariae. Lips. 1803. p. 245.
[2]) Tableau du regne végétal. A Paris; an VII. Tome II. p. 329.
[3]) Index nominum plantarum universalis. Berol 1682. Fol.
[4]) Nova plantarum, animalium et mineralium mexicanorum historia. Romae 1651. 4to

stabilita etymologia nominis *Zizi* potes similitudinem extricare inter nomen indicum *Zizi* et plantam de qua agimus id est plantam semen esculentum ferentem et Ziziphoram Linnaei, quodsi inveneris Συμφώνησιν notionum, magnus mihi eris Apollo.

Quae cum ita sunt, non dubito, quin plerique judicaturi sint, commutandum esse nomen barbarum, contra regulas botanicae critices compositum, quam sententiam et jamdudum amplexi sunt *Micheli* et *Heister;* quorum alter proposuit *Hedyosmon* [1]), alter in memoriam cujusdam praeclari botanici ex Stirpe Zwingeriana (Theodori) *Zwingeriam* [2]).

Quum vero nomen Hedyosmos accipere summis viris in re herbaria non placuit et in mnemosynen Zwingeri Cl. *Schreberus* [3]) aliud plantarum genus selegit; nomen genericum aptius proponendum et illud barbarum delendum esse videatur; velim meminisse *Dioscoridis Zygin,* plantam similem Serpylli [4]), et genus plantarum de quo agitur

---

[1]) Act. Nat. Cur. 1718. app. 211. (Ἡδυσμὸς aroma).

[2]) *Fabric.* hort. Helmst. Edit. II. p. 107.

[3]) *Linnaei* genera plant. ed. *Schreberi* No. 1752. Quod Genus *Haencke* in edit. Generum plantarum neglexit; cui *Gmelin* (Ed. Syst. Nat. T. II. p. 700) sub nomine *Simala* locum naturalem addixit, solertissimus de re botanica meritissimus Willdenow (Edit. Spec. plant. T. II. S. I. p. 569.) restituit.

[4]) Ζύγις ἄγρια (ἀγρεσια): Zygis appellatum (de Serpyllo agit,) non *serpit, sed in altitudinem crescit.* Dioscorid. L. III. 41. et V. c. 3. *Zygis*

nuncupare *Zygiphoram;* repugnat nomen neque formae sivė habitui plantarum hujus generis describendarum [1]), neque plane diversum imo fere consonum Tὸ ὁμόιοτονον, abhorret nomen propositum *Wolffii Epheffaerc* [2]).

Sectio secunda;
de charactere generico Zygophorae.

Prosequor nunc tramitem ingressam i. e. monographiam inceptam generis nominati: Quis est, qui maximi non faciat acumen ingenii summum, notitiam plantarum exquisitissimam, anatomen vegetabilium subtilissimam Viri immortalis Linnaei? cujus acuminis vi Botanicos et praeteriti et sui aevi quoscunque in characteribus et naturalibus et essentialibus condendis superavit. Omnes vero species plantarum, quas et cognitas et ad manus habebat, cultro subjicere anatomico atque microscopiis; adhuc vegetas, bene florentes, cultura non depravatas, examinare; sedulitate tanta quanta

---

non humi serpens, ut hortuale, sed suberectum. *Apul.* de herb. c. 99. Confer. *Clusii* rarior. plant. hist. L. III. c. 43. p. 358. *Mentz.* Ind. p. 280.

1) *Ζύγιον jugo conjunctum*, apprime et egregie refert et ramulorum et foliorum oppositorum conjunctionem: nolo repugnare siquis mavult sequi *Bodaeum* (in Edit. Theophr. Eresii hist. plant. p. 693.) et derivare a *Ζέυγνύω jungo; quia*, inquit, *ramuli juncti in altitudinem ecrescunt.*

2) Genera et Species plant. vocabulis characteristicis definita. Marienwerder 1781. p. 40. Sect. II. p. 14.

in conscribendis pluribus characteribus plantarum usus est, determinare; superat certe et aevum hominis et vires humanas. Quum itaque impossibile erat, omnes ac singulas species cujusvis generis ad normam strictam, perscrutatis omnibus partibus, revocare; necessitas urgebat speciem interdum generis unicam imo mancam rimari pro extricandis characteribus naturalibus, errores exinde ingredi definitiones, humanum esse censeo. Neutiquam itaque turpe est dictu, erroribus non carere plures characteres generum et naturales et essentiales beati Linnaei; quid praestitere in corrigendis illis vitiis, in emendandis notis genericis, Viri in scientia botanica praeclari post fata Linnaei, omnibus notum est et non eget recensere prolixo sermone.

Conspiciamus itaque *characterem* prius *naturalem* Zygophorae, qualem Linnaeus exstruxit et quem correctiorem dedere Viri in re botanica clarissimi *Gaertner* [1]) *Reichchard* [2]), *Schreber* [3]), et *Lamarck* [4]). Quare L. Gen. pl. edit. *Haencke* (Vindob. 1790. Vol. I. p. 29. n. 59) sedulo referentem verba *Schreberi*, aliosque auctores ejusdem conditionis, exscribentes verba magistri, omisi; in aprico est.

---

[1]) De fruct. ac seminib. plant. T. I. p. 316.
[2]) L. Syst. plant. T. I. p. 58.
[3]) L. genera plant. Vol. I. p. 21. n. 47.
[4]) Illustration des Genres; à Paris 1791. T. I. p. 62.

Textum suppeditent *L. Gen. pl.* Edit. IV. Halae 1752 p. 11. n. 28.

Cal. Perianth. monophyllum, tubulosum, cylindraceum *R. Schr.*), longissimum (bene omittit *Lam.*), striatum, hispidum: *ore* quinquedentato (dentibus obliquis), minimo (recte recusat *Lam.*), fauce barbata.

Cor. monopetala, ringens. *Tubus* cylindraceus (cylindricus *R. Schr.*), longitudine calycis (superans calycem fauce inflatur). *Limbus* minimus (superat saepius tertiam partem longitudinis tubi); *Labium superius* (ovatum *Schr.*) reflexum (melius erectum), integrum (subintegrum). *Labium inferius* patens, latius, trifidum; *laciniis* rotundatis (*lacinia media* interdum linearis), aequalibus (subaequalibus).

Stam. Filamenta (plerumque) duo, simplicia, patentia, longitudine fere corollae. *Antherae* oblongae, distantes (contra naturam, ante anthesin distantes, dein cohaerentes).

Pist. Germen quadrifidum. *Stylus* setaceus, longitudine corollae (in speciebus nonnullis superat corollam). *Stigma* acuminatum, inflexum (in pluribus speciminibus subbifidum).

Peric. nullum. *Calyx* immutatus (ore villis clauso, semina continet. *Lam. Gaert*).

Recept. nullum *Gaert.* (si fundum excipias calycis).

Sem. quatuor, calyce longe breviora (dictio superflua quare et omisit *Lam.*), oblonga (ovata *G.*), obtusa (versus basin angustiora *Gaert. Lam.*), hinc gibba (convexa *G.*), inde (obsolete *G.*) angulata (subangulata *Lam.*), glabra, e spadiceo rufescentia *Gaert.* (Nota superflua).

Int. duplex: *exterius* coriaceum; superficie, per aquam, in mucilaginem pellucidissimam resolubile; *interius* membranaceum, tenue. *Gaert.*

Alb. nullum. *Gaert.*

Emb. semini conformis, erectus, albus. *Cotyl.* ellipticae, carnosae. *Rad.* conica, infera. *Gaert.*

Omnibus hic relatis characteribus, quorum emendationes auctore Lamarckio laude majori dignas censeo, unica species scil. *Z. capitata L.* basin dedit; ad speciem quamcunque hujus generis extricandam non valet proinde character prolatus.

Sequi oportet regulas *Linnaei* in *critica botanica* et praefatione *Gen. pl.* datas: *in charactere naturali conficiendo assumendae sunt omnes detectae species. — Notae quae non conveniunt speciebus omnibus, sunt excludendae, et convenientes solae retinendae. Cumque non uni detur homini omnes videre species, debet ille, qui plures videt, notas-*

que in istis differentes observat, has in charactere excludere, ut tandem Posteri absolutos videant labores. Eum in finem notas adscripsi pro emendando charactere, a textu seggregatas atque inclusas.

Exploremus *characterem* generis nostri *essentialem*; qualem auctores Clarissimi Botanici conscripsere, varias lectiones quoque invenies, ad quas contemplandas ac rimandas sit dux Eques immortalis Linné, cui neminem in determinandis characteribus et naturalibus et essentialibus, inter auctores ante illum de re botanica scribentes, parem habebis.

Calyx filiformis L. S. N. edit. XIII. Vindob. 1770 T. II. p. 53 n. 36. L. S. Plant. ed. *Reichardi* T. I. p. 58. L. S. Veget. ed. *Murray* p. 67. n. 36. Spec. pl. ed. *Willdenowii* T. I. p. 123.

Calyx teretiusculus L. S. N. ed. *Gmelini* T. II. P. I. p. 43 [1].

Calyx teretiusculus striatus, quinquedentatus: ore per maturitatem villis clauso, *Gaertner* de fruct. ac seminibus plant. T. I. p. 316 [2].

---

[1]) Melior nota caeteris aut si mavis Lamarckii.

[2]) Jam ante anthesin villi adsunt.

Calyx Tub. long. 2 lèvres, 5-dents. *Adanson* Familles des plants T. II. p. 189.

Calyx subcylindricus, striatus, quinquedentatus, fauce barbatus. *Lamarck* l. c. p. 20 et 62 n. 46.

Calyx cylindricus, longus, striatus, hispidus, 5-dentatus, fauce barbatus. *Jussieu* gen. plant. ed. Usteri p. 124.

Jaume St. Hilaire Exposition des familles naturelles, Paris 1806.

Calyx cyl. striatus, 5-dentatus; defloratus villis clausus. *Moench* method. plantas horti botanici et agri Marburgens. a staminum situ describendi. Marb. 1794 p. 370.

Calyx presque cylindrique; strie, 5-denté, barbu à son orifice. *Ventenat* Tableau de regne végétal. Tom. II. p. 328.

Calyx tubulosus. 5-dentatus. *Vahlii* enum. plant. Hafniae 1805. Vol. I. p. 216. n. 53.

Cor. ringens; galea reflexa L. S. N. l. c. p. 53 et

Cor. ringens, labio superiore reflexo, integro; p. 64. ita et *Reich. Murray, Gmelin, Willdenow, Lamarck, Vahl.*

Cor. ringens; labio inferiore trifido. *Gaertner.*

Cor. tube court. *Adanson,* qui et addit: *Feuilles des fleurs, diférentes de celles des tiges:* et correction p. 504; *Fleurs verticill. et epis 3 à 6 fl. pediculées en corymb. presque sessile. Feuill. 4, soies courtes* [1]).

Cor. tubulosa, longa, limbo brevi 2 labiato; superius refléxo integro, inferius trilobo. *Jussieu Hilaire.* l. c.

Cor. ringens, tubo filiformi; labio superiori reflexo; inferiori trilobo; lacinia intermedia lineari. *Moench.* l. c.

Cor. 2-labiée; lèvre supérieure réfléchie entière; lèvre inférieure 3-lobée. *Ventenat.* l. c.

Stam, duo L et auctorum fere omnium.

Stam. Etamines mediocres, dont 2 steriles [2]). *Adans. Jussieu* referens *Ziz.* ad Ord. VI Labiatarum, suo System. *Sect.* I. posuit: *Stamina duo fertilia, duo abortiva,* pro norma.

Sem. quatuor, gymnosperma L.

Sem. quatuor ovata, mucilaginosa. *Gaertn. Gmelin. Reich. Murray.* Pericarpia 4, ovata. *Moench.*

---

[1]) En *Ziz. capitatam* L.?

[2]) Nota ex natura desumpta.

Definitionibus auctorum Clariss. quarum valor non semper respondit regulis criticae botanicae, in medium prolatis; notas *characteris essentialis* addere, haud alienum esse videtur. *Calyx* in omnibus speciebus a me visis, est: tubulosus, 10 — 15 striatus, ad basin gibbus, 5-dentatus (dentibus obliquis). *Cor.* (monopetala) ringens, tubo filiformi, fauce dilatato, labio superiori erecto, subintegro; labio inferiori trifido. Filamentorum numerus inconstans, vel diandrus vel didymus; ergo non debet ingredi definitionem.

Itaque promulgatis summorum in re botanica virorum atque judicum omni fide dignorum effatis, nihil superest pro fine disquitionis criticae acquirenda, nisi ut et exquiramus *Characterem* et *genericum* et *essentialem Cunilae*. Estne dispar character generum? Stamina duo fertilia et duo abortiva, jam agnoscere in Zygophora et *Adanson* et acutissimus *Jussieu;* hinc nullo modo numerus refert characterem genericum. Quis est botanicorum, qui non observaverit, plantas ringentes uno alterove superbire stamine abortivo? In *Bignoniis* stamen quintum abortivum ceu characterem essentialem magni agnoverunt botanici, in *Cunila capitata* L. flores invenies staminibus 2, 3 et 4. *Glechomam hederaceam* saepius et in summa copia, vidi diandram, quis velit ergo hoc genus amandare ad Dian-

driam? *Linné* addixit Cunilae characterem: Filamenta castrata duo. *Murray* l. c. p. 55: *Corolla* ringens, galea plana, *Stam.* 4: 2 rudimenta et p. 67: *Cor.* ring. labio superiore erecto plano. *Fil.* castrata duo, ita et *Reichard* l. c. p. 14; *Willd.* l. c. p. 33 et 122. *Adanson* l. c. p. 193, characterem posuit: *Feuilles des fleurs*, semblables à celles des tiges. *Fleurs* verticill. et corymb. term. 10 — 20 fl. pédicul. Corym. pédicul. Ecailles larges. *Cal.* tube med. 5-dents, egales. *Corolle* longue, lèv. sup. fendue. *Etamines* médiocres dont 2 stériles. *Graines* 4 ovoïdes.

Lamarck l. c. p. 64. n. 47: *Cal.* 5-dentatus. *Cor.* ringens: labio superiore erecto, plano. *Fil.* castrata duo. *Jussieu* l. c. *Cal.* cylindricus 10-striatus, 5-dentatus. *Cor.* bilabiata, superius erecta plana emarginata, inferius triloba. *Sem.* intra calycem villis clausum et sic *Ventenat*, *Hilaire* etc.

Vahl l. c. p. 213 n. 52. *Cal.* cylindricus, 5-dentatus. *Cor.* ringens: labio superiore erecto, plano, emarginato. *Stam.* 4: 2 sterilia.

Nunc stabilitis summorum virorum hac in re botanica dictis; elucet generum nexus atque consensus: *Calyx* isdem, labium corollae superius modo *erectum* in flore vix explicato, modo *reflexum* in flore deflorescente, in genere

invenies utroque; neutiquam igitur discrimen inest. Labium *emarginatum* et *integrum*, characterem subire videtur distinguentem: at natura ipsa in illis speciebus adhuc sub genere Ziziphora militantibus imo in una eademque specie, praesertim si plura velis conspicere specimina, transit ab integro labio ad emarginatum.

Quae cum ita sint, non dubito fore botanicorum plerosque, qui malint et Ziziphoram et Cunilam exulare ex Diandria et transmittere in Didynamiam; ii certe erunt qui sequuntur et naturam et rationem; inter quos jam dudum cognitum agnoscimus *Clar. Willdenow*, qui olim edixit [1]): *Cunila et Ziziphora sunt genera omni jure delenda.* Non modo conjungenda et combinanda esse genera, imo delenda, dictum Clar. Viri censeo. Et quid impedit, annuente Botanico summe egregio nunc in medium prolato, et Zygophoram et Cunilam *Thymo* adjungere? Cunila jam dudum erat inconstantis animi, modo connubium iniit *Sideritide* (syriaca Spec. pl. Edit. II. T. II. p 574); modo sese conjunxit cum *Satureja* origanoide l. c. p. 568, et quae sunt caetera delicta, auspisiis summi Linnaei peracta.

---

[1]) Schrader's Journal für die Botanik. Anno 1799. B. I. p. 288.

Sententiae meae ſorsan favet ingenuus *Persoon* in *Synopsi plantarum* T. II., quam nondum, pro dolor! accipere potui. Minervam bellicam, bellatricem fere per annum coluimus, neutiquam Minervam pacis Deam (*Vaill.* Numm. Caesar. T. I. p. 160; T. II. p. 85); imo Bellonam.

EPICRISIS ACIDI FATUI WINTERLI;

AUCTORE

A. N. SCHERER.

Conventui exhib. die 8. Apr. 1807.

Ad mentem *Winterli* illud principium animans, cujus ope corpus est acidum: *principium aciditatis* nuncupatur, qui auctor et favet opinioni; *principium* istud posse separari a materia substrata. Acida principio et animante et aciditatis orbata, appellat *fatua*: proinde obveniunt acida in statu vario respectu animationis, sive quod animans possit transferri ab substrato aliquo ad aliud substratum et inde locum habeat et animatio et deanimatio. Secundum hanc hypothesin in salibus neutris sint acida cum basibus in statu fatuo conjuncta. In omni itaque casu, si acidum ex sale fortiori acido expellas, hocce principium recedat priori et expulsa ope hujus restitutionis, integrum acidum esse videatur. Ad confirmandam hanc hypothesin respiciebat Auctor acida ejusmodi, quae sola calore aucta ex salibus possint expelli; huc refert ex carbonate calcis aestu expulsum acidum carbonicum ceu

acidum tale *desanimatum* notasque perplures profert ad distinguendam illam ab perfecte animata, via solita acidis ex carbonate calcis propulsa.

Experimentis tantummodo in scientiis empiricis verum potest stabiliri; eum in finem ad explorandam hypothesin illam, institui experimentum cujus eventum subjeci arbitrio Acad. scient. Petropolitanae [1]). Mecum consentiebat recensens in relationibus literariis Halensibus, quod sit examini subjicienda Winterli hypothesis. „Experimenta", inquit, „reiterata ex retortis et porcellanis et fictilibus, diversis modis, perplura instituimus, eventus vero nunquam favebat hypothesi. Quantumvis in his experimentis decompositio partialis acidi carbonici esse videbatur; mixta ex azotico et oxygenio recepta adscribere aëri externa vasa penetranti, recusant principia alia chemica: nullum vestigium apparebat ejusmodi desanimati acidi carbonici, aquam calcis equidem praecipitantis, at iterum non solventis, chartam succo heliotropii tinctam non erubescentis. Gas vero usque ad finem processus acceptum, absorbebatur aqua et in omnibus notis referebat commune acidum carbonicum: aquam calcis praecipitatam resolvebat, rubore adficiebat chartam succo heliotropii tinctam etc. [2])."

---

[1]) V. Nova Acta Acad. Sc. Petropol. T. XV. p. 158. seq.
[2]) cf. Ephem. lit. Halens. (A. L. Z.) de anno 1806. Vol. I. p. 349.

Prolata ad majorem gradum veri extollere tentamina, pericula plura instituere pro examinandis aliis acidi carbonici, via sicca paratis, speciebus; meum esse arbitratus sum. Eum in finem gas acidi carbonici conficiebantur species perplures, scilicet:

1) ex candente magnesia carbonata in retorta vitrea luto bene obtecta;

2) ex candente mercurio praecipitato per se cum pari quantitate pulveris carbonum in retorta luto obtecta;

3) ex decompositione aquae per carbonem ope tubuli ferrei sclopetarii.

Omnes haec species acidi carbonici diverso modo receptae, phaenomena, usque ad finem processuum, dabant sequentia:

1) Aqua ex admixtis illis speciebus acidulum accipiebat saporem;

2) chartam succo heliotropii tinctam erubescebant;

3) aquam calcis non modo turbidam reddebant sed et sedimentum praecipitatum ex omni parte resolvebant; ejusdem indolis erat aqua cum illis impraegnata.

In omnibus his tentaminibus pro obtinendo acido carbonico purissimo semper usus sum vitreis retortis.

Quod attinet prolatam illius supra dicti recensentis epicrisin, quod sub separatione acidi carbonici vel ex

creta, vel ex alia carbonate calcis decompositio partialis acidi carbonici forsan sit admittenda, dum exoriatur mixtum ex et azotico et oxygenio; omnibus dictis lubens concedo. Aëri externae intranti vasa nolim adscribere hoc phaenomenon, elucescit potius ex experimentis ad naturam gas carbonei oxydati examinandam, nonnullis abhinc annis, institutis et cum orbe literaria communicatis. Carbonas calcis nativa (uti creta, lapides calcarei) plerumque continet ferrum, cujus admixtione efficitur acidi carbonici decompositio partialis; siccine ope mercurii similem decompositionem animadversus est Morozzo [1]).

Quod denique aquam ex admixto acido carbonico via sicca parato imbutam esse sapore acidulo, id quod Winterl negat, comprobant et experimenta in medium prolata et ars aquas minerales viliori pretio in summa quantitate conficiendi, cujus inventor Vindobonae clar. *D. Fierlinger*, nititur his investigationibus. Imbuebat vir cl. aquam acido carbonico ex candentibus lapidibus calcareis parato; quae aqua arte facta sapori ex omni respondebat aquarum mineralium acidularum ut et ipse testis sum, qui illam

---

[1]) cf. Lettre de Mr. le Comte de Morozzo à Mr. Macquer sur la decomposition du gaz mephitique et du gaz nitreux. Turin, 1783. 4.

apud Perill. *Jacquin*, qui pro exploratione acceperat (1802), et vidi et gustavi.

Ex omnibus his prolatis illuscescit: hypothesin de acido fatuo contrariam esse hac in re institutis experimentis.

DÉSCRIPTION DE QUELQUES NOUVELLES ESPÈCES D'ANIMAUX, DU MUSÉE ACADÉMIQUE.

PAR

A. SEVASTIANOF.

Présenté et lu le 11 Févriet 1807.

Les collections d'histoire naturelle, dont notre Musée vient d'être enrichi dans le courant de deux ou trois années consécutives, renferment plusieurs objects intéressants, entre les quels je m'empresse de choisir les plus rémarquables, et d'en inserer les descriptions dans nos Mémoires pour les faire connoitre au public.

Nous possedons deux quadrupedes qui sont encore peu connus. L'un d'entr' eux a été découvert dans Tab. XVI.
la Nouvelle Hollande et décrit par Philips, sous le nom *de spotted opossum,* apparemment par la raison, que la femelle porte sous le ventre une poche ou bourse, comme la sarigue (Didelphis opossum), quoique l'animal mentionné appartienne a un genre tout-à-fait différent de celui des Didelphes. Comme l'exemplaire, envoyé par le Conseiller de Collège Waxel, correspondant de l'Académie, manque

de dents, ce n'est que la bigarure de la peau, qui forme une des plus belles fourrures, qui me servit à deviner le genre et à definir l'espèce de l'animal [*]). Sa fourrure est noire tachétée de blanc, comme celle de la genette; mais ces taches ne sont pas disposées en lignes regulières. Le museau allongé, la longueur de la queue, et les poils touffus dont elle est couverte, rapprochent beaucoup cet animal du genre de la Civette (Viverra); mais par la conformation des pieds posterieurs, dont le pouce est séparé des autres doigts et ne porte point d'ongle, cet animal doit former un nouveau genre dans l'ordre des Carnassiers, et dans le sous-ordre des *pedimanes*. Les naturalistes français lui ont imposé le nom de *Dasyure ta-*
Tab.XVII. *cheté*. La dépouille de l'autre quadrupéde a été envoyée de Londre par le même correspondant. J'ai été longtems en suspens de prononcer avec precision sur son genre; mais à présent je suis prèsque convaincu, que cet animal ne peut être qu'une espèce de Wombat, autre quadrupede, découvert par les navigateurs anglois Bass et Flinders dans la nouvelle Galle du Sud. „Il a la tête large et plate: son corps est trapu, les jambes sont courtes, le pouce posterieur

---

*) Voyez sa déscription dans le Nouveau Dictionaire d'Histoire naturelle Tome XXIII, page 142 et 143.

peu apparent, les ongles très-forts; un simple rudiment de queue, les oreilles très courtes". Il est ainsi décrit par Desmaret, sous le nom de *Wombat fossoyeur* (Wombatus fossor) [1]). Dans notre exemplaire, les oreilles, à ce qui me paroit, et comme on le voit dans la figure ci-jointe ne sont pas très-courtes. Quoique le museau de l'animal ne soit pas pointu, la tête par sa longueur et par la largeur du front, semble former un triangle. La levre superieure est faite comme celle du Lievre, les poils de la peau sont rudes au toucher, et d'une couleur grise brune, melée de blanc. Il y a au croupion une tache, formée par des poils roussatres. Les ongles, sur tout ceux des pattes de devant, sont très forts, un peu arqués, et faits pour creuser la terre, comme ceux de la Taupe ou du Tatou. Le milieu est le plus grand, les suivants de deux côtés sont d'une moindre grandeur, et l'extérieur avec l'intérieur sont les plus petits. Les oreilles, couvertes à l'exterieur des poils roussatres, et de poils blancs à l'intérieur, ont une figure triangulaire, les pieds de derrière sont faits comme chez tous les pedimanes. Desmaret a rangé ce quadrupede dans le même ordre et sous-ordre, que le

---

[1]) Voyez dans le Nouveau Dictionaire le tableau méthodique des Mammiferes, à la fin du XXIV. volume, page 14.

Dasyure tacheté. Il est carnassier par ce qu'il a six incisives et deux canines à chaque machoire.

Le Lezard et le poissson, que je vais decrire dans ce Mémoire, forment, à ce qu'il paroit, des espéces tout-à-fait nouvelles.

Le Lezard à raies interrompus. Lacerta interrupto-lineata.

Tab. VIII. Fig. 1. Ce joli amphibie, quant à la disposition des couleurs dont il est bigaré, se rapproche assez de la *double raie* (lacerta punctata), que La Cepède a décrit dans son Histoire naturelle des quadrupedes ovipares, mais il en différe par la grandeur de son corps et d'autres caractères, que je vais exposer plus bas.

La tête est petite, triangulaire, applatie par dessûs, le museau en est pointu, l'ouverture de la bouche depasse les yeux, les os des machoires sont garnis des petites dents grainues; il-y-a des plaques sur la tête, rangées en quatres lignes. Le cou est présque de la grosseur du corps, qui est assèz gros et présque cylindrique; la queue s'amincie progressivement, et finit en pointe. Les yeux sont placés sur les côtés de la tête, tout-prés de l'ouverture de la bouche et bien bas. L'ouverture des oreilles est petite, et placés à quelques lignes de-distance derrière chaque oëil. Il-y-a cinq doigts à tous les pieds. On peut voir leur disposition sur la planche ci-jointe, où l'animal est répresenté ne grandeur naturelle.

Les doigts portent des ongles à leurs dernieres phalanges. Tout le corps est garni d'écailles rhomboidales, qui sont plus petites sur les pieds. La couleur du fond de ce Lezard est d'un jaune rembruni sur la partie superieure du corps et plus claire sur les côtés et par dessous. Deux raies longitudinales, d'une couleur brune, partent du bout du museau, et se prolongent sur le fond clair des deux côtés du dos; elles sont de la largeur de deux lignes; deux autres raies, moins larges partent du front, et sont interrompues, après avoir depassé de 4 à 5 lignes les pieds de devant; mais des petites taches noires font leur continuation jusqu'aux pieds posterieures. Le reste du dessus du corps, les 4 pieds, et la queue jusqu'à sa moitié, sont parsemés des taches de la même couleur. L'ouverture de l'anus est recouverte d'écailles et n'est pas visible. La longueur du corps de ce Lezard, depuis le bout du museau, jusqu'à l'anus est de 4 pouces (anglois), la queue à cinq pouces moins deux lignes. Ce joli animal appartient à la cinquieme division ou famille du genre de Lezards, selon la méthode de La Cepède, qui me paroit être la plus claire. Les espéces rangées dans cette division ont pour caractéres: *La queue ronde, cinq doigts aux pieds de devant, sans bandes écailleuses sous le ventre.*

Bandoulière à quatre bandes. Chaetodon quadrifasciatus.

Tab. XVIII. Fig. 2. Ce poisson est de la collection achetée chez Cetti, maitre d'instrumens de Météorologie à l'Académie de Copenhague. Peut-être l'individu que je vais decrire, n'a-t-il pas encore atteint toute sa croissance; par ce qu'il n'a que deux pouces et démi de longueur, depuis le bout du museau, jusqu'au bout de la queue.

Il a le corps plat, d'une forme ovale, renflé vers la tête, plus mince vers la queue, qui est de trois lignes de longueur, excepté la nageoire caudale. Le dos forme au dessus de la tête un arc saillant; tout le corps, la tête et les opercules branchiales sont couvertes de très petites écailles. La nageoire dorsale, qui couvre toute la longueur du dos, en commençant à quelque distance de la tête, a 12 piquants, réunis par une membrane, et à sa partie molle treize rayons; la nageoire anale porte huit rayons et seulement trois piquants, ce qui, ensemble avec le nombre et la figure des bandes, sert à distinguer notre poisson de *la Bandouillère Chinoise* (Chaetodon chinense) decrite par Bloch dans son Histoire naturelle des poissons [1]), à la quelle notre nouvelle espèce est assez

---

[1]) Voyez Hist. Nat. des poissons, traduction françoise, édit. de Berlin, in folio. T. VIII. page 3, pl. 218. fig. 4.

ressemblante; mais qui a dix-huit piquants à la nageoire de l'anus. Les nageoires pectorales ont 17 rayons chacune, les ventrales ou abdominales en ont 5, et un seul piquant. La nageoire de la queue en a 16. La ligne laterale est simple, sinueuse, et coule parallélement avec le dos. Quatre raies ou bandes obliques traversent le corps dans sa largeur ; elles embrassent le tronc ; il-y-a, outre cela, deux taches transversales sur la queue. De chaque côté de la tête, il-y-a trois raies, qui forment comme des rayons d'un cercle dont l'oeil est le centre. L'une de ces raies va de l'oeil au museau, l'autre, en partant du même centre, traverse l'opercule branchiale, en descendant vers la queue, et la troisieme va de l'oeil à la nuque, de sorte qu'elles forment dans l'endroit où elles se réunissent, des angles obtus prèsques égaux. Deux autres raies renferment un espace ovale entre les yeux. La couleur du fond de ce poisson a du être argentée pendant la vie de l'animal, mais à présent elle est d'un blanc sale. Les bandes sont d'un brun foncé.

OBSERVATIONS METÉOROLOGIQUES

FAITES D'HEURE EN HEURE ENTRE LES DEUX TROPIQUES DANS LA MER DU SUD POUR EXAMINER LES OSCILLATIONS DU BAROMÈTRE,

PAR

Mrs. LANGSDORF et HORNER.

Présenté le 20. Janvier 1808.

Les observations metéorologiques que je présente ici à la Conférence, lui ont été communiquées, il y a deux ans, par Mr. le Conseiller d'Etat *Krafft*, auquel le Docteur *Langsdorf*, Correspondant de cette Académie les avait envoyé de Kamtschatka. Elles sont dues en partie à Mr. *Krusenstern*, qui réunit des connaissances peu communes dans tout genre de Sciences à la qualité d'un navigateur éxercé et Géographe accompli; lequel m'invitoit alors dans la mer du Sud, de mettre à profit le passage par les tropiques pour des observations plus suivies du Baromètre, qu'on n'avait jusque-là. Mais le principal mérite appartient à Mr. *Langsdorf*, qui se prêta d'abord à me seconder dans un ouvrage aussi fatiguant, et dont le zèle et le courage est au-dessûs de mes éloges. Ces qualités soutenues par une santé inaltérable le mirent

bientôt en état de suffire presque seul à ce travail, lorsqu'une migraine furieuse allait épuiser mes dernières forces. Je ne connois pas en Europe des observations meteorologiques faites d'heure en heure; mais j'ose dire, que cela n'exigeroit que la moitié de zèle et même de forces physiques, que cette entreprise coute dans le climat chaud, où la chaleur étouffante sous le pont du vaisseau dérobe le sommeil et toute récréation physique, et conduit à un épuisement, que la mauvaise nourriture ne peut guère réparer. Heureusement ces peines ne sont pas perdues, et la discussion de ces observations m'a fait voir des résultats, qui, n'étant que des approximations prêtent cependant des données asséz remarquables et plus detaillées que les observations des voyageurs les plus récents.

On sait, que depuis que *Godin*, un des Académiciens envoyés au Perou, avait remarqué le changement journalier du Baromètre à Quito, plusieurs Physiciens avaient tenté d'éxaminer ces variations avec peu de succès, parcequ'ils observoient dans des endroits où les changemens accidentels dans la hauteur du Mercure, sont dix à vingt fois plus grands que ces petites oscillations. Il en est provenu malgré l'assiduité et l'intelligence des observateurs, que leur résultats se contredisent directement. *Van Swinden* p. ex.

assure, que le Mercure est généralement plus haut à 10 h. qu'à 6 h., mais plus bas encore qu'à 1 h. ou 2 h. de sorte, qu'il y ait un mouvement périodique depuis 6 h. du matin jusqu'à 6 h. du soir, et dont le maximum a lieu à midi à 1 h. ou à 2 h. D'autres observateurs, entre lesquels *Chiminello*, trouvent que le Mercure tend à tomber entre 10 h. et 2 h. et qu'il monte entre 6 h. et 10 h., ou qu'il tombe du moins plus lentement entre ces heures.

Depuis Bouguer les savans employés au Voyage de La Pérouse ont fait des observations à l'endroit propre pour découvrir l'ordre de ces oscillations; mais ils se contentoient de les faire le seul jour qu'ils passèrent l'Équateur: cependant le Journal de l'Astrolabe, d'un des vaisseaux de cette expédition donne la hauteur du Baromètre à 9 h. du matin, et à 3 h. du soir; d'où il est clair, que le Baromètre est sans exception plus haut de quelques dixièmes de ligne à 9 h. du matin, qu'à 3 h. du soir. L'observateur le plus récent, Mr. *Humboldt* assure, qu'aux environs de l'Équateur le Mercure est le plus haut à 9 h. du matin, tombant depuis jusqu'à 4 h. où il est le plus bas, il monte jusqu'à 11 h. du soir (n'étant pas aussi haut qu'à 9 h. du m.) et redescend jusqu'à 4 h. du matin, pour remonter jusqu'à 9 h.

Un phénomène aussi régulier à la verité mériteroit une indagation plus soignée, et l'on doit regretter, que ce celèbre Physicien n'avait ni les moyens ni le loisir pour faire des observations plus suivies et plus détaillées. Je me flatte, que nos efforts puissent remplacer ce défaut. Il est vrai, qu'il manque à nos observations la précision, qu'on peut obtenir à terre, parceque les oscillations du vaisseau font continuellement monter et descendre le Mercure dans le tube, mais à force d'application l'on parvient à estimer de si près, que chés nous trois observateurs différoient rarement d'un dixième de ligne. Outre cela nous avons eu soin de marquer chaque fois les extrêmes de ces oscillations, dont on peut prendre le milieu. En contraire le défaut de la dernière précision est compensé et par le grand nombre d'observations (il y en a plus de 1400) et surtout par l'avantage d'avoir été faites dans la haute mer, où l'atmosphère n'est pas sujette à des altérations aussi irregulières, telles qu'elle éprouve à terre par des montagnes, les effets de la chaleur, par des Volcans et autres circonstances dont l'influence est connue.

Les instrumens, qui ont servi à ces observations, sont les suivans :

1°. Un Baromètre marin, de la construction de Nairne, fait par Troughton, portant l'échelle de pouces anglais, avec des lignes décimales.

2°. Un Thermomètre à mercure, de l'échelle de 80 parties, éxécuté par le même.

3°. Un Hygromètre de baleine d'après de Luc; je l'avois acheté à Londres dans une baraque prés de la bourse, n'en ayant pas trouvé chés les artistes, de manière, que l'auteur et la régulation de l'instrument sont inconnus; mis dans de l'eau d'une temperature de 20°, il montra 76°; mais il étoit impraticable sur le vaisseau d'éxaminer le point de la plus grande sécheresse. Cet Hygromètre nous servit à prévoir le mauvais tems dans les tropiques, où les changemens de l'atmosphère n'étoient pas sensibles pour le Baromètre.

En discutant ces observations j'ai trouvé propre de rassembler sous un tableau les tems des plus grandes Élévations et Dépressions du Mercure avec la hauteur indiquée; j'y ai ajouté les positions de la lune et du soleil, et l'endroit de l'observation, et j'en ai obtenu les résultats suivans:

Jours	Heures de la plus grande Depr. (Soir)	Elev. (Soir)	Depr (Matin)	Elev. (Matin)	Hauteurs du Baromètre Depr. (Soir)	Diff.	Elev.	Diff.	Depr (Matin)	Diff	Elev.	Diff.	Somme des Hauteurs	Somme des Différences	Thermomètre	☽ Décl.	☽ au Merid	☽ Parall. horiz.	Latit. du Vaisseau	Long. du Vaisseau
15 Avril	h m	h m	h m	h m	p		p		p		p					°	h m			
16	3 3	10 0	4 0	10 40	29,95	0,03	29,99	0,06	29,92	0,04	29,96	0,06	381	19	18,°5	22, 7 B	6 2[illegible]	57,'4	23,°7 A	103 O.
17	3 3	9 0	4 15	9 52	90	4	94	9	85	8	93	9	372	3[illegible]	19, 4	18, 8	7 11	56, 6	22, 8	105
18	4 52	11	6 0	10 [illegible]	84	8	92	7	85	7	92	8	353	30	19, 9	14, 0	7 58	55, 9	22, 4	106
19	4 3	9 3[illegible]	4 15	9 30	84	10	94	6	88	6	94	8	360	30	20, 0	6, 7	8 4[illegible]	55, 3	22	108
20	4 4[illegible]	10 3	2 10	10 [illegible]	86	8	94	7	87	8	95	9	362	42	19, 8	3, 3 B	9 22	54, 8	21	109
21	4 0	11 3	4 0	10 0	86	10	96	9	87	11	98	14	367	44	20, 3	2, 2 A	10 2	54, 4	21, 0	111
22	4 0	10 [illegible]	4 37	10 3[illegible]	84	11	95	7	88	10	98	13	365	41	19, 4	8, 1	10 44	54, 1	20, 0	112
23	5 0	9 0	2 0	10 0	85	7	92	5	87	9	96	14	360	35	19, 0	13, 0	11 25	54, 0	18, 7	114
24	4 15	11 2[illegible]	3 0	10 [illegible]	82	8	90	4	80	7	93	11	351	3[illegible]	19, 8	18, 0	12 1[illegible]	53, 9	17, 3	116
25	4 0	10 0	2 0	9 45	84	5	80	4	85	8	93	9	361	26	20, 3	21, 0	12 57	53, 9	16, 3	119
26	3 [illegible]	10 30	5 30	9 0	84	8	92	6	86	7	93	8	355	[illegible]	20, 9	25, 0	13 47	53, 9	15, 4	121
27	4 0	11 4[illegible]	5	9 2[illegible]	85	6	91	7	84	4	83	10	345	27	21, 0	26, 0	14 37	54, 1	14, 5	123
28	3 37	10 0	4 3	9 3[illegible]	75	8	86	0	80	8	85	9	342	31	21, 1	26, 9	15 29	54, 4	13, 8	124
29	4 0	10 3	3 10	1 [illegible]	79	5	84	2	82	6	83	1	343	23	21, 6	26, 7	16 21	54, 8	13, 3	126
30	4 37	9 30	3 [illegible]	9 0	78	10	88	5	83	9	9[illegible]	13	341	37	21, 7	24, 6	17 12	55, 4	12, 7	127
M 1	3 [illegible]	9 30	5 15	9 [illegible]	79	9	85	6	82	6	[illegible]3	13	337	34	22	21, 0	18 2	56, 1	11, 7	129
2	3 3[illegible]	10 0	4	9 45	75	9	84	8	76	7	83	10	3[illegible]5	34	2[illegible], 2	17, 0	18 50	56, 9	10, 7	131
3	4 55	1[illegible] 15	4 [illegible]	[illegible] 15	73	9	82	9	73	7	88	1[illegible]	3[illegible]3	55	22, 5	12, 0	19 38	57, 8	9, 8	133
4	3 52	11 0	3	9 0	7[illegible]	15	85	11	74	11	85	10	3[illegible]4	47	22, 5	6, [illegible]	20 20	58, 7	9, 6	135
5	3 30	11 0	4 [illegible]	9 [illegible]	75	9	84	10	74	9	81	13	310	41	22, 6	[illegible], 0 A	21 14	59, 0	9, 3	137
6	3	9 0	4 3	[illegible]	7[illegible]	9	7[illegible]	11	65	11	7[illegible]	9	296	30	23, 1	7, 0 B	22 6	60, 3	8, 9	139
7	5 0	10 0	3 3[illegible]	10 [illegible]	7[illegible]	8	75	8	70	8	78	7	2[illegible]0	31	23, 0	13, 0	23 2	61, 0	8, 9	140
8	2 30	11 0	4 [illegible]	8 0	71	7	73	0	72	0	73	7	209	26	22, 9	19, 0	0 0	61, 2	8, 9	140

du 7 jusqu'au 18 Mai Séjour à Noukahiva des Isles de Washington. Observations incompletes.

Jours	Depr. (Soir)	Elev. (Soir)	Depr (Matin)	Elev. (Matin)	Depr. (Soir)	Diff.	Elev.	Diff.	Depr (Matin)	Diff	Elev.	Diff.	Somme des Hauteurs	Somme des Différences	Thermomètre	☽ Décl.	☽ au Merid	☽ Parall. horiz.	Latit.	Long.
19	5 15	9 25	4 0	9 30	70	8	78	8	70	12	82	12	300	40	23, 3	7, 2 A	8 49	54, 3	9, 4	142
20	4 0	9 20	4 50	9 0	70	8	78	8	70	10	80	12	298	38	23, 1	12, 4	9 31	54, 0	7, 3	143
21	2 30	9 30	3 0	10 15	68	8	76	4	72	6	78	14	294	32	23, 0	10 8	10 17	53, 0	5, 7	144
22	3 15	11 0	4 0	9 [illegible]	64	10	74	8	66	8	74	9	2[illegible]8	35	2[illegible], 9	2[illegible], 7	11 [illegible]	53, 9	3, 4	145
23	3 15	10 0	2 3[illegible]	1[illegible]	65	5	73	5	63	9	72	9	283	31	21, 8	23 3	11 48	53, 9	1, 8	146
24	3 0	10 3[illegible]	5	[illegible]	65	12	5[illegible]	0	74	4	78	4	3[illegible]0	26	21, 8	25, 0	12 30	54, 1	0, 9	145
25	3 3	11	3 3	1[illegible]	71	11	[illegible]5	7	7[illegible]	6	85	11	323	37	2[illegible] 0	0, 7	13 25	54, 4	0, 1 A	146
26	4	10 [illegible]	4 0	9 [illegible]	75	11	80	4	82	3	90	12	353	35	21, 7	20, 4	14 20	54, 7	0, 9 B	146
27	3 15	10 0	3 [illegible]	[illegible]	75	5	80	11	75	8	83	8	322	35	22, 4	24, 8	15 10	55, 1	2, 2	147
28	4 [illegible]	9 4[illegible]	3 0	1[illegible]	75	5	[illegible]	4	70	8	84	9	315	30	22, 3	21, 9	1[illegible] 0	55, 6	3, 2	147
29	5	9 3	4	8 [illegible]	75	5	8[illegible]	6	74	0	8[illegible]	5	3[illegible]9	[illegible]	21 1	[illegible]	16 5	56, 2	4,	148
30	4 0	9 10	4 0	9 2[illegible]	72	6	78	6	72	5	80	8	3[illegible]2	28	[illegible]	23, 0	17 30	56, 0	5, [illegible]	149
31	3 [illegible]	1[illegible]	4	[illegible]	72	8	[illegible]	1	7[illegible]	12	82	12	[illegible]4	42	21, 6	7, 0	18 2[illegible]	5[illegible], 6	6, 1	149
Juin 1	[illegible]	11 [illegible]	4	1 [illegible]	7[illegible]	1	8	1	7[illegible]	1	8	11	[illegible]	41	20, 9	1 6 A	19 17	55, 4	[illegible]	149
2	3 0	10 [illegible]	3 0	9 15	69	11	[illegible]	5	75	9	84	1[illegible]	[illegible]8	35	21, 8	4, 0 B	19 50	59, 2	8, 3	149
3	3	9 [illegible]	4	1	74	6	[illegible]	5	75	8	83	7	[illegible]	20	21, 6	1 5	2[illegible] 50	59, 9	10, [illegible]	150
4	3 15	1	3	[illegible]	7[illegible]	10	80	8	75	8	86	12	320	35	2[illegible], 6	10, 6	21 40	60, 3	11, 8	151
5	4 0	1[illegible]	4	[illegible] 1	74	11	85	10	[illegible]5	1[illegible]	80	0	3[illegible]0	38	20, 2	21, 5	22 45	60, 9	13, 3	152
6	3 4	11	4 0	1 [illegible]	[illegible]	10	9[illegible]	5	65	10	95	7	350	30	20, 1	25, 0	23 54	61, 0	15, 2	152
7	5 17	1[illegible]	[illegible]	9 45	65	12	1[illegible]	6	9[illegible]	0	1[illegible]	10	350	30	19, 7	26, 7	0	60, 7	17, 3	153
8	4 15	1 2	1	1 1	[illegible]	8	[illegible]	8	90	6	95	7	324	20	19, 5	26, 3	0 56	6[illegible], 3	19, 2	154
9	4 [illegible]	8	1	[illegible]	[illegible]	6	95	5	90	8	98	4	322	23	19, 5	24, 3	2 2	59, 6	19, [illegible]	155
10	4 [illegible]	1[illegible]	5 15	11	94	8	1 2	9	93	7	100	5	380	20	[illegible]	2[illegible], 7	2 56	56, 7	19, 0	156
11	5 [illegible]	1	[illegible]	1 15	95	7	1 [illegible]	6	00	4	1	1[illegible]	313	27	20 1	16, 0	3 51	57, 7	1[illegible], 0	153
12	4 15	9 30	[illegible]	1	9[illegible]	8	98	5	9	0	94	9	372	31	20, 0	1[illegible], 7	4 38	56, 9	17, 4	161
13	3 30	11 1	3 0	9 4	85	9	94	5	80	8	94	8	359	33	20, 0	5, 2 B	5 24	56, 0	16, 9	163
14	3 3	8 5[illegible]	[illegible]	8 45	[illegible]6	9	95	7	85	10	98	9	3[illegible]7	35	[illegible], 2	0, 5 A	6 5	55, 3	16, 9	166
15	3 30	11 [illegible]	4 0	9 3	5[illegible]	6	95	7	85	8	90	8	365	20	20, 4	5, 9	6 47	54, 7	17, 0	169
16	4	11 0	[illegible]	8	55	9	97	9	85	8	96	10	369	36	20, 7	11, 0	7 26	54, 3	16, 8	171
17	3 0	1	[illegible]	9	[illegible]	8	94	9	8[illegible]	4	81	7	354	28	20, 5	15, 9	8 10	54, 1	16, 0	174
18	2 0	1 [illegible]	3 3	9 5[illegible]	52	11	93	7	80	0	92	7	353	31	20, 8	2[illegible], 0	8 55	54, 0	17, 5	176
19	5 [illegible]	9 0	4 0	9 52	65	7	92	6	66	8	94	5	357	26	20, 8	23, 3	9 52	54, 0	18, 7	178
20	5	11 30	4 0	11 15	80	0	98	3	95	7	1[illegible]2	6	384	25	2[illegible], 9	25, 5	10 32	54, 2	19, 9	180
21	4 0	0	4 0	10 3[illegible]	96	9	1[illegible]5	7	98	7	1 5	5	4 4	25	21, 0	26 7	11 25	54, 4	21, 7	181
22	4 40	11 1[illegible]	2 3	9 5[illegible]	1[illegible]0	5	1 5	5	1[illegible]	4	1 4	5	4 9	10	21, 1	26, 5	12 15	54, 8	23, 1	181
23	4 3	9 1	4 0	10 [illegible]	99	3	1[illegible]2	6	96	8	1[illegible]4	10	4 1	27	21, 2	25, 0	13 6	55, 2	23, 5	182
24	4 [illegible]	9 0	4 0	11 [illegible]	94	6	100	6	94	8	1[illegible]2	7	3[illegible]	27	20, 9	22, 3	13 57	55, 6	24, 0	182
25	5 2	8 53	3 0	9 3[illegible]	95	5	1[illegible]	1	99	5	104	—	398	17	21, 1	18, 4	14 46	56, 1	24, 6	183
Somme 61	23[illegible] 22	116, 42	22[illegible], 9	588, 61	47[illegible]6		5433		5219		5451									
Milieu	3 55,3	10 6,3	3 4[illegible],2	9 39,0	29,809	0,082	29,891	0,068	29,823	0,075	29,898	0,089								

Par un milieu de 61 observations il resulte, qu'entre les tropiques le Mercure est régulièrement

			Diff.
le plus haut à	$9^{h}.39'$. du m.; où il marq.	$29^{p}.898$	
le plus bas à	3. 55. du soir ; . .	29. 809	,089
qu'il remonte jusqu'à	$10^{h}.6'$. du soir ; .	29. 891	,082
descend jusqu'à	3. 40. du matin . .	29. 823	,068
			,075

Le milieu, qu'on tire des oscillations extrêmes du Mercure causées par le mouvement du vaisseau donne le Mercure

			Diff.
le plus haut à	$9^{h}.31'$. marquant	$29^{p}.905$	
le plus bas à	3. 51. . .	29. 815	,090
montant jusqu'à	10. 4. . .	29. 897	,082
il redescend jusqu'à	3. 31. . .	29. 824	,073
			,081

Ces nombres différent peu des premiers ; s'il ce n'est dans les hauteurs du Mercure, où le milieu des ondulations dues au balancement du vaisseau est plus haut de $0^{l}.05$ de ligne que la hauteur vraie ; différence qui provient de ce que les vibrations continuelles du Baromètre font monter le Mercure considérablement au dessûs de sa vraie position, comme c'est le cas dans un Baromètre incliné.

Il est d'abord visible, que les variations du Baromètre sont plus grandes le jour que la nuit pour $0^{l}. 2$ de ligne. Ce phénomène est constant, et dépend probablement de l'effet de la chaleur, quoique les changemens de la température, tels qu'ils se montrent *au niveau de la mer*, ne paroissent pas suffire à cette différence.

Pour mettre plus au clair ce qui peut influer sur les variations du Baromètre, j'ai choisi du tableau cité et les plus grandes et les plus petites oscillations et élévations du Mercure, avec les positions de la Lune et du Soleil, ce qui a formé les tables suivantes :

Plus grandes oscillations du Baromètre.

	Somme des Variations	☽ Déclin.	☽ au Mérid.	☽ Parall. horiz.	☽ Distance au Zenith	☉	Latit. du Vaisseau
Avril 21	0p. 44	2°. 2 A	10h. 2′	54′. 4	19° B	33° B	21° A
— 22	41	8. 1 A	10. 44	54. 3	12 B	32 B	19 A
Mai 4	47	6. 0 A	20. 26	59. 2	3 B	26 B	10 A
— 5	41	0. 0 A	21. 14	60. 0	9 B	26 B	9 A
— 6	40	6. 0 B	22. 6	60. 7	16 B	26 B	9 A
— 19	40	7. 2 A	8. 49	54. 5	2 B	28 B	9 A
— 20	38	12. 4 A	9. 41	54. 2	5 A	27 B	7 A
— 31	42	7. 6 A	18. 22	57. 6	14 A	16 B	6 B
Juin 1	41	1. 6 A	19. 17	58. 4	9 A	15 B	7 B
— 14	35	0. 5 A	6. 5	55. 3	17 A	7 B	17 B

Le milieu des variations est $0^p.409$, qui divisé par les 4 intervalles donne $1^l.02$ plus grande oscillation moyenne d'un jour. L'on voit aussi, que ces plus grandes oscillations avoient lieu quand la lune étoit près de l'équateur, qu'elles arrivoient un jour avant le passage de la lune par l'équateur, si la lune tendoit vers le Nord, et après le passage, lorsqu'elle descendoit au Sud, de manière, que ces oscillations tombent sur le 5me degré de déclinaison australe de la lune. Cette régle paroit être constante, n'ayant qu'une exception sur dix observations.

Le passage de la lune par le Méridien ne présente rien de constant; il n'est admis dans cette table et les suivantes, que pour prouver l'inaction de cet élément. Il est vrai, que les tems notés ci-dessûs sont tous après le premier et le dernier quartier de la lune; mais cela provient de ce que dans cette saison le passage de la lune par l'équateur tombe sur ces époques.

Les distances de la Lune au Zénith ne marquent pas d'effet sensible; elles s'éloignent ici jusqu'à 19 degrés au deux côtés du zénith, leur milieu tombant un degré au Nord du zénith; cependant elles semblent de suivre une marche opposée aux latitudes de l'endroit.

Les distances du Soleil étant toutes boréales ne montrent pas d'influence particulière sur notre phénomène.

Le milieu des parallaxes horizontales est 56′. 8, et il y a prèsque la même élévation dans les apogées comme dans les perigées, sc. 5 observations dans l'apogée; 1 dans la distance moyenne et 3 dans le périgée; de sorte qu'il faut encore des expériences plus délicates pour juger de leur effet. Enfin la latitude de l'endroit semble indiquer une diminution générale des oscillations, lorsqu'on s'approche des tropiques, surtout du tropique boréal.

Plus petites oscillations du Baromètre.

		Somme des variat. journ.	☽ Decl.	☽ au Mérid.		☽ Parall.	☽ Distance au Zén.	☉	Latitude du Vaiss.
Avril	16	0,p 19	22°. 7 B	6.h	20′	57′. 4	46° B	34.° B	23.°7 A
—	25	26	21. 0 A	12.	57	53. 9	5 A	30 -	16. 3 -
—	27	27	26. 0 A	14.	37	54. 2	12 A	28 -	14. 5 -
—	29	23	26. 4 A	16.	21	54. 9	13 A	28 -	13. 3 -
Mai	8	26	19. 0 B	0.	0	61. 3	28 B	26 -	8. 9 -
—	24	26	25. 6 A	12.	36	54. 1	25 A	22 -	0. 9 -
—	28	26	21. 9 A	16.	0	55. 6	25 A	18 -	3. 0 B
—	29	25	18. 0 A	16.	50	56. 2	22 A	17 -	4. 0 -
Juin	3	26	10. 8 B	20.	50	59. 9	1 B	12 -	10. 0 -
—	9	23	24. 3 B	2.	2	59. 6	5 B	4 -	19. 0 -
—	19	26	23. 3 A	9.	52	54. 0	42 A	5 -	18. 7 -
—	20	25	25. 5 A	10.	32	54. 2	45 A	4 -	19. 9 -
—	22	19	26. 5 A	12.	15	54. 8	50 A	0 -	23. 1 -

Les moindres oscillations ($\overset{P}{\frac{0,244}{4}} = \overset{L}{0,61}$ de ligne) ont généralement lieu, quand la lune est au-delà de 20 degrés de déclinaison. Il est remarquable, que la différence des déclinaisons boréales et australes (23,° 8 A — 19,° 2 B) place la ligne de la plus grande influence lunaire aussi à 4,° 6 de déclinaison australe.

Les distances de la lune au Zénith vont depuis 5° jusqu'à 46° et 50° également vers le Nord et le Sud; preuve évidente, qu'elles n'ont aucune part à notre phénomène. Celles du soleil diminuent depuis 34° jusqu'à zéro sans causer une altération visible.

Les moindres oscillations ont été 9 fois dans l'apogée, 3 fois dans le périgée et une fois dans la distance moyenne de la lune.

La colonne pour la latitude de l'endroit montre comme ci-dessûs, que les variations moyennes du baromètre sont plus grandes vers la ligne équinoctiale, qu'aux confins de la zone torride.

Plus grandes élévations du Mercure.

	Sommes des haut. du Bar.	☽ Declin.	☽ au Merid	☽ Parall.	☽ Distance au Zénith	☉	Latitude du Vaisseau
Avril 16	381	22.°7 B	6.^h 20′	57′. 4	46° B	34° B	23.° 7 A
Mai 26	353	26. 4 A	14. 20	54. 8	27 A	20 -	0. 9 B
Juin 7	380	26. 7 B	0. 0	60. 7	9 B	6 -	17. 8 -
— 10	389	20. 7 B	2. 58	58. 7	2 B	4 -	19. 0 -
— 11	393	16. 0 B	3. 51	57. 7	2 A	5 -	18. 0 -
— 21	404	26. 7 A	11. 15	54. 6	48 A	2 -	21. 7 -
— 22	409	26. 5 A	12. 25	54. 8	50 A	0 -	23. 1 -

Moindres élévations du Mercure.

	Somme des haut.	☽ Decl.	☽ au Merid.	☽ Parall.	☽ Distance au Zénith	☉	Latit. du Vaisseau
Mai 3	308	12.° 0 A	19.^h 38′	57.′ 7	2° A	26° B	9.° 8 A
— 6	296	9. 0 B	22. 6	60. 7	16 B	26 -	8. 9 A
— 7	296	13. 0 B	23. 2	61. 0	22 B	26 -	8. 9 A
— 22	278	20. 7 A	11. 0	53. 9	17 A	24 -	3. 4 A
— 30	302	13. 0 A	17. 36	56. 8	18 A	16 -	5. 0 B
Juin 1	300	1. 6 A	19. 17	58. 4	9 A	15 -	7. 0 B
— 17	354	15. 9 A	8. 10	54. 1	33 A	7 -	16. 9 B
— 18	353	20. 0 A	8, 55	54. 0	38 A	6 -	17. 5 B

Du 16 Avril jusqu'au 8 Mai et peut-être encore plus loin les hauteurs vont toujours en diminuant, de sorte que la moindre élévation arrive à $3\frac{1}{2}$ degrés de latitude géographique australe.

Les grandes élévations ($\frac{0,393}{4} = 29.^{p} 982$) n'avoient pas lieu sous une latitude moindre que 17.° boréale et 22° à 23° australe, ni sous une declinaison de la lune moindre que 16° bor. et 26.° austr. L'élévation passagère du 16 Mai trop petite d'une ligne entière (29. 982–29. 882) probablement n'est due qu'à la grande déclinaison de la lune. Il est d'abord frappant, que la différence des déclinaisons australes et boréales, auxquelles le Mercure étoit le plus haut ou le plus bas donnent 5° et 4.° 7 déclinaison australe pour la position de l'équateur de l'influence lunaire.

Les distances du soleil et de la lune au Zénith ne présentent pas d'effet sensible.

Les Périgées et les Apogées retournant ici avec les déclinaisons boréales et australes, leur effet demeure indécîs.

Comme les distances du *Soleil* au Zénith tombent toutes du coté du Nord, la différence de son action n'est pas visible. Pour estimer son influence j'ai discuté encore les observations du Baromètre, qui se trouvent dans le second volume des Mémoires de l'Académie des Sciences

à Lisbonne. Elles sont faites à Rio Janeiro (Latit. 22.° 54 S.) à un Baromètre Magellan, par Mr. Bento Sanchez Dorta, en 1785. On observoit de 6.^{h} du matin jusqu'à 10.^{h} du soir toutes les deux heures; mais au lieu d'imprimer ces observations dans leur détail, l'éditeur a crû mieux faire en prenant le milieu d'un mois entier pour chacune de ces heures. Les différences de ces hauteurs m'ont fourni la table suivante.

1785	Matin: entre 6^h et 8^h	^{h} 8 – 10 ^{h}	^{h} 10 - 12 ^{h}	Soir: ^{h} 12 – 2 ^{h}	^{h} 2 – 4 ^{h}	^{h} 4 – 6 ^{h}	^{h} 6 – 10 ^{h}	Som. des 6 prem. colonnes.	
	+	+	—	—	—	+	+		
Janv.	0,^{l} 27	0, 21	0, 26	0, 33	0, 37	0, 39	2)0,39	1, 83	
Févr.	25	25	26	19	37	31	27	1, 62	
Mars	36	25	30	34	26	31	21	1, 82	
Avril	36	38	62	26	15	62	14	2, 41	⊙ boréal.
Mai	28	33	48	30	08	32	20	1, 89	⊙ boréal.
Juin	31	30	43	33	08	34	14	1, 79	⊙ boréal.
Juillet	29	34	35	37	24	29	21	1, 88	⊙ boréal.
Août	26	32	38	28	22	25	15	1, 71	⊙ boréal.
Sept.	30	24	33	40	16	33	24	1, 76	⊙ boréal.
Oct.	27	17	34	42	13	33	25	1, 66	
Nov.	31	27	30	21	24	27	27	1, 60	
Dec	31	21	20	23	38	41	28	1, 74	
½ Som.	0,^{l}295	0, 227	0. 277	0 287	0 292	0. 333	0. 268		⊙ Decl. austr.
	0. 300	0,318	0. 432	0. 323	0. 155	0. 362	0. 180		⊙ Decl. bor.

Somme des différences, quand le Mercure est montant = 0 855 ⊙ austr.

- - - - - - - = 0. 980 ⊙ bor.

- - - le Mercure descendant = 0. 856 ⊙ austr.

- - - - - - - = 0. 910 ⊙ bor.

Le Mercure monte donc plus haut; quand le soleil est éloigné du zénith; aussi la hauteur moyenne est plus grande dans ce cas, que quand le soleil est près du zénith. Elle est

28.^{p} 4,^{l} 12 au ⊙ boréal et

28. 1, 92 au ⊙ austral.

Pour faire voir, que le changement de la chaleur dans ces regions basses ne suffit pas pour expliquer cette différence des hauteurs, j'ai ajouté la table suivante:

Différence de chaleur en degrés de Fahrenheit.

	Matin.			Soir.					
	de 6^{h} à 8^{h}	8^{h} à 10^{h}	10^{h} à 12^{h}	12^{h} à 2^{h}	2^{h} à 4^{h}	4^{h} à 6^{h}	6^{h} à 10^{h}	Chaleur moyenne F	
Janv.	+0,°8	+2,°1	+0,°6	+1,°0	+1,°0	—0,°6	—1,°3	87,°3	
Fevr.	0, 6	1, 1	1, 3	0, 9	0, 3	—0, 6	0, 8	80, 2	
Mars	0, 4	0, 9	0, 7	0, 5	0, 1	+2, 5	3, 6	76, 4	
Avril	0, 4	0, 8	0, 0	2, 4	0, 4	—0, 2	0, 5	76, 6	
Mai	+0, 2	0, 7	1, 2	1, 1	1, 2	+0, 0	0, 3	71, 6	
Juin	—0, 1	1, 3	1, 4	1, 4	0, 9	—0, 3	0, 8	68, 6	
Juillet	+4, 3	1, 5	1, 3	1, 2	1, 2	0, 3	0, 4	67, 6	
Août	0, 9	1, 3	1, 4	1, 2	1, 0	0, 3	0, 7	72, 4	
Sept.	0, 3	1, 4	1, 5	0, 7	+0, 0	0, 8	0, 6	72, 3	
Oct.	1, 0	1, 6	1, 5	1, 1	+0, 3	1, 4	1, 4	74, 2	
Nov.	0, 9	1, 6	1, 5	1, 0	—0, 8	1, 0	1, 4	76, 4	
Dec.	+1, 0	+1, 7	+1, 6	+0, 7	—0, 3	—1, 2	—1, 3	78, 5	
½ Som.	+0,78	+1,50	+1,20	+0,87	+0,10	—0,38	—1 63	77, 83	⊙ austr.
	+1,00	+1.17	+1, 3	+1,33	+0,75	—0,31	—0,67	71, 51	⊙ boreal.

Le signe + dénote une chaleur croissante; — une chaleur diminuante.

La hauteur moyenne du Baromètre au niveau de la mer est un fait intéressant pour la Physique, surtout depuis que l'on s'est convaincû, que la différence qu'il y à dans les données sur cet objet ne tient pas au défaut ni de conformité des instrumens ni d'attention des observateurs, mais plutôt à la latitude de l'endroit. Malheureusement nos observations ne sauroient guère décider cette question, parceque la construction de notre instrument ne permit pas d'examiner, si l'artiste avait mis l'échelle à la distance convenable du niveau du Mercure *). Il est probable encore, que cette hauteur varie quelque soit peu avec la saison, ou d'autres circonstances variables, tels qu'un été plus ou moins chaud, un hyver plus froid dans l'un des deux hémisphères. Il faut donc des observations beaucoup plus multipliées faites dans différentes latitudes de la Zone torride, et continuées pendant quelques ans. J'ai essayé de remédier en partie à ce défaut en rassemblant les observations que Cook et La Pérouse ont fait entre les tropiques.

Les observations de Cook donnent pour la hauteur moyenne du Baromètre dans la mer du Sud

---

*) Outre cela cet instrument a été cassé dans l'ouragan, qui manquait nous perdre à la côte du Japon; ce qui nous dépriva aussi de l'avantage de regler l'échelle par des observations comparatives posteurieures à faire en Europe.

	entre les deux tropiques	entre 10° N. et S.
depuis le 26 Mars 1777 jusqu'au 2. Avril 1779 excluant les obss. depuis le 1. Fevr. jusqu'au 24. Nov. 1778	30.^{p} 059	30.^{p} 030

Mais comme par nos expériences le Baromètre est plus haut à midi, que par le milieu des oscillations extrèmes, pour 0.^{p} 0067, ces nombres deviennent

30. 052 et 30. 023

Les observations faites à bord de l'*Astrolabe* donnent entre les mêmes limites

	à 9.^{h} du mat.	à 3.^{h} du soir.	à 9.^{h} du m.	à 3.^{h} du s.
du 13. Avr. jusqu'	30.144*)	30.034	30.026	29.955
au 8. Mai 1786.	milieu 30. 089			29. 990

Le Journal de la *Boussole* donne à midi (29. 992)
où bien diminuant de 0. 0067 29. 985
Enfin d'après notre Baromètre on a
29. 831 et 29. 765

---

*) Ces observations sont exprimées dans le journal français en pouces, lignes et leurs parties duodécimales de mésure française; mais ayant été faites à un Baromètre de Nairne, qui portoit l'échelle anglaise, leur différences vont toujours en raison d'une démi-ligne anglaise. Aussi elles ne sont exactes qu'à cette démi-ligne près. Pour notre comparaison j'ai crû de les pouvoir rendre dans leur signature primitive.

On voit, qu'il est impossible d'établir la hauteur moyenne du Mercure dans la mer du Sud par ces observations; surtout notre instrument paroit être trop bas, et je préférerois de prendre un milieu des trois autres; ce qui donne entre 10° Nord et Sud 29. 9996 ou 28.^{p} 1.^{L} 786 mésure française.

Dans la mer Atlantique il y a plus d'observations. Premièrement *Bouguer* établit la hauteur moyenne au niveau de la mer à 28.^{p} 1^l en nombre rond; mais l'observation, qui mérite le plus de confiance, celle de Mr. *Humboldt*, fait 28.^{p} 1,^{l} 8. Ici les observations de la *Boussole* du Sept. et Oct. 1785 donnent pour toute la Zone torride à 10.^{h} du matin 28^p 3.^{l} 148 et à 3.^{h} du soir 28. 2.^{l} 004; milieu 28. 2.^{l} 559; les observations faites à *Rio Janeiro* donnent pour ces deux mois 28.^{p} 2.^{l} 945 et pour l'année entière de 1785, 28.^{p} 3.^{l} 02; ensuite le voyage de *Cook* nous prête les résultats suivans.

	Sur le vaisseau *la Découverte* depuis le 21. Août jusqu'au 6. Oct. 1776	Sur le vaisseau *la Resolution* depuis le 21. Mai jusqu' au 4 Juillet. 1780.
entre 25.° Nord et 10. —	28.^{p} 2.^{l} 381	28.^{p} 4.^{l} 061
entre 10. — et 0. —	28. 2. 540	28. 3. 420

entre 0.° Sud et 10. —	28. 2. 990	28. 3. 684
entre 10. — et 25. —	28. 4. 711	28. 3. 996

Le milieu compté d'un tropique à l'autre donne 28.^{p} 2.^{l} 110 pour 1776, et 28.^{p} 3.^{l} 790 en 1780; et et entre le 10^{me} degré Nord et Sud 28^{p} 2.^{l} 765 et 28.^{p} 3.^{l} 552. Les deux années combinées font 28.^{p} 3.^{l} 158 et 28.^{p} 2.^{l} 945, comme les observations de Rio Janéiro. Ne sachant donc, si ces différences dérivent de la diversité des instrumens, ou de celle des années, on s'en tiendra pour la mer Atlantique à l'observation de Mr. *Humboldt.*

Le *Thermomètre,* qui varie très peu entre les tropiques donne pour la chaleur moyenne

Dans la mer du Sud.

	du 24^{me} Sud au 10. —	10^{me} Sud 0 —	0.°Nord 10 —	10.°Nord 24 —
Avril, Mai et Juin 1804.	20.° 2	22. 7	21. 6	20. 3
en 1777. et 1779.	20. 2	20. 3	20. 5	19. 7

Dans l'océan Atlantique.

1776. Août et Sept.	17. 5	19. 4	20. 4	20. 4
1780. Juin et Juillet	18. 3	20. 9	21. 5	20. 4

A Rio Janeiro la chaleur moyenne d'été est de 20,°4; celle d'hyver 17,° 5.

Les observations de l'*Hygromètre* ne présentent rien de régulier dans leur marche, et vû le peu de lumières, que nous possédons dans cette matière, je n'ai pas honte d'avouer, que je ne voyois pas, comment les rédiger. Il en est de même pour les observations du beau et mauvais tems. J'avois souhaité, de tirer encore quelque profit des observations du *Vent*, parce qu'il seroit intéressant d'avoir un éstime de la quantité d'air, qui passe des régions hors des tropiques vers l'équateur; mais cela demande de connoître la vitesse du vent à chaque heure, et nous n'avions pas d'Anémomètre. On pourroit y suppléer, en déduisant la vitesse du vent de celle du vaisseau corrigée d'après les directions rélatives et la résistance des ondes, mais outre que les résultats ne semblent pas proportionnés à l'ouvrage, il est évident, que des observations passagères ne sont pas faites pour approfondir un phénomène aussi variable.

En finissant ce mémoire, je ne puis pas supprimer l'observation: combien il seroit important, d'éxaminer à l'endroit convénable ces mouvemens primitifs, qui font la source de la météorologie, et qui sont assèz réguliers, pour prêter des données singulières et nouvelles sur les

oscillations du fluide élastique, qui nous environne. Si les marées observées dans nos ports septentrionaux malgré leur irrégularité n'ont pas pû dissimuler leur obéissance à la loi de la pésanteur universelle, les oscillations de l'atmosphère beaucoup plus régulières, montrant l'attraction des corps célestes et l'action de la chaleur déjà aux observations grossières sur le vaisseau brandillé sans cesse, développeroient bien plus facilement des influences, que la théorie depourvûe de toute donnée n'a pas encore saisies, et nous mettroient en état de tracer les fondemens d'une science infiniment utile, que toutes les sociétés météorologiques et des millions d'observations perdues ne suffisent pas même d'ébaucher. La simplicité des instrumens propres à cet examen, tels que le baromètre et le manomètre nous permêt une amplification réguliere des variations qu'ils montrent, pour saisir les effets les plus cachés, et la répétition constante d'un changement assès limité réduira la durée de ce cours météorologique au centième du tems, qu'il faut dans nos observatoires mal placés.

Observations du Baromètre, Thermomètre et de l'Hygromètre faites entres les tropiques dans la mer du Sud, avec l'état de l'atmosphère et les vents, depuis le 16 Avril jusqu'au 25 Juin en 1804 *).

Explication des signes:

b	signifie	un tems serein, beau.
bb	-	très beau, un ciel sans nuages.
co	-	ciel entièrement couvert.
n	-	nuages.
bn	-	à moitié couvert.
bbn	-	serein avec quelques nuages.
bco	-	couvert pour la plûpart.
nb	-	nuages à l'horizon.
pl	-	pluie.
ppl	-	pluie forte.
br	-	ciel brumeux.
br h	-	brume à l'horizon.
v	-	un vent ordinaire, bon frais.
(*v*)	-	un vent faible, petit.
vv	-	un vent fort, grand frais.
V*v*	-	coup de vent, rafale.
C	-	Calme.
hl	-	houle.
hhl	-	houle forte.
cl	-	clair de lune.

Dans les tables suivantes la première colonne contient les heures et les minutes des Observations, la seconde les hauteurs du Baromètre, la troisième le Thermomètre, la quatrième l'Hygromètre. Les jours sont comptés à l'usage des Astronomes.

---

*) Le Journal de ces Observations va dans la même étendue jusqu'au 5 Juillet, jour de notre arrivée à Kamtchatka; mais comme l'objet de nos recherches nous borne aux tropiques, on a supprimé le reste, dès que les variations du Baromètre deviennent irrégulières.

Avril 16. 1 8 0 4. Avril 17.

Avril 16.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 20	29 98	18 6			
1				NNE	
2 30	29 95	18 5		N	
3 30	29 95	18 7		NE ¼ N	*b co*
4 25	29 95	18 7		NNE	*b co, br b*
5 25	29 96	18 5		N ¼ E	
6 15	29 95	18 4		NNE	
7 30	29 96	18 4		N	*pl*
8 30	29 96	18 5		—	
9 30	29 98			—	
10 35	29 98			—	
11				N ¼ E	
12				—	*co*
13				—	
14					
15					
16 12	29 92	18 5		NNE	
17				—	
18 14	29 93	18 7		—	
19 0	29 94	19 0		—	*b n*
20 20	29 95	19 0		—	*b n*
21 30	29 96	19 5		—	*b n*
22 30	29 96	19 5		—	*b co*
23 50	29 95	19 0		—	*co pl*

Avril 17.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 45	29 94	19 4		NNE	*bn v*
1 45	29 92	19 5		—	*bn v*
2 30	29 92	19 5		—	*bn v*
3 30	29 90	19 5		N	*bn* C
4 30	29 93	19 5		NNO	*bn* CC
5 35	29 92			N ¼ O	*bn* C
6				N	
7 10	29 92	19 4		—	
8 15	29 94			—	*bn v*
9 0	29 94	19 5		—	*bn v pl*
10 20	29 94	19 5		—	*co v*
11 30	29 92	19 5		—	*co v*
12	29 91			—	
13				N ¼ E	
14 15	29 88			—	
15				—	
16 15	29 85			—	
17				—	
18				—	*v*
19 30	29 90	19 5		—	*b*
20 25	29 92	19 7		NNE	*n b n*
21 30	29 93	20 0		—	*b n*
22 15	29 93	20 0		—	*b n*
23 0	29 92	20 2		—	*bb*

Avril 18.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 88	20 2	36 1	NNE	*bb*
1 0	29 86	20 5	36 5	NE ¼ E	*bb*
2 0	29 85		36 8	NNE	*bb*
3 10	29 85	20	37 2	—	*bb*
4 30	29 84	20	37 3	—	*bb*
5 15	29 84	20	38 0	—	*bb*
6 10	29 86	19 5	38 0	—	*bnb*
7 0	29 89	19 8	38 7	N ¼ E	*bn*
8 20	29 91	20 0	38 6	—	
9					
10 45	29 92	20 2	38 7	—	*bb n*
11 45	29 92	20 1	38 0	—	*bb*
12 10	29 89	20 0	38 0	—	*bb (v)*
13					
14 0	29 87				
15				NNE	
16 10	29 88	19 5	38 0	—	*bb*
17	29			—	
18 0	29 85	20	38 0	—	*bn*
19 15	29 88	20	37 7	—	
20 25	29 90	20	38 0	—	*co* V*v*
21 30	29 92	20	38 5	N ¼ E	*co vv, br b*
22 45	29 92	20	38 5		*co vv*
23 50	29 90		37 5	NO	*co v*

Avril 19.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 30	29 90	20	37 5	OSO	*b co v*
1 0	29 88	20	36 3	S ¼ O	*b co*
2 10	29 85	20 5	35 8	—	*bn*
3 15	29 84	20 5	36 2	N ¼ E	*bb*
4 0	29 86	20 2	36 2	NNE	*bb*
5 0	29 84	20	36 5	—	*bb n*
6 0	29 85	20	36 8	N ¼ E	*bn* C *bl*
7 0	29 88	20	36 9	—	*bn* C *bl*
8 0	29 90	19 8	37 0	—	*b co* C
9 0	29 94	20 2	37 5	—	*bb n*
10 0	29 94	20 0	37 7	—	*bb*
11 0	29 90	20 1	38 0	NE	
12 0	29 95			—	
13				—	
14				—	C
15 15	29 90	19 5	36 0	—	C
16 15	29 88	19 5	37 2	—	*co* C
17				ENE	
18				—	
19 15	29 90	19 5	37 2	E	
20 30	29 90	20 0	36 0	—	*co*
21 15	29 92	20 2	38 8	—	*bb n (v) bl*
22 30	29 93	20 5	37 0	—	*bb n* C *bbl*
23 30	29 94	20 8	37 0	—	*bn*

Avril 20.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 15	29 92	20 9	37 0	N E	*bb (v) bl*
1 10	29 90	21 0	36 5	N¼E	*bb* C (*v*)
2 10	29 88	21 0	36 5	N	*bb* C *bl*
3 30	29 90	20 5	36 8	N¼E	*bn* C *bl*
4 40	29 86	20 0	37 5	—	*b co* C
5 30	29 88	20 0	38 0	—	*b co* C
6 15	29 86	20 0	39 8	—	*v*
7 10	29 88	19 5	39 0	N	*co*
8 0	29 90	19 8	39 0	N¼O	*co*
9 0	29 93	20 0	37 8	—	
10 0	29 94	20 0	37 5	N	*b co* C
11 0	29 94	20 0	37 5	—	*co* C *bl*
12 0	29 90	20 0	38 0	—	*co* C *bl*
13 20	29 89	20 0	37 5	—	*co bl*
14 10	29 87	20 0	37 4	—	
15 30	29 88	20 0	37 5	N¼E	*co* C *bl*
16				—	*bco*
17				N N E	
18 0	29 91	20 0	38 0	—	*bl*
19 0	29 94	20 2	37 8	N¼E	*bl*
20 0	29 92	20 4	38 8	—	*bn*
21 0	29 94	20 5	38 0	—	*bn v*
22 0	29 95	20 5	38 0	—	*bb*
23 0	29 94	20 8	38 0	N	*bb*

Avril 21.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 94	20 8	37 5	N	
1 0	29 90	20 8	37 5	—	*bb* (*v*) C
2 30	29 88	21 0	37 0	—	*bb* C
3 30	29 87	20 8	36 7	—	*bn* (*v*)
4 0	29 86	20 9	37 0	—	*b co* C
5 0				—	*b co* C
6 0	29 90	20 8	37 0	—	*co* (*v*)
7 10	29 88	20 2	38 0	—	*co* CC
8 0	29 91	20 5	39 5	S O	*co vv*
9 10	29 93	20 9	39 2	S S O	*co*
10 0	29 95	20 4	39 0	S	*co*
11 30	29 96	19 7	38 7	S O	
12 15	29 93	19 8	39 1	S E	*co*
13				—	
14 0	29 92	19 0	43 2	S O	*co vv*
15 0	29 88	19 2	42 2	S E	
16 0	29 87	19 2	41 1	S E	*co*
17 10	29 88	19 3	40 1	N E	*pl, br b*
18 0	29 87	19 5	41 0	—	*co pl, br*
19 30	29 94	19 8	41 8	S E	C *br*
20 30	29 95	19 5	41 5	—	*co*
21 10	29 96	19 5	41 7	—	*pl*
22 0	29 98	19 5	43 2	—	*co* C
23 0	29 95	19 5	43 5	E	*b co vv*

Avril 22.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 94	19 3	43 6	S E	*b co vv*
1 0	29 91	19 3	42 0	—	*co*
2 0	29 87	19 3	43 5	—	*b co vv*
3 15	29 85	19 4	42 5	—	
4 0	29 84	19 5	42 6	—	*co v*
5 0	29 85	19 6	42 0	—	*n v*
6 0	29 86	19 5	42 0	—	*n v bl*
7 0	29 93	19 5	43 5	—	*n v br*
8 0	29 92	19 0	43 7	—	*co v bl*
9 30	29 93	19 5	43 2	—	*co vv*
10 0	29 95	19 7	43 5	—	
11 10	29 93	19 5	44 5	—	*co pl vv*
12 0	29 92	19 4	44 7	E S E	*co pl bl*
13 0	29 90	19 5	45 5	—	*co pl vv*
14 40	29 91	19 0	46 2	S E	*co pl* V*v*
15				—	
16 15	29 88	19 6	47 1	—	*co pl bl*
17 0	29 88	19 0	48 2	E S E	*vv*
18 0	29 90	19 0	49 1	—	*pl bl*
19 0	29 90	19 0	49 5	E	*co pl v*
20 0	29 94	19 3	47 5	E S E	*co pl v*
21 15	29 96	19 5	47 2	N N E	
22 0	29 98	19 5	46 5	E	*co vv*
23 0	29 98	19 5	47 1	E N E	*b co v bl*

Avril 23.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 95	19 4	47 1	S E¼E	*bl*
1 15	29 86	19 7	45 7	—	*bn*
2	29 88				
3 0	29 88	19 7	45 0	—	*bn v*
4 0	29 86	20 0	44 7	—	*bn vv*
5 20	29 85	19 8	44 0	—	*bn*
6 0	29 88	19 8	45 0	E	*co* V*v pl*
7 0	29 89	19 2	45 3	N E	*co pl vv*
8 0	29 90	19 5	46 2	E N E	*bn pl v*
9 0	29 91	20 0	45 2	—	*b co v bl*
10 0	29 90	20 0	44 5	—	*bn v*
11 0	29 90	20 0	43 5	—	*bn*
12 0	29 90	20 0	45 0	—	*bn vv*
13 0	29 89	19 7	45 2	—	*bn vv pl*
14 0	29 87	19 6	46 0	—	*n pl vv*
15					
16 0	29 88	19 5	47 0	—	*co vv*
17					*co vv*
18 0	29 88	19 5	47 0	—	
19 15	29 91	19 8	45 6	—	*co*
20 0	29 95	19 8	46 1	—	V*v pl*
21 0	29 95	19 8	46 8	—	*co pl*
22 0	29 96	20 0	46 0	—	*b co br*
23 0	29 90	19 8	45 7	—	*b co vv*

Avril 24.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 88	20 0	45 0	ENE	bn v
1 0	29 86	20 0	42 5	E	bn v bl
2 15	29 85	20 0	40 7	SE¼E	bn v
3 15	29 84	20 7	42 1	—	b co v bl
4 15	29 82	20 5	42 3	—	co v pl
5 0	29 84	20 3	43 7	—	co v
6 10	29 83	20 0	44 2	—	co
7 10	29 86	20 0	43 4	E	co v pl
8 10	29 86	20 0	44 4	—	co
9 10	29 89	19 5	43 7	—	co v
10 20	29 89	19 0	43 5	ENE	co pl vv
11 20	29 90	19 3	44 7	—	co cl v
12 11	29 90	19 0	44 0	—	co, br b
13 25	29 88	19 0	44 0	NE	br b Vv pl
14 0	29 88	19 0	44 5	—	pl bl
15 0	29 86	19 0	44 7	—	co pl vv
16 0	29 88	19 2	45 5	—	co
17 30	29 88	19 2	45 5	—	co vv bl
18 15	29 90	19 0	45 0	—	pl
19 15	29 88	19 0	45 0	ENE	b co vv
20 0	29 92	19 5	43 0	—	bn bl
21 0	29 92	20 0	42 7	—	bn vv
22 0	29 93	20 4	42 3	—	b v
23 0	29 90	20 6	41 0	—	

Avril 25.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 89	20 6	38 7	ENE	b v
1 0	29 86	20 7	38 1	ESE	bn
2 0	29 86	20 7	38 0	—	bn v
3 0	29 84	20 7	37 4	—	bn
4 0	29 83	20 6	37 5	—	bn v
5 0	29 85	20 5	37 7	—	bn v
6 0	29 86	20 5	37 7	—	bn
7 0	29 85	20 3	36 5	E¼S	b cl
8 0	29 86	20 0	36 5	—	bb
9 0	29 88	20 5	37 0	—	bb
10 0	29 89	20 6	37 0	—	bb
11 0	29 83	20 5	37 2	—	bn
12 0	29 88	20 5	37 7	—	bn
13 0	29 87	20 4	38 1	—	bn
14 0	29 85	20 4	37 0	NE	co v
15 0	29 86	20 4	37 5	—	bn
16 0	29 86	20 3	37 0	—	co
17 0	29 86	20 0	37 0	—	cl n (v)
18 0				—	bn
19 0	29 90	20 3	36 8	—	bn (v)
20 0	29 92	20 5	36 8	ENE	bn v
21 0	29 93	21 0	38 0	E	
22 0	29 93	20 8	38 0	—	bn
23 0	29 92	20 8	36 0	—	bb v

Avril 26.

0 0	29 91	21 0	35 0	ESE	bb ✻
1 0	29 88	21 0	36 0	—	
2 0	29 85	21 0	36 5	ENE	bb
3 0	29 84	21 0	36 5	—	n
4 0	29 84	21 0	36 5	ESE	bb v
5 0	29 85	21 0	36 5	—	bn
6 0	29 86	20 8	37 0	—	bn
7 0	29 86	20 8	39 0	E	bn vv
8 0	29 88	2 8	38 0	—	
9 0	29 99	20 8	38 0	—	n
10 0	29 92	21 9	38 5	—	
11 0	29 92	21 0	49 0	ENE	co pl v
12 0	29 88	20 6	38 7	—	bn
13 0	29 89	20 7	38 7	—	bn v
14 0	29 90	20 8	39 5	—	co vv
15 0	29 88	20 8	39 4	—	co
16 10	29 90	20 9	39 4	—	b co v
17 0	29 86	21 0	39 6	—	
18 0	29 86	21 0	38 5	—	
19 30	29 90	21 0	39 5	—	n v
20 15	29 9[illegible]	21 0	39 5	E	co v
21 0	29 94	21 0	39 5	—	bn
22 10	29 93	21 0	39 0	—	co v
23 10	29 90	21 0	39 0	—	co (v)

Avril 27.

0 0	29 90	21 2	39 0		
1 0	29 88	21 3	39 5	E	co Vv pl ✻
2 0	29 85	21 0	39 6	NNE	b br b
3 0	29 85	20 5	39 5	E	co
4 0	29 86	20 5	39 5	—	co
5 0	29 85	20 7	38 5	E¼S	b co (v)
6 10	29 84	20 5	38 5	—	co
7 10	29 87	20 8	39 0	ESE	co
8 15	29 89	20 9	39 0	—	co
9 40	29 90	21 2	38 8	—	co (v)
10 20	29 90	21 2	38 6	E	co cl
11 40	29 91	21 0	38 2	—	
12 0	29 90	21	38 2	—	
13 0	29 91	21	38 3	—	co
14 0	29 90	21	38 6	—	bn
15 0	29 86	21	39 0	NNE	co (v)
16 0	29 85	21	39 0		co (v)
17 0	29 84	21	40 0		co C
18 0	29 84	20 8	40 5	ESE	pl Vv
19 0	29 84	20 7	40 5	SE	pl (v)
20 15	29 86	20 8	41 8	NE	v
21 15	29 88	20 7	41 7	N	bt
22 0	29 88	20 7	41 0	—	bn
23 0	29 85	20 2	40 0	ENE	

Avril 28.

h. m.	Bar.	Th	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 10	29 84	21 2	40 7	E	*v bl*
1 0	29 85	21 5	40 5	N E ¼ N	*bn* (*v*)
2 15	29 80	21 5	39 8	N E	*bn*
3 15	29 78	21 5	39 5	N E ¼ N	*bn*
4 0	29 78	21 4	39 7	—	*bl*
5 0	29 80	21 3	39 7	N E	*bn bl*
6 0	29 83	21 2	40 0	E N E	
7 0	29 82	21 0	40 0	—	*b* C
8 0	29 83	21 0	40 0	—	*b* C
9 0	29 85	21 2	39 7	—	C *bl*
10 0	29 86	21 5	39 5	—	
11 0	29 86	21 3	39 7	E	*v bl*
12 0	29 85	21 3	40 0	—	*n v*
13 0	29 82	21 3	40 2	N E	*bb*
14 40	29 81	21 0	40 2	—	*bb* C
15	29 81	21 0	40 3	—	*bn*
16	29 80	21 0	40 4	N E ¼ N	*bb*
17 0	29 80	21 0	40 2	—	
18	29 78	21 0	40 2	N E	*bb* C
19	29 85	21 0	39 7	E N E	*bb*
20	29 85	21 5	38 0	—	*bb* (*v*)
21	29 87	21 8	37 8	—	*bb*
22	29 88	21 8	37 0	—	*bb*
23	29 86	22 1	38 0	—	*bb*

Avril 29.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 85	22 0	38 0	E N E	*bb*
1 0	29 80	22 0	38 0	N E	*bb*
2	29 82	22 0	37 8	—	(*v*)
3	29 79	21 7	37 3	—	*bn v*
4	29 78	21 5	38 8	E N E	*bn v*
5	29 79	21 5	39 0	E S E	*b*
6	29 80	21 4	39 5	E	*b* (*v*)
7	29 80	21 4	39 5	N E	*bn v*
8	29 82	21 3	39 5	—	*bb*
9	29 82	21 5	39 3	—	*bb cl* (*v*)
10	29 83	21 5	39 8	—	*bb*
11 0	29 83	21 3	39 0	—	*bb*
12 15	29 84	21 3	38 5	—	
13 15	29 85	21 3	38 5	—	*bn*
14 0	29 83	21 4		—	*n* (*v*)
15	29 82	21 5	38 7	—	*bn*
16	29 83	21 4	38 5	—	*bn*
17	29 83	21 2	38 3	—	*co*
18	29 83	21 2	38 5	—	
19	29 85	21 5	38 5	—	*bn v*
20	29 86	21 5	38 5	—	*bn*
21	29 88	22 0	38 0	—	*bb*
22				E N E	
23 0	29 88	22 0	36 5	—	*bn v*

Avril 30.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 86	21 8	37 0	E ¼ N	*b*
1	29 85	22 0	36 8	—	*b*
2	29 83	22 0	36 8	—	
3	29 80	22 0	37 0	E	
4	29 78	21 8	37 0	E ¼ S	
5 15	29 78	21 8	37 5	E ¼ N	*bn v*
6 0	29 82	21 6	37 0	E	
7	29 85	21 5	37 0	—	
8	29 86	21 6	36 5	—	*bn v*
9	29 88	21 5	37 0	—	
10	29 88	21 5	37 0	—	
11	29 87	21 5	37 0	—	*bn cl v*
12	29 86	21 5	37 0	—	*bn*
13	29 86	21 5	37 0	—	
14	29 85	21 5	36 5	—	*bn v*
15	29 83	21 5	37 0	—	
16	29 84	21 5	36 8	—	
17	29 85	21 5	36 0	—	*bn*
18	29 86	21 6	36 3	—	
19	29 88	21 8	36 3	—	*bbn v*
20	29 90	22 0	35 5	—	
21	29 92	22 0	35 8	—	*bb*
22	29 90	22 2		—	
23				—	*bb v*

Mai 1.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 88	22 0	36 0	E ¼ S	*bb*
1 15	29 82	22 3	35 8	—	*bn v*
2 15	29 80	22 2	36 0	—	*bbn*
3 0	29 79	22 2	36 0	E S E	*bb*
4 0	29 80	22 2	36 0	—	*bb v bl*
5 15	29 83	22 2	36 0	—	*bb vv*
6 15	29 84	22 0	36 3	—	*bn vv*
7 0	29 85	22 0	36 5	E ¼ S	*b bl vv*
8 0	29 86	22 0	36 0	—	*bb vv*
9 0	29 88	22 2	36 2	—	*bnb*
10	29 88	22 2	37 0	—	*bn pl*
11	29 85	22 0	36 5	—	*vv*
12				—	
13	29 86	22 0	36 5	—	*cl n pl vv*
14	29 85	21 5	37 2	E S E	*co pl vv*
15	29 85	21 5	36 2	—	*co br b vv*
16 0	29 84	21 5	38 0	N ¼ E	
17 15	29 82	21 8	38 5	E	*co vv*
18 0	29 85	22 0	36 5	E S E	*co*
19 0	29 88	22 0	37 0	—	*co v bl*
20 10	29 86	22 0	36 5	—	*co b vv*
21 0	29 88	22 0	36 8	E ¼ N	*bn vv*
22 0	29 87	22 4	36 8	—	*bb*
23 0	29 84	22 6	36 8	—	*bb vv*

Mai 2.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr	Vent	Atmosph.
0 0	29 84	22 6	36 0	E	bbn vv
1	29 81	22 6	35 8	E S E	bn
2 0	29 78	22 5	35 8	E	bn
3 20	29 78	22 5	36 2	—	bbn
4 15	29 77	22 4	36 2	—	bbn
5 19	29 78	22 4	36 1	E ¼ N	bbn vv
6 20	29 82	22 0	36 0	N E	bbn pl
7 10	29 83	22 3	36 3	—	bbn
8 25	29 83	22 2	35 6	—	bb vv
9 10	29 83	22 3	36 5	—	bbn bl
10 0	29 84	22 3	35 2	E ¼ N	bb vv
11	29 82	22 0	35 0	—	b cl bl
12	29 80	22 0	35 0	—	bbn bbl
13	29 80	22 0	35 0	—	bb vv
14	29 78	22 0	35 3	—	
15	29 76	22 0	36 0	—	
16	29 76	22 0	36 0	—	(v)
17	29 76	22 0	35 0	N E	(v)
18	29 77	22 3	35 0	E	n (v)
19 0	29 80	22 4	34 8	—	bn (v)
20 30	29 82	22 5	34 2	—	bbn
21 0	29 85	22 5	33 8	—	bb (v)
22 30	29 83	22 6	34 0	—	
23 0	29 83	22 7	34 2	—	bb

Mai 3.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 15	29 80	22 7	34 6	E	bb (v)
1 20	29 77	22 7	34 5	—	
2 0	29 75	22 7	34 8	—	bb (v)
3 45	29 74	22 8	34 7	—	bb
4 0	29 73	22 8	34 6	—	bb
5 10	29 73	22 7	34 8	—	bbn (v)
6 0	29 74	22 6	34 8	—	bn Vv pl
7	29 78	22 3	34 5	N ¼ E	bbn v
8	29 78	22 3	35 2	E N E	bb v
9 0	29 81	22 5	35 6	N E	bb
10 15	29 81	22 5	36 0	—	bn v
11 0	29 79	22 5	37 0	N N E	bn v
12	29 78	22 5	36 0	—	bco v
13	29 75	22 5	36 5	—	bn
14	29 75	22 5	36 5	—	bb
15	29 74	22 5		—	
16	29 73	22 5	36 5	—	bn v bl
17	29 75	22 5	37 0	—	co v bl
18	29 76	22 6	37 0	N E ¼ E	co
19 0	29 76	22 8	37 3	—	bn
20 10	29 78	23 2	36 5	N E	bbn
21 15	29 80	23 2	36 8	—	bn
22 20	29 79	23 4	37 2	—	bn
23 10	29 79	23 3	37 4	—	bn

Mai 4.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 5	29 78	23 3	37 4	N E	bn
1 0	29 75	23 5	38 0	N E ¼ N	bn
2 0	29 74	23 2	37 0	N N E	bn v
3 30	29 70	23 3	38 0	—	bn br b v
4 15	29 70	23 6	38 0	—	bn
5 15	29 72	23 2	37 3	—	bn v
6 30	29 74	23 0	37 0	—	bn vv
7 0	29 74	23 0	37 8	—	bn v
8 0	29 75	23 0	37 8	—	bn vv bl
9 15	29 76	23 0	—	E	bb v
10 0	29 80	23 0	38 0	—	bb bl v
11	29 85	23 0	38 0	—	b bl vv
12	29 80	22 8	40 0	—	bn vv
13	29 75	22 8	40 0	E ¼ S	bn bl
14	29 75	22 5	40 0	—	co pl bl
15	29 74	22 5	41 5	—	co pl vv
16	29 76	22 2	40 0	N ¼ E	co pl vv
17	29 [illegible]6	22 2	40 0	—	co v
18	29 78	22 2	40 0	N N E	co bl
19	29 80	22 3	40 0	N E	n (v)
20	29 84	22 3	40 1	—	co (v) br b
21	29 85	22 3	39 8	—	co (v)
22 10	29 83	22 7	40 2	—	bn br b
23	29 80	23 0	39 0	E N E	bn

Mai 5.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 10	29 79	23 0		E N E	bco (v)
1		23 1		N E	
2 0	29 77	23 3	39 2	—	bn (v)
3 0	29 75	23 0		—	co v
4 0	29 75	22 8	39 7	—	co v
5 30	29 76	22 8	39 2	E N E	cob
6 30	29 78	22 6	39 0	E	cob (v)
7 0	29 78	22 6	39 8	E ¼ N	nb (v)
8 0	29 80	22 5	39 8	—	nb br
9 20	29 80	22 5	40 0	N E	bn (v)
10 0	29 83	22 5	39 7	E	co pl Vv
11	29 84	22 5	39 5	—	co (v) bl
12	29 80	22 5	39 5	—	(v) bl
13 0	29 78	22 5	39 8	—	co (v)
14 30	29 76	22 3	39 5	—	pl v
15 30	29 75	22 3	40 0	—	co v pl
16 0	29 74	22 4	40 0	—	v
17 0	29 75	22 6	40 5	—	co v
18 0	29 76	22 8	39 0	E ¼ S	bn br
19	29 80	22 3	39 5	—	bn vv
20	29 82	22 8	39 5	—	vv
21	29 83	23 0	38 8	E	b
22	29 80	23 2	37 8	—	b
23 0	29 80	23 4	37 3	—	bn *

*

Mai 6.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 76	23 5	38 5	E	bco vv br
1 0	29 75	23 4	37 5	—	bn vv
2	29 74	23 3	37 5	E ¼ N	bn
3	29 70	23 2	37 0	—	
4	29 72	23 5	37 5	—	bn
5	29 72	23 5	39 0	—	n pl vv br
6 30	29 74	23 5	39 5	—	co Vv
7 0	29 76	23 5	39 2	E	co
8	29 78	23 5	38 5	—	bn v
9	29 79	23 2	37 5	—	bn
10	29 75	23 2	37 0	—	bn bl
11	29 76	23 0	39 6	—	bco Vv bl
12	29 76	22 8	40 0	—	co pl vv
13	29 74	22 0	40 5	—	co pl vv bl
14	29 70	22 5	40 0	E N E	bco v
15	29 70	22 5	39 5	E	bn v
16	29 68	22 8	39 0	—	bn
17	29 68	22 8	39 0	—	bn
18	29 70	22 8	39 0	—	bn
19	29 75	23 0	39 0	N E ¼ E	b
20 0				N N E	
21 30	29 79	23 6	39 0	—	bb v
22 0	29 78	23 6	38 3	—	b
23		6		—	

Mai 7.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 75	23 6	36 8	E ¼ N	bbn
1	29 74	23 8	37 0	—	bb
2	29 72	23 8	36 6	—	
3 10	29 72	23 6	36 8	—	bn
4 0		23 4	37 2	—	
5		23 4		—	bbn
6	29 75	23 2	38 2	—	
7	29 76	23 2	39 0	—	
8	29 77	23 2	39 0	—	[illegible]
9	29 77	22 5	39 0	—	
10	29 78	22 5	39 0	—	
11	29 77	22 5		—	
12		22 5		—	
13		22 5		—	
14 15	29 72	22 5	39	—	bb
15 15	29 70	22 5	39	—	b
16 0	29 70	22 4	39	—	bb
17	29 72	22 4	39	—	
18	29 72	22 2		—	nb br ĸ
19 10	29 75			—	co
20	29 76	22 5	41 0	—	co pl
21	29 77	22 5	40 8	—	n
22	29 78			—	
23				—	

Mai 8. . . . .

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 30	29 73			E	co pl
1				—	
2		23 5	38 8	—	bn
3				—	
4				—	
5				—	b
6				—	
7	29 73	23 [illegible]	38 5	—	cob
8				—	bb
9	29 76	23 0	38 0	—	n pl
10				—	
11	29 78	22 7		—	
12	29 77	22 [illegible]		—	
13 30	29 77	22 [illegible]	40 0	—	bn
14	29 74	22 0	40	—	n pl u
15	29 75	23 0	42	—	pl
16	29 72	23 0		—	pl ca
17				—	
18				—	
19				—	pl
20	29 78	23 2	39 0	—	pl
21	29 76	22 5	41 2	—	
22				—	
23				—	

Mai 19.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0					
1 0	29 76			E ¼ S	
2 15	29 75	23 3	35 5	—	bb vv
3 0	29 74	23 5	34 5	E S E	bb vv
4 0	29 73	23 8	35 0	S E	bb vv
5 15	29 70	23	36 0	—	bb vv bl
6 10	29 72	23	36 0	—	vv bl
7 0	29 74	23	34 5	E	bl cl vv
8 40	29 78		35 0	—	bb vv
9 25	29 78	23 5	36 5	—	
10 0	29 76	23 5	36 5	—	bb vv
11	29 76	23 5	37 2	—	bn cl bl
12	29 74	23 4	38 5	—	b vv bl
13	29 74	23 3	37 0	—	bn vv
14	29 75	23 2	37 5	—	bn vv
15			38 0	—	bl
16	29 70	23 2	37 0	—	co vv
17 15	29 74	23 2	37 0	S E	co vv
18 15	29 74	23 2	37 5	—	co vv bl
19 10	29 78	23 2	37 5	—	co bl
20 0	29 78	23 4	37 2	E S E	co vv
21 30	29 82	23 0	37 5	—	co Vv
22				S E	
23 15	29 80	23 0	39 5	—	n vv bl

Mai 20.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 80			S E	vv
1 0	29 78	23 5	39 0	E	n vv bl
2				—	Vv
3 0	29 76	23 0	40 0	N E	vv bl
4 0	29 70	23 0	39 5	N E ¼ E	bl
5 10	29 76	23 0	40 0	—	bco vv
6 0	29 76	23 0	40 0	E N E	co bl
7 0	29 73	23 0	41 0	—	co l vv
8 0	29 75	23 0	40 0	—	n cl bl
9 0	29 78	23 0	40 0	—	n cl v
10 0				—	v
11 0	29 76	23 0	40 0	—	co (v) bl
12 0	29 75	23 0	40 0	E	co v bl
13 0	29 74	23 0	40 0	—	co v br
14 0	29 75	23 0	40 0	S E	co cl v
15 0	29 73	23 0	40 0	—	co v
16 0	29 70	23 0	40 0	—	n
17 0	29 70	23 0	40 0	—	nb v
18 0	29 70	23 0	40 0	—	bn
19 15	29 75	23 0	40 5	E N E	bb v
20 0	29 76	23 0	40 0	E ¼ N	b
21 0	29 80	23 0	39 5	E N E	b v
22 0	29 78	23 5	39 5	—	b
23 0	29 75	23 5	39 0	—	b v

Mai 21.

h. m	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0				E N E	
1 0	29 72	23 5	39 3	E	bn Vv pl
2 30	29 68	23 3	39 0	—	bb vv
3 30	29 70	23 0	41 0	—	bn vv
4 30	29 70	23 3	41 0	—	bn v
5 30	29 72	22 8	41 0	—	bn pl Vv
6 30	29 74	23 0	40 2	—	co v
7 15	29 75	23 0	40 5	—	bn v
8 0	29 75	23 0	40 0	—	b v bl
9	29 76	22 7	40 6	E ¼ N	v bl
10	29 76	22 7	41 0	S E	b cl v
11	29 75	22 7	41 0	E ¼ N	b cl n bl
12	29 75	22 7	40 0	—	bn
13	29 75	22 7	41 0	—	bn v bl
14	29 72	22 7	41 0	—	bn
15	29 73	22 7	40 0	—	b v
16	29 72	22 7	39 0	—	b v
17	29 74	22 6	39 0	—	b v bl
18	29 74	22 7	39 0	—	b vv
19	29 75	23 0	39 0	—	bb v
20				—	
21 30	29 76	23 3	38 3	E S E	bbn
22 15	29 78	23 3	38 0	E	bb
23 30	29 74	23 3	38 0	—	bb v

Mai 22.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 30	29 72	23 3	38 3	S E	bbn
1 0	29 65	23 4	—	E S E	
2	29 65	23 5	39 0	—	b
3 15	29 64	23 5	39 0	S E	bb v
4 35	29 65	23 3	40 0	—	bb
5 0	29 64	23 2	40 0	—	bb
6	29 65	23 2	40 0	—	
7	29 68	23 2	41 0	—	bn cl
8	29 68	23 2	41 5	—	bn v
9	29 72	23 2	41 0	—	bco
10	29 73	23 2	41 0	—	b cl (v)
11	29 74	23 0	41 0	—	b (v)
12	29 72	23 0	41 0	—	
13	29 70	22 5	42 0	E S E	co pl (v)
14	29 64	22 0	45 0	N E	pl (v)
15	29 69	22 3	46 0	—	ppl
16	29 66	21 5	47 0	E N E	pl (v)
17	29 68	21 5	46 0	N E ¼ E	co C
18 0	29 6[illegible]	22 0		N E	co
19 15	29 70	22 0	44 0	N E ¼ N	n (v) br b
20 0	29 74	22 0	49 5	E N E	co (v)
21 0	29 74	22 0	48 0	—	bco
22 10	29 74	22	47 0	—	bco pl v
23 0	29 73	21 7	47 0	—	pl v

Mai 23.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 70	22 0	47 0	E N E	co C
1	29 68	22 0	47 0	—	co C
2	29 67	22 0	47 0	—	co
3 15	29 65	22 0	47 0	N E	co (v)
4	29 66	22 0	47 0	—	bco C
5	29 68	22 0	47 0	—	
6	29 67	21 7	47 0	—	co C
7	29 68	21 7	47 0	—	bco C
8	29 70	21 7	47 0	N N E	co C
9	29 72	21 7	47 0	—	co (v)
10	29 73	21 5	47 0	—	co (v)
11				—	
12	29 70	21 5	47 0	—	bn (v)
13	29 70	21 5	47 0	—	n (v)
14	29 68	21 5	47 2	—	n cl b (v)
15	29 68	21 5	46 8	N E ¼ N	b (v)
16	29 69	21 5	46 0	—	
17	29 69	21 5	47 0	—	b
18	29 70	21 2	47 0	N E	bn (v) br b
19 15	29 74	21 2	47 0	—	n
20	29 75	21 4	47 0	N E ¼ E	bn (v)
21	29 76	21 7	47 0	N E	b (v)
22	29 77	22 0	45 0	—	bn
23 15	29 75	22 3	43 0	—	bb

Mai 24.

h. m.	Bar.	Th	Hygr	Vent	Atmosph.
0 0	29 74	22 2	42 0	N E ¼ E	b (v)
1	29 73	22 2	42 0	E N E	
2	29 70	22 2		—	
3	29 68	22 2		—	bb C
4 15	29 70	22 2		—	bb
5	29 72	22 0	43 2	—	bb (v)
6 10	29 74	22 0	44 5	—	bc
7	29 75	22 0	45 0	N E ¼ E	bb (v)
8	29 76	21 8	45 0	—	bb cl n
9 30	29 80	21 7	45 0	—	b
10 30	29 80	21 7	46 0	—	b (v)
11 0	29 81	21 7	46 0	N E	b cl C n
12	29 78	21 0	46 0	—	b
13	29 78	21 3	47 0	—	bn
14	29 76	21 5	47 0	—	bb C
15	29 75	21 5	46 5	—	bb
16	29 75	21 5	48 0	—	bb
17	29 74	21 5	45 5	N E ¼ N	bb (v)
18	29 75	21 6	46 9	—	bb (v)
19	29 76	21 6	4[illegible] 9	N E	bb C
20	29 78	22 0	48 9	—	bb C
21	29 76	22 0	46 0	E	bb C
22 0	29 76	22 0	46 0	—	bb C
23 20	29 76	22 0	46 0	—	bb C

Mai 25.

h. m.	Bar	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	29 76	22 3	46 0	E	bb C
1				E N E	
2 30	29 75	22 6	45 0	—	bb C
3				N E	
4	29 74	22 4	45 0	E N E	
5	29 75	22 3	44 5	—	bb C
6 30	29 76	22 2	45 0	—	bb (v)
7	29 77	22 2	45 0	N E	bb n
8	29 80	22 0	45 0	—	bb (v)
9	29 82	22 2	45 0	—	bb (v)
10	29 82	22 0	44 0	—	bb (v)
11	29 85	22 0	45 0	—	bb (v) bl
12	29 80	21 8	45 0	—	bb (v)
13	29 80	21 8	45 0	—	b n cl
14	29 8[illegible]	21 5	47 0	—	b (v)
15	29 78	21 4	46 0	—	
16	29 78	21 2	45 0	—	b cl n (v)
17	29 80	21 2	45 0	—	b n (v)
18	29 8[illegible]	21 2	45 0	—	n (v)
19	29 84	21 2	46 3	—	b n (v)
20	29 84	21 4	46 3	N E ¼ E	b v
21	29 85	21 5	46 5	—	b n v
22 15	29 86	21 7	46 5	—	b n (v)
23	29 85	22 0	45 0	—	bb (v)

Mai 26.

h. m.	Bar.	Th	Hygr	Vent	Atmosph.
0 0	29 82	22 0	45 0	N E ¼ E	
1	29 80	22	44 0	—	b n
2	29 79	22	44 0	E N E	bb (v)
3					
4	29 75	22	44 0	—	bb
5 30	29 76	22	44 0	—	b (v)
6 30	29 80	21 8	44 1	—	bb (v)
7 30	29 80	21 8	44 5	—	bb
8 30	29 84	21 8	44 0	N E	bb (v)
9 10	29 86	21 8	44	—	bb cl
10	29 86	21 8	44	—	bb
11	29 86	21 8	44	—	bb (v)
12	29 85	21 5	44	—	bb
13	29 85	21 5	46 0	—	b n
14	29 84	21 5	44 0	—	b n cl v
15	29 82	21 5	43 0	—	bb v
16	29 82	21 5	43 0	—	bb v
17	29 82	21 5	43 0	—	bb v
18	29 85	21 9	43 5	—	bb v
19	29 86	22 0	43 0	—	bb v
20	29 87	22 0	42 7	—	bb v
21	29 90	22 5	41 2	—	bb bl
22 30	29 86	22 8	41 0	—	bb v
23				—	

Mai 27.

h. m.	Bar	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 84	22 9	40 5	N E	bb v
1	29 84	22 9	40 7	N E ¼ E	bb v
2	29 82	22 8	41 3	—	b n v
3 15	29 78	22 6	41 2	—	bb n v
4			—	—	
5	29 80	22 6	41 5	—	bb n
6				—	
7	29 80	22 5	42 0	—	bb
8	29 84	22 5	—	—	bb
9	29 85	22 5	—	—	
10	29 86	22 5	42 5	—	bb
11 15	29 84	22 5	43 0	—	
12	29 80	22 3	43 0	—	bb n cl
13	29 80	22 3	43 0	—	b n v
14	29 75	22 3	44 0	—	
15	29 75	22 3	44 0	—	b n v
16	29 75	22 2	44 0	—	b n
17	29 76	22 2	44 0	—	b n v
18	29 78	22 2	44 0	—	b n v
19	29 80	22 3	44 5	—	bn pl v
20 10	29 84	22 8	43 [illegible]	—	b n
21	29 83	23 0	42 5	N E ¼ N	bb
22	29 82	23 0	41 5	—	bb
23	29 82	23 0	42 5	—	bb

Mai 28.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 80	23 1	42 5	NE¼E	*bb*
1	29 76	23 1	42 7	—	*b n v*
2	29 77	22 4	42 5	—	*bn* V*v*
3	29 78	22 0	43 0	—	*bn*
4	29 75	22 2	43 5	—	*bn pl* V*v*
5	29 76	23 0	42 5	—	*bn bl v*
6	29 78	22 5	43 0	—	*bn v bl*
7	29 79	22 5	44 5	—	*bn pl*
8	29 80	22 3	45 2	—	*b nb v*
9	29 81	22 0	46 0	—	*b n v bl*
10	29 81	22 0	46 0	—	*b n*
11	29 80	22 0	45 0	—	*b n v*
12	29 78	22 0	46 0	—	*b n* V*v pl*
13	29 77	21 8	47 0	NE¼N	*co ppl*
14	29 76	21 2	47 0	—	*ppl v bl*
15	29 76	21 2	47 5	—	*pl* (*v*)
16	29 76	21 2	47 5	—	*ppl*
17	29 80	21 2	47 0	NE	*ppl* (*v*)
18				—	*ppl*
19	29 80	21 1	47 0	—	*pl* (*v*)
20	29 82	21 1	50 0	—	*ppl* C
21	29 80	23 3	49 0	—	*co pl* C
22	29 84	21 5	49 0	—	*pl* C
23	29 82	21 2	49 5	—	*co* C *bl*

Mai 29.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 86	21 3	49 3	NE	*co pl*, C
1	29 77	21 3	49 6	N¼E	*co* C
2	29 78	21 0	49 0	—	*co* C
3	29 77	21	48 7	—	*co* C
4	29 76	21	49 5	—	*co* (*v*)
5	29 75	21	49 0	—	*co* (*v*)
6	29 79	21	48 5	NNE	*co v*
7	29 78	21	48 7	NE¼E	*co v*
8	29 79	21	48 0	NE	*co v*
9	29 80	21	48 0	ENE	*co v bl*
10	29 80	21	48 4	NE¼E	*co v*
11	29 78	21	48 0	ENE	*co v bl*
12	29 78	21 0	48 0	—	*co v bl*
13	29 78	21	48 0	—	*co v*
14	29 78	21	48 0	NNE	*co b v bl*
15	29 75	21	49 0	—	*co v*
16	29 74	21	48 0	—	(*v*)
17	29 76	21	49 5	NE	*co* (*v*)
18	29 75	21	49 0	—	*co*
19	29 78	21	49 0	E	*b n*
20	29 80	22 3	47 5	E¼N	*b n v*
21	29 80	22 0	47 5	—	*b n* (*v*)
22	29 78	22 2	47 5	—	*b n* (*v*)
23	29 76	22 5	47 5	—	*b n* (*v*)

Mai 30.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 75	22 4	47 5	E¼N	*b n* (*v*)
1	29 75	22 3	46 5	NE	*bb nb*
2	29 74	22	45 0	E	*b n*
3	29 74	22	46 0	—	*bb n b*
4 30	29 72	22		—	
5 15	29 74	22	46 0	—	*bb n b* (*v*)
6 15	29 75	22	46 0	—	*b n* (*v*)
7	29 75	22	46 0	E¼N	*b n* (*v*)
8	29 77	22	46 0	—	*b n* (*v*)
9 10	29 78	22	46 0	—	*b co* (*v*)
10		22		—	*b n v*
11	29 75	22		—	*b n v*
12	29 76	22	46 0	—	*b n*
13	29 75	22		—	*b n*
14	29 74	22		—	*b v cl*
15	29 74	22		—	*b cl v*
16	29 72	22		—	*b bl v*
17	29 74	22	47 5	—	*b n v bl*
18	29 78	21 0	46 5	—	*pl co* V*v bl*
19	29 76	21 0	47 0	NE	*pl co v*
20	29 78	21 3	47 0	NE¼E	*pl* V*v bl*
21 20	29 80	21 4	47 0	E¼N	*pl v*
22 15	29 79	21 8	47 9	E	*n b* (*v*)
23 15	29 78	22 0	47 0	—	*co v*

Mai 31.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 76	22 0	47 0	E	*co pl* V*v*
1	29 75	22 0	47 0	—	*n v bl*
2	29 74	22 0	47 0	—	*b n* C
3 30	29 72	22 0	47 0	—	*ppl v*
4 30	29 74	22 0	47 0	—	*pl* V*v v*
5 30	29 76	21 7	47 0	ESE	*pl* V*v vv*
6 10	29 75	21 5	47 0	—	*pl* (*v*)
7 0	29 74	21 5	47 0	E¼N	*pl* (*v*)
8	29 76	21 5	47 0	—	*n* (*v*)
9	29 78	21 5	47 0	—	*co*
10	29 80	21 5	47 0	—	*co* C *bl*
11	29 85	21 5	47 0	ENE	*co* C *bl*
12	29 82	21 5	47 0	—	*pl*
13	29 75	21 5	47 0	—	*pl* C *pl*
14	29 73	21 5	47 0	—	*pl bbl*
15	29 75	21 5	47 0	—	*pl* (*v*)
16	29 70	21 5	47 0	—	*ppl v*
17	29 72	21 5	47 0	—	*ppl v bbl*
18	29 74	21 7	47 0	E¼N	*ppl v bl*
19	29 78	21 7	47 0	—	*ppl* (*v*)
20 15	29 82	20 8	46 8	—	*pl* C
21	29 82	20 0	40 0	SE	*pl* (*v*)
22 30	29 80	20 5	43 0	SO¼O	*ppl co* (*v*)
23 15	29 80	20 5	40 0	OSO	*pl co* (*v*)

Juin 1.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 79	21 0	47 0	OSO	co v bbl
1	29 78	21 0	47 0	—	co v bl
2	29 76	20 7	46 8	O¼S	co v bl
3 20	29 70	20 5	46 6	ONO	co v bl
4 30	29 72	20 5	46 8	NO	co v bl
5 20	29 76	20 6	47 0	—	co v bl
6 30	29 75	20 5	46 7	NO¼N	co v
7 15	29 75	20 5	46 8	N¼O	v
8 0	29 77	20 7	47 0	N¼E	co v
9 15	29 76	21 0	47 0	NNE	co v
10 10	29 78	20 7	47 0	NE	co pl
11	29 80	20 5	47 5	NE¼E	co bl
12	29 78	21 0	47 5	ENE	co v bl
13	29 82	21 0	47 5	—	n v bl
14		20 7	47 5	—	nb v
15	29 70	20 7	47 5	—	n vv bl
16	29 70	21 0	47 5	—	co vv
17	29 72	21 0	47 0	—	co bl
18				—	
19	29 74	21 2	47 0	—	nb vv bl
20 15	29 78	21 5	46 8	—	bn vv
21	29 78	22 0	46 2	NE¼E	bn vv
22	29 80	22 0	46 2	—	bn vv bl
23	29 74	22 0	46 2	—	bn vv bl

Juin 2.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 76	22 0	44 5	NE¼E	bn vv
1	29 75	22 2	44 2	—	bn vv
2 10	29 72	22 2	44 0	—	bn vv bl
3	29 69	22 2	43 0	—	bn vv bl
4 30	29 74	22 0	42 0	—	bn vv bl
5				NE	
6 15	29 75	21 7	43 5	—	bco pl vv
7 15	29 78	21 7	44 0	—	n pl vv
8 0	29 78	21 7	43 2	NE¼E	bn vv bl
9	29 79	21 7	43 5	—	bn vv bl
10	29 80	21 7	43 5	—	bn vv
11 30	29 79	21 7	43 8	—	bco bl
12 10	29 78	21 7	44 0	—	bco bl
13	29 76	21 7	43 0	—	bco vv
14	29 76	21 5	43 0	—	bn v bl
15	29 75	21 5	42 6	—	
16	29 76	21 0	43 0	—	bn v
17	29 78	21 2	42 5	—	bn
18				—	bn
19	29 80	21 2	43 5	—	bn v
20 30	29 82	21 5	43 0	—	bb nb v
21 15	29 84	21 5		—	bb v
22 0	29 83	21 7	42 5	—	bb v
23 30	29 80	22 0	41 0	—	bb v

Juin 3.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 78	22 0	41 0	NE¼E	bb v
1	29 80	22 0	41 4	—	bb v
2	29 75	21 5	41 6	—	bb v bl
3	29 74	21 5	41 6	—	bn vv bl
4	29 75			—	
5 30	29 75	21 4	41 0	—	b vv bl
6	29 78	21 3	41 0	—	bn vv bl
7	29 77	21 0	41 5	NE	bn vv
8	29 80	21 0	41 5	—	bbn vv
9	29 80	20 0	40 0	—	bb bl
10	29 80	20 0	39 5	—	bn vv
11 10	29 75	20 5	40 0	—	bb bl
12	29 80	20 5	40 0	—	bb v bbl
13	29 80			NE¼E	
14	29 80	20 0	40 0	—	bb v bl
15	29 80	20 2	40 0	—	bb vv
16	29 75	20 2	40 5	—	bbn vv
17				—	
18				—	
19	29 80	20 0	40 0	—	bb vv
20 0	29 80	20 5	40 0	—	bb bl
21 10	29 82	20 3	39 5	—	bb vv
22	29 83	20 7	39 0	—	bb v bl
23	29 83	20 0	38 0	—	b bl

Juin 4.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 84	21 0	37 5	NE	bn bl
1	29 80	21 0	38 0	—	bb vv
2	29 78	21 0	39 0	—	bb vv
3 15	29 76	21 0	38 0	—	bb vv
4 30	29 79	21 0	39 0	—	bb
5	29 80	21 0		—	bb
6	29 80	21 0	39 0	—	bb
7	29 81	21 0	40 0	—	bb
8	29 84	21 0	40 5	—	bb
9	29 85	20 6	40 0	—	bb vv
10	29 86	20 5	39 5	—	bb
11				—	
12	29 85		39 5	—	bb
13				—	
14	29 80	20 0	41 0	—	bn b
15	29 78	20 0	41 0	—	b vv
16	29 80	20 0	41 0	—	bb
17	29 82	20 0	41 5	—	bbn v
18		20 0		—	
19	29 85	20 0	41 5	—	cob vv
20	29 86	20 1	42 0	—	cob vv
21	29 82	20 1	42 0	—	co Vv
22	29 84	20 1	41 0	—	bn
23	29 84	20 3	40 5	—	bn Vv pl

Juin 5.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	29 82	20 3	39 5	N E	*Vv*
1	29 78	20 3	38 0	N E ¼ E	*bn vv*
2	29 78	20 5	38 0	—	*b vv*
3	29 76	20 5	38 5	—	*nb vv*
4	29 74	20 5	38 5	—	*bl vv*
5	29 78	20 5	38 5	—	*bn vv bl*
6	29 78	20 5	38 5	—	*b bl*
7	29 79	20 0	39 0	—	*b vv*
8	29 80	20 0		—	*b vv*
9	29 82	20 0	39 0	—	*bn vv*
10	29 85	20 0	39 5	—	*bbn b vv*
11	29 83	20 0	40 0	—	*bbn*
12	29 82	20 0	40 0	—	*bb vv*
13	29 80	20 0	40 5	—	*bb vv bl*
14	29 80	20 0	40 5	—	*bb bl*
15	29 77	20 0	41 0	—	*bb vv bl*
16	29 75	20 0	41 0	—	*bbn*
17	29 78	19 8	41 0	—	*bn*
18	29 79	19 9	41 0	—	*bn*
19	29 82	20 0	41 0	—	*bn v*
20	29 85	20 0	41 0	—	*bn*
21	29 86	20 5	39 5	—	*bb pl Vv*
22	29 84	20 4	40 0	—	*bb nb bl*
23	29 84	20 3	39 8	—	*bn bl*

Juin 6.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 85	20 3	39 8	N E ¼ E	*bn bl*
1 15	29 82	20 8	41 0	—	*bn*
2 35	29 80	20 8	41 0	—	*bb vv bl*
3	29 80	20 5	40 5	—	*bb vv*
4	29 80	20 5	40 0	—	*b vv bl*
5 30	29 80	20 3	40 0	—	*b bl*
6 0	29 82	20 3	39 5	—	*b vv*
7 0	29 82	20 0	41 0	—	*b nb bl*
8 0	29 84	20 0	41 0	—	*b bl*
9	29 86	20 0	40 5	—	*bn vv*
10	29 85	19 8	41 0	—	*bn bl*
11	29 90	19 8	41 0	—	*bn vv*
12	29 88	19 7	41 0	—	*b vv*
13	29 90	19 7	41 0	—	*bb bl*
14	29 86	19 5	41 5	—	*bb vv bl*
15	29 85	19 5	41 5	—	*bn b vv*
16	29 85	19 5	41 5	—	*bn bl*
17				—	
18	29 89	19 3	41 0	—	
19	29 89	19 5	41 0	—	*bco vv*
20	29 92	19 6	40 5	—	*cob vv*
21	29 90	20 0	40 0	—	*cob b bl*
22 30	29 95	20 3	39 0	—	*bn vv*
23 15	29 90	20 5	39 5	—	*b Vv bl*

Juin 7.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	29 92	20 3	38 5	N E ¼ E	*b nb vv*
1	29 94	20 3	37 0	—	*b vv bl*
2	29 92	20 2	37 5	—	*bn vv*
3 15	29 90	20 2	37 5	—	*bn vv bl*
4 0	29 90	20 2	37 5	—	*bn*
5 15	29 88	20 0	38 0	—	*bn vv*
6 0	29 90	19 7	39 0	—	*b nb*
7	29 92	19 5	59 0	—	*bco b vv*
8	29 92	19 5	40 0	—	*co bl*
9	29 95	19 5		—	*vv*
10	30 00	19 5	40 0	—	*bn vv*
11	30 00	19 5		—	*co vv bl*
12	29 98	19 0	40 0	—	*cob vv*
13 15	29 94	19 0	40 0	—	*b nb vv*
14	29 90	19 0	40 0	—	*bn vv*
15	29 94	19 0	40 0	—	*bn v bl*
16	29 94	19 0	40 0	—	*bn v*
17	29 90	19 0	40 0	—	*bn v*
18	29 92	19 2	41 0	—	
19	29 96	19 3	40 2	—	*bn b v*
20	29 98	19 4	40 0	—	*bn v*
21	29 96	19 5	39 7	—	*bn vv*
22	30 00	20 0	39 5	—	
23	29 96	20 0	39 5	—	*b*

Juin 8.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 98	20 2	39 2	N E	*bb*
1	29 98	20 2	39 0	—	*bb*
2	29 95	20 0	38 7	—	
3	29 94	19 5	40 0	—	
4 45	29 90	19 0	42 0	—	*pl n Vv*
5 0	29 90	19 0	42 0	—	*bn*
6 0	29 90	19 0	42 0	—	
7	29 94	19 5	42 5	E ¼ N	*pl co*
8	29 94	19 7	42 5	E N E	*co pl*
9	29 96	20 0	41 5	—	*co*
10 0	29 98	20 0	41 0	—	*co*
11 30	29 98	19 5	41 0	—	*co*
12 0	29 95	19 0	41 5	—	*nb*
13	29 90	19 0	41 0	—	*co*
14	29 92	19 0	41 0	—	*nb*
15	29 92	18 8	41 2	—	*nb*
16 0	29 92	19 0	41 5	—	*bn*
17 30	29 94	19 0	42 0	—	*bn v*
18 0	29 95	19 0	41 5	—	*b*
19	29 96	19 5	41 7	—	*bn Vv*
20 15	29 96	19 1	41 5	—	*bbn*
21	29 95	19 5	41 2	N E ¼ E	*bb*
22	29 96	19 3	41 5	—	*bb v*
23	29 94	19 5	39 5	—	*bb*

Juin 9.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 93	19 7	39 3	NE½E	*bb v*
1 0	29 94	19 8	38 7	ENE	*bb*
2 30	29 99	20 0	40 0	ESE	*bn*
3 10	29 90	20 0	49 0	—	*bn*
4 0	29 89	20 0	49 0	—	
5 0	29 99	20 0	39 0	—	*bn (v)*
6	29 88	20 0	41 0	—	*co*
7	29 92	20 0		—	
8	29 95	19 5	42 0	—	*co br b*
9 0	29 93	19 2	41 5	ENE	*b cl*
10 30	29 92	19 0	42 0	—	*co*
11 0	29 94	19 0		—	*co vv*
12	29 95	19 2	42 0	—	*n bl*
13	29 90	19 5	41 5	—	*n bl*
14	29 90	19 5	41 0	—	*bl*
15	29 94	19 5	41 0	—	*bl*
16	29 93	19 5	42 0	—	*n bl*
17	29 94	19 4	42 5	—	*bb vv*
18	29 95	19 4	41 5	—	*b nb vv*
19	29 95			—	
20	29 98	19 8	37 0	NNE	*bn*
21 30	29 98	20 0	38 0	—	*bn*
22	29 98			—	
23	29 96			—	

Juin 10.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 96	20 3	40 0	N	*bb (v)*
1 30	29 98	20 3	40 0	NNE	
2	29 98	20 3	40 0	ONO	*bb*
3	29 96	20 0	39 0	—	*bb (v)*
4	29 94			—	
5 30	29 96	20 5	39 0	—	*bb* C
6 15	29 98	20 3	39 0	—	*b* C
7 0	29 96	20 2	39 0	—	*bn* C
8	29 96	20 0	42 0	—	*bn (v)*
9	30 00	20 5	42 0	ESE	*b v*
10	30 00	20 0	42 0	—	*bn*
11	30 01	20 0	43 0	—	*bn vv*
12	30 02	20 0	44 0	—	*b vv*
13	30 00	20 0	45 0	—	*b nb vv*
14	29 98	20 0	46 0	—	*b vv*
15	29 96	19 5	46 0	—	*bn vv*
16	29 95	19 5	46 0	—	*vv*
17 15	29 93	19 5	46 5	—	*vv*
18 10	29 98	19 5	46 0	—	*co*
19	29 98	20 0	46 0	—	*pl vv*
20	30 00	20 0	46 0	—	*co vv*
21 10	29 98	20 0	46 5	—	*co pl vv*
22 15	29 98	20 2	46 0	—	*vv*
23 30	30 00	20 5	46 0	—	*bn pl vv*

Juin 11.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	30 00	20 6	46 0	ESE	*nb vv*
1	29 98	20 4		ENE	*nb vv*
2	29 96	20 5	46 0	—	*ub vv*
3	29 98	20 5	46 0	—	*nb*
4	29 96	20 3	46 0	—	*nbn*
5	29 95	20 2	46 0	—	*bnb v*
6	29 95	20 0	46 0	—	*co pl b pl*
7 15	29 96	20 0	46 0	—	*co v*
8	29 98	20 0	46 0	—	*co cl pl*
9	30 00	20	46 0	—	*co bn l*
10	30 02	20	46 0	—	*bnb vv*
11	30 00	20	46 5	—	*bn*
12	29 98	20		—	*bn bn vv*
13	29 98	20		—	*nb nb vv*
14	29 96	20		—	*vv*
15	29 96	20	45 0	—	*vv*
16	29 98	20	46 5	—	
17 30	29 98	20 0	46 0	—	
18	29 98	19 9	46 0	—	
19	29 97	20 0	44	—	*bn b vv*
20	29 98	20 3	43 5	—	*bn vv*
21				—	
22 15	30 00			—	*b*
23	29 96			—	*b*

Juin 12.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 96		43 0	NE	*bnb*
1	29 96			—	*bnb*
2	29 95			—	*b nb*
3 30	29 93	20 5	43 0	—	*bn*
4 15	29 90	20 3	42 5	—	*b co*
5	29 94	20 2	40 0	—	*bn vv*
6	29 92	20 0	41 0	—	*bn vv*
7	29 94	20	41 5	—	*bn vv*
8	29 96	20	41 0	—	*bn vv*
9	29 98	20	40 5	—	*bn*
10	29 98	20 0	40 5	—	*bb v*
11	29 97	19 8	40 0	—	*b vv*
12	29 95	19 7	40 5	—	*b vv*
13	29 94	19 7	40 5	—	*b*
14	29 90	19 7	40 5	—	*bb nb*
15	29 90	19 7	40 5	—	*b vv*
16	29 92	19 6	40 5	—	*bb vv*
17	29 94	19 6		—	*v*
18	29 95	19 6	41 0	—	
19	29 90		40 5	—	*bn vv*
20 15	29 92	20 0	39 2	—	*bn vv*
21 15	29 92	20 0	39 5	—	*vv*
22	29 94	20 0	39 5	—	*b v*
23				—	

Juin 13

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 9	20 0	39 5	N E	
1	29 88	20 2	39 6	—	
2	29 86	20 3	39 8	—	b nh v
3	29 85	20 4	40 1	—	b n
4	29 85	20 5	38 8	—	b n
5	29 86	20 2	38 0	—	bb n
6	29 86	20 3	39 0	—	bb v
7	29 88			—	bb
8	29 87	20 0	38 2	—	bb cl
9	29 90	20 0		—	b
10	29 92	20 0	40 0	—	bn
11	29 94	20 0	40 0	—	bb
12	29 92	20 0	40 5	—	b
13	29 90	20 0	40 5	—	bb
14		20 0	40 0	—	
15	29 86	20 0	40 0	—	bb
16	29 88	20 0	40 5	—	bb vv
17	29 90	20 0	41 5	—	bb vv
18	29 94	20 0	41 5	—	
19	29 94	20 0	41 0	—	co
20 10	29 95	20 1		—	co b
21	29 94			—	n b
22	29 94	20 3	40 5	—	n b
23	29 95	20 2		—	bn bn

Juin 14

h. m	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	29 92	20 7	40 0	E N E	b n v
1	29 90			—	b
2	29 88	20 4	41 0	—	bb nn
3 30	29 86	20 4	40 5	—	bn
4 30	29 88	20 5	41 0	—	b v
5 15	29 89	20 3	40 5	—	b v
6 30	29 92			—	bn vv
7 30	29 93	20 1	40 5	—	bnb
8 15	29 95	20 2	40 5	—	bn
9 30	29 95			—	bb cl
10	29 92			—	b
11	29 93			—	b
12	29 95	20 0	40 5	—	b
13	29 96	20 0	40 5	—	
14	29 92			—	
15	29 95	20 5	40 5	—	
16	29 88	20 0	40 5	—	vv
17	29 90			—	n vv
18				—	vv
19				—	
20	29 98	20 3	39 0	—	
21 30	29 98	20 4		—	b nh v
22 30	29 95	20 4	38 5	—	b
23	29 95			—	

Juin 15.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 20	29 91	20 7	39 0	E ¼ N	bb vv
1	29 92			—	b vv
2 15	20 92			—	bn vv
3 30	29 89	21 7	38 0	—	bb
4 15	29 90			—	bb vv
5 30	29 90	20 5	38 5	—	bb
6 15	29 92	20 4	38 3	—	bb
7 0	29 92			—	
8 0	29 94	20 2	38 5	—	bb cl
9	29 94	20 2	39 0	—	bb cl
10	29 95			—	
11	29 95	20 2	39 0	—	bb
12	29 93			—	bn cl
13	29 94			—	
14	29 90			—	bn
15				—	
16	29 88	20 0	39 0	—	bn
17	29 90	20 2	39 0	—	n bn
18	29 94	20 0	39 0	—	b
19	29 96	20 2	39 0	—	bb
20	29 96			—	bb
21				—	
22	29 96	21 3	37 5	—	bb
23	29 95	21 1	38 0	—	bb

Juin 16.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 94	21 2	37 5	E N E	n
1 0	29 92			—	
2 0	29 92			—	bn
3 15	29 90	21 0	39 0	—	bb n
4 0	29 88			—	
5 0	29 90	21 0	39 0	—	bb
6 10	29 92	20 7	39 0	—	bb
7 0	29 94	20 5	39 5	—	bb vv
8 0	29 95	20 7	39 5	—	bb cl
9 0	29 95	20 7	40 0	—	bb vv
10 0	29 95			—	bb vv
11 0	29 97	20 5	40 0	—	b
12 0	29 96	20 3	40 0	—	b
13 0	29 93			—	bb vv
14 0	29 90			—	n vv bl
15 0	29 88	20 0	40 0	—	co vv bl
16 0	29 90	20 2	40 0	—	co vv bl
17 0	29 90			—	co vv
18 0	29 94	20 1	39 5	—	b
19 0	29 97			—	b
20 0	29 96			—	bb
21	29 96	20 0	37 5	—	bb
22	29 94	21 0	37 0	—	bb
23 30	29 92	21 0	37 0	—	bb

Juin 17.

h.	m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	0	29 90			ENE	*bb*
1	0	29 88	20 8	37 5	—	*bb*
2	0	29 88	20 8	38 0	—	*bb*
3	0	29 86			—	*bb*
4	30	29 88	20 6	37 5	—	*bn*
5	30	29 88			—	
6	30	29 90	20 7	39 5	—	*bn vv*
7	0	29 90			—	*bn*
8	0	29 88	20 5	40 0	—	*bn*
9	15	29 93			—	*bn*
10	0	29 94			—	*bn cl*
11					—	
12					—	
13		29 90			—	
14		29 88			—	*bn cl*
15		29 86			—	*bn*
16		29 85			—	*bn*
17					—	
18	0	29 86	20 3	40 5	—	
19		29 88	20 2	39 5	—	*co b*
20		29 88	20 4	39 7	—	*co*
21	0	29 89	21 0		—	*bb n*
22		29 89	21 0	38 8	—	*bn*
23	15	29 88	21 0	39 5	—	*bb nb*

Juin 18.

h.	m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	15	29 86	21 0	38 0		*bn*
1					NNE	
2		29 82	21 0	39 0	—	*bn*
3		29 84	21 0	39 0	NE	*bn*
4	30	29 84				
5					ENE	
6		29 86	20 8	39 0	—	*bn*
7		29 87	20 7	39 5	—	*bn*
8		29 88	20 7	39 5	—	*bn cl*
9		29 90	21 2	39 5	—	*bb*
10		29 93	21 0	40 0	—	*bb*
11					—	
12		29 90	20 7	40 0	—	*b*
13		29 88	20 8	41 0	—	*bn vv*
14		29 88	20 5	41 0	—	*bb*
15		29 86			—	
16		29 85	20 3	40 5	—	*bn*
17					—	
18		29 88	20 2	40 5	—	
19		29 88	20 3	40 0	—	*bn b*
20		29 89	21 0	40 0	—	*bb (v)*
21	30	29 92			—	*b*
22	15	29 92			—	*b n v*
23	15	29 90	21 2	39 5	—	*bb*

Juin 19.

h.	m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0		29 90	21 2	39 5	NE	*b co pl*
1	30	29 87			—	*b co v*
2		29 87			—	
3		29 86	21 2	39 7	—	*b n (v)*
4	10	29 86	21 2	39 5	—	*b co (v)*
5		29 85	21 0	39 0	—	*b n (v)*
6		29 87	21 0	38 5	—	*b n (v)*
7		29 88	21 0	38 5	ENE	*bn v*
8		29 90	21 0	39 0	—	*bn cl v*
9		29 92	21 0	40 0	—	*bn v*
10		29 91	20 7	40 0	—	*bn*
11		29 92	20 7	40 0	—	*bn cl*
12		29 90	20 5	41 0	NNE	*co cl pl v*
13		29 88	20 5	41 5	—	*co pl*
14		29 90			—	*co b*
15		29 89			—	
16		29 87			—	*bl*
17					—	*b n bl*
18		29 89	20 3	41 0	ENE	
19		29 90	20 5	41 0	—	
20		29 93	20 7	40 5	—	*bb n v*
21	30	29 94	21 0	40 0	—	*b b*
22	15	29 94	21 0		—	
23	30	29 92	21 2	39 5	—	*bn*

Juin 20.

h.	m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	0	29 92			ENE	*bn*
1		29 90	21 2	40 0	—	*bn*
2		29 89	21 2	41 0	—	*bn*
3		29 90	21 2	41 0	—	*bb n*
4					—	
5		29 89			—	*b n v*
6		29 92	21 3	41 0	—	*bb (v)*
7		29 93	21 0	41 0	—	*bb (v)*
8		29 95	21 0	41 5	—	*bb (v)*
9		29 96	21 0	41 0	—	*bn pl v*
10		29 98	21 0	41 0	—	*bn v*
11		29 97	21 0	41 0	—	*b n cl v*
12		29 99	20 8	41 5	—	*co v*
13		29 98	20 6	41 5	—	*co b (v)*
14		29 98			—	*bb nb*
15		29 95	20 5	42 0	—	*bb cl v*
16		29 95	20 5	42 0	—	*bn v*
17		29 95	20 2	42 0	—	*bb br b (v)*
18		29 98	20 5	42 0	—	*bb*
19		30 00			—	*bb n*
20		30 00			—	*bb nb (v)*
21		30 00	21 2	41 0	—	*bb (v)*
22		30 01	21 2	41 0	—	*bb*
23	5	30 02			—	*bb (v)*

Juin 21.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0	30 00	21 3	41 0	N E ¼ N	*bb* (*v*)
1	29 99	21 3	41 0	—	*bb* (*v*)
2	29 98	21 2	40 5	—	*bb*
3	29 98	21 2	40 5	—	*bb*
4	29 96			—	*bb*
5	29 98	21 2	40 5	—	*bb nb*
6	30 02	21 5	40 5	—	*bb* (*v*)
7	30 02	21 3		—	*bb*
8	30 03	21 0	41 0	—	*bb cl* (*v*)
9	30 05	21 0	41 0	—	*bb* (*v*)
10	30 04	20 8	42 0	—	*bbn*
11	30 04	21 0	42 0	—	*bbn*
12	30 03	21 0	42 0	—	*bb cl n* (*v*)
13	30 03	20 5		—	*bb cl* (*v*)
14	30 00	20 5	41 5	—	*bb cl* (*v*)
15	30 00	20 2	41 0	—	*bb*
16	29 98			—	*bb* (*v*)
17				—	*bb*
18	30 02	20 5	42 0	—	*bb* (*v*)
19	30 03	21 0	41 3	—	*bb* (*v*)
20	30 03	21 0	41 0	—	*bb* (*v*)
21	30 04			—	*bbn*
22	30 05	21 2	40 5	—	*bb nb* (*v*)
23	30 05			—	*bb nb* (*v*)

Juin 22.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	30 03	21 7	40 0	N E ¼ E	*bb nb* (*v*)
1 0	30 03			—	
2 0	30 02	21 7	40 2	—	*bb nb* (*v*)
3				—	
4 15	30 00	21 5	39 5	—	*bb n* (*v*)
5 0	30 00			—	*bb n* (*v*)
6				—	
7 0	30 00	21 2	39 5	—	*bb n* (*v*)
8 0	30 02			—	
9 0	30 05	21 0	39 0		*bb* C
10 15	30 04	21 0	39 0		*bb* C
11 0	30 05				*bb* C
12 0	30 04	21 0	40 0		*bb* C
13 0	30 04	21 0	40 0		
14 0	30 00	20 2	40 5		*bb* C
15 0	30 00	20 7	40 5		
16 0	30 02	20 5	40 5		*bb* CC
17					
18 0	30 02	20 8	40 5		*bb* CC
19 0	30 04				
20 0	30 03				*bb* CC
21					*bb* CC
22					
23					*bb* CC

Juin 23.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	30 02				*bb* CC
1 45	30 00	21 2	37 0		*bb* C
2 0					
3 0					
4	29 99				*bb* CC
5	29 99	22 0	36 0		
6 0	29 98				*bb* C
7 0	30 00	21 7	38 0		*co* C
8 20	30 02	21 9	39 7		*nb* C
9 0	30 00	21 2	39 5	N E	*nb* C (*v*)
10 0	30 02	21 2	39 5	N O	*nnb*
11				—	
12 0	30 00	21 0	40 0	—	*nb* C
13 0	29 97	21 0	40 5	N	*bn* (*v*)
14 0	29 98	21 0	40 5	S O	*bn* C
15 0	29 98	21 0	41 0	—	
16 0	29 96	21 0	41 0	N E	*bn* C
17 0	30 00			—	
18 0	30 00	20 7	44 5	—	*n pl* (*v*)
19 0	30 01			—	*co b*
20 0	30 03			N	*co* (*v*)
21 0				—	
22 0	30 04			—	*co* (*v*)
23 15	30 00	21 0	45 5	—	*co* (*v*)

Juin 24.

h. m.	Bar.	Th.	Hygr.	Vent	Atmosph.
0 0	29 98	21 0	45 2	N	*nbn* (*v*)
1 0	30 00	21 0	42 0	—	*nb* (*v*)
2 30	30 00	21 0	41 0	N N O	*nb* C
3				—	
4 0	29 94	21 0	41 0	—	*bb*
5 0	29 96	21 0	41 0	—	*bn*
6				—	*bn*
7 0	29 96			—	
8 0	29 97	21 0	42 0	N ¼ O	*bn*
9 0	30 00	21 0	42 0	—	*bbn* (*v*)
10 0	29 98	21 0	42 0	N	*bn* (*v*)
11 0	29 96	21 0	42 0	—	*bn*
12 0	29 98			N ¼ E	*bn* (*v*)
13 0	29 97	20 2	46 0	N ¼ O	*bbn*
14 0	29 96	20 2	47 0	—	*co v*
15 0	29 95	20 3	46 0	—	*bn v*
16 0	29 94	20 2	44 0	N	*bn v*
17 0	29 95	20 2	44 0	—	*b v*
18 0	29 97	20 3	42 5	—	*v*
19				—	
20 0	29 98	21 0	40 0	N E ¼ N	
21 0	30 00	21	38 5	—	*bb v*
22 0	30 01	21 4		N N E	*bb*
23 0	30 02	21 5	39 0	—	*bb* (*v*)

Juin 25.

h. m.	Bar.	Th	Hygr	Vent	Atmosph.
0 0	30 00	21 7	40 0	N N E	*bb*
1 0	29 99			N ¼ E	
2 0	29 98	21 5	41 0	—	*bb* (*v*)
3 30	29 97	21 5	38 0	—	*bb*
4 40	29 96	21 5	39 0	—	*bb*
5 20	29 95	21 5	39 0	N N E	*bb v*
6 30	29 98	21 4	38 7	—	*bb nb*
7 30	29 98	21 0	39 5	—	*b nn* ●
8 30	30 00	21 0	40 0	—	*bnn v*
9 15	30 00	21 0	41 5	—	*co v*
10 0	29 98			—	*co*
11 0	30 00	21 0	41 5	—	*bnn v*
12 0	30 00	20 7	41 0	—	*bbn v*
13 0	30 01	20 6	42 2	—	*bb n*
14 0	30 01	20 5	42 5	—	*b*
15 0	29 99	20 5	42 0	—	*bbn* (*v*)
16 0	30 00	20 4	42 0	—	*bn v*
17 0	30 00	20 0	42 5	—	*bb*
18 0	30 00	20 2	42 0	—	
19 0	30 01	20 8	41 5	—	*bb v*
20 0	30 02	21 0	41 5	—	*bb v*
21 0	30 04	21 0	41 0	N E	*bb v*
22 0	30 04	21 5	41 0	—	*bb v*
23 0	30 06	21 5	39 8	—	*bb v*

III.
SECTION
DES
SCIENCES POLITIQUES.

DU PRINCIPE CONSTITUTIF DE LA SCIENCE DU GOUVERNEMENT.

PAR

H. STORCH.

Présenté le 5. Mars 1806.

De tout tems les hommes ont médité sur les moyens de rendre heureux leurs semblables. Les sages ont consacré leurs veilles au grand objet de la félicité publique; les princes éclairés ont tâché de réaliser leurs vues. Quel a été le résultat de tant de méditations et efforts?

On a établi des principes sur des suppositions gratuites; on a bâti des systêmes avant d'avoir approfondi les progrès naturels et les conditions nécessaires du développement de l'espèce humaine. Quelquefois on a consulté l'expérience, mais en l'interrogeant on a confondu les faits particuliers et variables avec les faits généraux et constans. En observant que le développement de l'homme ne peut avoir lieu que dans l'association politique, on en a tiré la conséquence que ce développement

supposoit nécessairement la coopération de l'état. On a vu des peuples s'enrichir par le commerce étranger, et l'on en a conclu que ce commerce étoit la source principale de la richesse des nations. Quelques peuples ont joui d'une grande liberté civile à la faveur d'une constitution bien organisée, et l'on a supposé que les constitutions politiques suffisoient pour faire naître et pour maintenir cette liberté. D'autres ont conservé une grande opulence, malgré les entraves de tout genre et malgré les impôts les plus onéreux que supportoit leur industrie : ne s'est-on pas avisé d'attribuer cette opulence aux causes qui en avoient retardés les progrès ? etc. etc.

Quelle foule d'erreurs cette méthode de raisonner n'a-t-elle pas enfantée, et combien ces erreurs n'ont-elles pas coûté cher aux peuples sur lesquels on les a essayées ! La conséquence la plus funeste qui en est résultée, c'est que le *principe de contrainte* est devenu la base de tous les systèmes politiques. Les idées et les vues des philosophes, ainsi que les mesures des princes pour augmenter et assurer le bonheur public, étant fausses, elles devoient se trouver constamment en contradiction avec les moyens que chaque particulier emploie naturellement pour avancer son bonheur individuel. Cette opposition apparente de *l'intérêt privé* et de *l'intérêt pu-*

blic devoit nécessairement conduire au principe qu'il falloit contrarier l'un pour favoriser l'autre, et c'est là malheureusement le point commun où tous les systêmes se réunissent, quelle que soit au reste leur tendance. Tel philosophe a placé le but de l'état dans la liberté civile ou politique, tel autre dans la civilisation, un troisième dans le bien-être général. Malgré cette diversité d'opinions sur une thèse aussi fondamentale, tous s'accordent à soumettre l'exercice des facultés humaines aux décrets d'une autorité étrangère et factice, que la raison réprouve, et dont l'expérience, depuis que le monde existe, n'a cessé de prêcher l'incompétence et la nullité.

Veut-on des preuves? qu'on examine les systèmes les plus accrédités de nos tems, tels par exemple que le *Contract social* ou *L'esprit des lois.* Dans ces systèmes l'homme individuel n'est qu'une machine que le législateur monte et qu'il fait agir à volonté. L'homme ne peut rien pour son bonheur, c'est à l'état de le lui procurer. Le gouvernement prévoit tout, ordonne tout; c'est lui qui trace la route que le citoyen doit suivre dans le développement de ses facultés; c'est lui qui le fait avancer dans cette carrière, si ses progrès paroissent trop lents, ou qui l'arrête, s'ils semblent trop rapides. Ce n'est pas, à la vérité, ce que ces philosophes annoncent; au con-

traire, ils prétendent tous établir la liberté la plus parfaite: mais les foibles humains étant incapables d'y parvenir par le seul effort de l'intérêt individuel, il faut bien que le législateur les y conduise par les institutions politiques. Écoutons l'auteur du *Contract social.*

„Je veux chercher, dit-il, si dans l'ordre civil il peut y avoir quelque régle d'administration légitime et sûre, en prenant les hommes tels qu'ils sont, et les lois telles qu'elles peuvent être; je tâcherai d'allier toujours dans cette recherche ce que le droit permet avec ce que l'intérêt prescrit, afin que la justice et l'utilité ne se trouvent point divisées.“ [1])

Après cette promesse, *de prendre les hommes tels qu'ils sont*, l'auteur leur fait conclure, dans son sixième chapître, ce fameux *pacte social*, qui n'a jamais eu lieu, qui ne peut jamais avoir eu lieu, et qui, s'il étoit possible, seroit indubitablement violé dès le moment qu'il existeroit.

„Cet acte primitif, par lequel le corps politique se forme et s'unit, ne détermine rien encore de ce qu'il doit faire pour se conserver: le pacte social a donné l'existence et la vie au corps politique; la *législation* lui

---

[1]) Contr. soc. Introd.

donne le mouvement et la volonté.“ [1]) Voyons ce que l'auteur exige du législateur.

„Celui qui ose entreprendre d'instituer un peuple, doit se sentir en état de changer, pour ainsi dire, la nature humaine; de transformer chaque individu, qui par lui-même est un tout parfait et solitaire, en partie d'un plus grand tout, dont cet individu reçoive en quelque sorte sa vie et son être; d'altérer la constitution de l'homme pour la renforcer; de substituer une existence partielle et morale à l'existence physique et indépendante que nous avons reçue de la nature. Il faut, en un mot, qu'il ôte à l'homme ses forces propres pour lui en donner qui lui soient étrangères, et dont il puisse faire usage sans le secours d'autrui. Plus ces forces naturelles sont mortes et anéanties, plus les acquises sont grandes et durables, plus aussi l'institution est solide et parfaite.“ [2])

Si ce passage isolé tomboit entre les mains d'un homme de bon sens qui ne connût point l'ouvrage d'où il est tiré, le croiroit-il sorti de la plume d'un des philosophes les plus célèbres, et concevroit-il le succès que de pareilles idées ont eu en Europe et dans un siècle qui se glorifie de ses lumières? Quelle monstrueuse lé-

---

[1]) Liv. II. Chap. VI.
[2]) Liv. II. Chap. VII.

gislation que celle qui se proposeroit *de changer la nature humaine, de transformer les individus, d'altérer la constitution de l'homme, de lui substituer une autre existence, d'ôter à l'homme ses forces propres pour lui en donner qui lui seroient étrangères!* Heureusement il est plus facile de prescrire ces règles que de les exécuter. Le législateur qui auroit la vaine présomption de vouloir aller contre la nature, se verroit bientôt la victime de son projet insensé. Aussi l'auteur trouve-t-il qu'il faudroit des dieux pour donner des lois aux hommes. [1])

„Le but de l'état, ou la fin de toute législation, c'est *la liberté* et *l'égalité*. L'égalité consiste, quant à la puissance, en ce qu'elle soit au dessous de toute violence, et ne s'exerce jamais qu'en vertu du rang et des lois; et quant à la richesse, que nul citoyen ne soit assés opulent pour en pouvoir acheter un autre, et nul assés pauvre pour être contraint de se vendre.“ [2])

Sans doute cet état de choses seroit très-désirable; mais le moyen de le réaliser? C'est de quoi l'auteur n'est guère embarrassé. On prévoit que c'est encore le législateur qui fixe le terme jusqu'auquel la fortune des particuliers doit s'accroître, que c'est lui qui rend la pau-

---

[1]) Ibid.
[2]) Liv. II. Chap. XI.

vreté impossible dans toute l'étendue de l'état. Le précepte que l'auteur lui donne est très-simple: „Rapprochez les degrés extrêmes, autant qu'il est possible: ne souffrez ni des gens opulens ni des gueux." [1])

L'auteur paroît trouver tant de facilité à mettre ces préceptes en pratique, qu'il en donne encore une foule de semblables. „Peuplez également le territoire, étendez-y partout les mêmes droits, portez-y partout l'abondance et la vie, c'est ainsi que l'état deviendra tout-à-la-fois le plus fort et le mieux gouverné qu'il soit possible." [2]) S'il étoit au pouvoir d'un mortel d'opérer tous ces changemens, ne lui faudroit-il pas une intelligence divine, pour accorder les avantages qui en résulteroient pour l'état (si tant est qu'il y en auroit) avec les intérêts et les droits de chaque individu? Ce seroit une extravagance de vouloir répartir également la population sur toute l'étendue d'un territoire, tandis que c'est la possibilité d'exister qui assigne à chaque lieu particulier le nombre d'habitans qu'il lui faut. Et comment le législateur seroit-il en état d'étendre partout l'abondance? Naît-elle, se distribue-t-elle par la volonté du législateur?

---

[1]) Liv. III. Chap. XIII.
[2]) Ibid.

C'est surtout contre l'industrie que la législation austère de l'auteur se déchaîne; il la condamne, sans se douter le moins du monde de l'immense influence qu'elle exerce sur le développement de toutes les forces physiques et morales qui agissent dans la société. C'est le travail qui procure l'abondance; c'est lui qui met en jeu toutes nos facultés physiques, intellectuelles et morales; c'est dans son sein que germent les vertus privées et sociales: et c'est cette source de la prospérité individuelle et politique que l'auteur du Contract social marque du sceau de la réprobation.

„Sitôt que le service public cesse d'être la principale affaire des citoyens, et qu'ils aiment mieux servir de leur bourse que de leurs personnes, l'état est déjà près de sa ruine. Faut-il marcher au combat? ils payent des troupes, et restent chez eux. Faut-il aller au conseil? ils nomment des députés, et restent chez eux. À force de paresse et d'argent, ils ont enfin des soldats pour trahir la patrie et des réprésentans pour la vendre.“

„C'est le tracas du commerce et des arts, c'est l'avide intérêt du gain, c'est la mollesse et l'amour des commodités qui changent les services personnels en argent. On cède une partie de son profit, pour l'augmenter à son aise. Donnez de l'argent, et bientôt vous au-

rez des fers. Ce mot de finance est un mot d'esclave; il est inconnu dans la cité" [1]).

Ces paradoxes ont quelqu' apparence de vérité, et la chaleur avec laquelle l'auteur les énonce, leur a gagné des partisans: mais qu'on s'y arrête un moment, et l'on verra qu'ils contredisent la nature et l'expérience.

A mesure que la société avance en civilisation, les différentes occupations se divisent et se classent. Plus cette division fait des progrès, et plus elle facilite le développement de toutes les facultés physiques et intellectuelles de l'homme. Vouloir l'arrêter, ce seroit arrêter les progrès de l'esprit humain, ce seroit mettre des bornes à la perfectibilité de l'homme, ce seroit dégrader la nature d'un être libre et intelligent, et se révolter contre les desseins de l'auteur de la nature.

Or si la division fait des progrès, il est impossible que le service public ne devienne aussi la tâche particulière de quelque classe de citoyens. Chaque individu étant constamment occupé à une seule et même profession, il n'a plus ni la capacité ni le loisir de vaquer aux affaires publiques. Ce changement, loin d'être nuisible à la société, lui procure, au contraire, une infinité

---

[1]) Liv. III. Chap. XV.

d'avantages. Chaque branche de l'administration devenant une occupation séparée de toutes les autres, se perfectionne de même que les métiers des particuliers.

Reste à savoir si la liberté n'y perd. Les troupes réglées, dira-t-on, sauront mieux défendre le pays, mais elles le trahiront; les administrateurs publics seront plus habiles à gouverner, mais ils vendront les intérêts de la nation. Cette conséquence est-elle fondée dans la nature des choses? Résulte-t-elle nécessairement des progrès de la civilisation? La pauvreté et les moeurs simples garantissent-elles toujours la liberté? Et les nations les plus industrieuses et les plus riches de l'Europe, ne sont-elles pas aussi les plus libres?

L'auteur, en établissant son gouvernement populaire, a très-bien senti les inconvéniens qui en résulteroient pour les affaires privées, dont, après tout, on ne peut se passer. La liberté est un bien précieux, mais elle suppose l'existence; pour pouvoir aller au conseil, au combat, il faut avoir à diner. Le moyen de pourvoir aux nécessités de la vie dans un pays, où les affaires *de la cité* absorbent tout le tems et toutes les facultés des citoyens? La manière dont l'auteur a résolu ce problème est une preuve éclatante jusqu'où les meilleurs esprits peuvent s'égarer, quand ils se laissent aller à des spécu-

lations creuses, sans consulter la nature humaine et les rapports éternels et immuables de notre existence sociale.

„Chez les Grecs, continue l'auteur, tout ce que le peuple avoit à faire, il le faisoit par lui-même. Il étoit sans cesse assemblé sur la place, il habitoit un climat doux, il n'étoit point avide, *des esclaves faisoient ses travaux*, sa grande affaire étoit sa liberté.“

„Quoi! la liberté ne se maintient qu'à l'appui de la servitude? Peut-être. Les deux excès se touchent. Pour vous, peuples modernes, vous n'avez point d'esclaves, mais vous l'êtes; vous payez leur liberté de la vôtre. Vous avez beau vanter cette préférence, j'y trouve plus de lâcheté que d'humanité.“ [1])

Voilà donc le philosophe le plus ami des hommes conduit par son propre raisonnement à regretter l'esclavage. Pour faire jouir un petit nombre de citoyens d'une liberté chimérique (celle dont jouissoit la Grèce, peut-on l'appeller autrement?) il se voit dans la nécessité de condamner la majeure partie des habitans de la république à perdre ses droits d'hommes, ses droits naturels et imprescriptibles. Certes, il faut se rappeller que J. J. Rousseau a d'autres titres à la reconnoissance des

---

[1]) Ibid.

*

hommes, pour lui pardonner une erreur si volontaire et si révoltante!

J'ouvre *l'Esprit des lois*, et j'y trouve le même principe, les mêmes conséquences, quoique modifiées d'une autre manière. Si J. J. Rousseau met le salut des peuples dans cette liberté politique qu'il veut établir aux dépens de toute liberté morale, Montesquieu semble regarder les trois formes de gouvernement simples comme autant de conditions essentielles du genre-humain. À l'entendre, on diroit que les hommes n'existent que pour être membres d'une république, ou sujets d'un monarque, ou esclaves d'un despote. Tous les rapports individuels et sociaux, les penchans des hommes, leurs vices et leurs vertus, les occupations des particuliers et jusqu'à leurs amusemens, doivent être conformes à ces trois genres d'existence politique. Et comme il est à prévoir que la nature humaine ne se prêtera pas d'elle-même à cette transformation, il faut avoir recours à l'éducation politique. C'est encore le législateur qui se charge de ce grand objet: ordonner et défendre, voilà la maxime principale; c'est par les lois qu'on parvient à rendre les hommes tels qu'ils doivent être pour chaque gouvernement, malgré le but commun à la plupart de ces institutions, qui est la liberté civile et politique.

Tels sont les principes qui caractérisent essentiellement ce systême; systême erroné par lui même, mais relevé par des vues profondes, orné par le fruit d'une lecture immense, et embelli par toutes les grâces de l'esprit. On admirera toujours l'Esprit des lois comme un des ouvrages les plus utiles et les plus intéressans; mais le tems approche où ses dogmes politiques seront désavoués par la raison. C'est un édifice dont les matériaux sont précieux, mais la construction en est défectueuse [1]).

C'est cependant ce plan d'architecture même, dont l'auteur prétend tirer sa principale gloire. „J'ai bien des fois commencé, dit-il, et bien des fois abandonné cet ouvrage; j'ai mille fois envoyé aux vents les feuilles que j'avois écrites; je sentois tous les jours les mains paternelles tomber; je suivois mon objet sans former de dessein; je ne connoissois ni les règles ni les exceptions; je ne trouvois la vérité que pour la perdre. Mais quand

---

[1]) „Tout en rendant hommage à l'immortelle production de Montesquieu, l'une des plus belles de l'esprit humain, on ne peut s'empêcher d'y voir souvent l'effort de l'auteur pour ramener à de certaines maximes générales par lui adoptées, les diverses lois, institutions et coutumes qu'il passe en revue. Ces sortes de jeux d'esprit, quand ils réussissent, excitent la surprise et l'admiration que produit un tour de force; mais si cette manière rend les succès plus brillans, elle expose aussi à beaucoup de chutes.“ *Garnier*, Note XXI. à la suite de sa trad. de l'ouvrage de Smith.

j'ai découvert mes *principes*, tout ce que je cherchois est venu à moi." [1])

Et quels sont ces principes auxquels l'auteur se plait d'attribuer tout le succès de son immense travail? Qu'il y a trois formes de gouvernement simples, la républicaine, la monarchique et la despotique, et que les lois doivent être rélatives tant à la nature de ces gouvernemens, c'est-à-dire, à ce qui les constitue, qu'à leur principe, c'est-à-dire, à ce qui les soutient et les fait agir. Or le principe de la démocratie est la vertu; celui de l'aristocratie, la modération; dans les monarchies, c'est l'honneur; sous le despotisme enfin, c'est la crainte. Plus ces principes sont en vigueur, plus le gouvernement est stable; plus ils s'altèrent et se corrompent, plus il incline à sa destruction.

Voilà la charpente du système de l'esprit des lois: on sent facilement quels doivent en être les effets pour tout ce qui tient à l'exécution. Bien loin d'attribuer, avec l'auteur, la réussite de son entreprise à la découverte de ces principes, on trouvera, au contraire, que c'est malgré eux que le génie de *Montesquieu* est par-

---

[1]) De l'esprit des lois, Préface.

venu à faire de son système un livre vraiment utile au genre humain.

Si des écrivains du génie de *J. J. Rousseau* et de *Montesquieu* ont pu se méprendre sur le véritable but des institutions sociales, il étoit bien permis à des esprits moins vastes de s'y méprendre aussi. Voilà ce qui est arrivé à la plupart des auteurs politiques qui ont écrit dépuis: livrés à toutes les erreurs de leurs maîtres, ils n'ont fait que suivre leurs traces. Mais les esprits spéculatifs même qui, dédaignant de professer les doctrines déjà établies, ont essayé de se franchir des routes plus sûres, n'ont pu atteindre ce but, puisqu'ils partoient du même principe qui avoit égaré leurs précurseurs. Tel a été (pour citer un des exemples les plus récens) le sort de M. de Schloezer dans son ouvrage sur la science du gouvernement [1]), ouvrage distingué d'ailleurs par l'originalité des vues qui s'y trouvent répandues. L'auteur jouit à juste titre d'une grande réputation; il enseigne depuis vingt ans les sciences politiques dans une des premieres universités d'Allemagne; sa doctrine a trouvée d'habiles commentateurs, et elle conserve encore de la vogue: il n'est donc pas inutile d'examiner les fondemens

---

[1]) Staatsgelahrtheit. Erster Theil. Gött. 1793.

sur lesquels M. de Schloezer établit un systeme mûri depuis tant d'années et qui est si généralement répandu.

L'état, selon M. de Schloezer, a plusieurs fins. „Le but suprême et général, dit-il, est *le bien-être des citoyens*, autant qu'il est possible de l'obtenir, de le favoriser et de l'augmenter par l'institution sociale. Ce bien-être se compose de différens élémens. Le premier est *la sûreté:* elle fait le but négatif, l'objet commun à tous les gouvernemens, même aux plus incivilisés. Les autres élémens du bien-être consistent dans *la richesse, la population, les lumières* et *les moeurs:* ce sont les objets positifs du gouvernement" [1]).

Cette distinction nous paroît peu fondée. L'auteur appelle la sûreté le *but négatif* du gouvernement, apparemment parce qu'il la regarde comme un bien négatif: mais les mesures du gouvernement pour l'obtenir, ne sont-elles pas toutes des mesures directes?

Les mesures qu'il appelle *positives*, requièrent selon lui la coopération directe du gouvernement: mais cette thèse n'est-elle pas contraire au principe que l'auteur lui même établit? „Chaque homme, dit-il, a soin de son propre bonheur: il ne désire que de pouvoir suivre le

---

[1]) p. 17 suiv.

chemin qu'il a choisi pour y parvenir, sans que son activité soit troublée ou arrêtée par des causes extérieures. C'est là le motif qui l'engage à se faire membre de la société. Tout ce qu'il en demande d'abord, c'est sûreté et protection.“ [1])

L'auteur regarde *la sûreté* comme l'objet le plus simple du gouvernement et comme le plus facile à atteindre; il en parle presqu'avec une espèce de dédain. „Le but primitif de l'état, dit-il, se réduit à la seule protection; c'est la tâche la plus circonscrite du gouvernement; c'est celle à laquelle les gouvernemens barbares se bornent. [2])“ L'expérience semble prouver que c'est la tâche la plus compliquée et la plus difficile; les gouvernemens les plus civilisés ne suffisent jamais pour l'atteindre parfaitement.

La richesse, continue l'auteur, est le résultat de l'industrie. Les trois genres d'industrie (l'agriculture, les métiers et le commerce) sont l'affaire particulière du citoyen: le gouvernement ne fait que les diriger.“ [3]) Cette thèse a-t-elle encore besoin d'être réfutée? Le seul moyen direct dont le gouvernement peut disposer en fa-

---

[1]) p. 17.
[2]) Ibid.
[3]) p. 19.

veur de l'industrie, c'est la garantie du libre emploi de toute faculté productive. Les travaux productifs s'engendrent naturellement les uns les autres, et reçoivent leurs modifications des rapports inhérens à leur nature. Le développement le plus utile des facultés productives ne peut donc avoir lieu que lorsque chaque individu productif est le maître d'employer son capital et son travail de la manière qui lui paroît la plus profitable. Toute mesure du gouvernement qui tend à donner à ces capitaux et à ces travaux un emploi autre que celui qu'ils auroient choisi d'eux-mêmes, devient inutile ou nuisible, parceque le gouvernement ne peut jamais juger de l'emploi des facultés productives aussi bien que l'intérêt privé, et que ses mesures, en détournant les facultés productives des canaux naturels, leur font prendre une pente artificielle. Ainsi ces mesures, loin d'opérer le moindre bien, ne font que retarder les progrès de la richesse nationale, comme il arrive partout quand l'ordre naturel des choses se trouve troublé.

On ne conçoit pas trop comment *la population* peut former un objet positif du gouvernement, surtout dans le sens où Mr. de Schloezer en parle. „La thèse, dit-il, que plus un peuple est nombreux, plus il est susceptible de devenir heureux, cette thèse est vraie du moins jus-

qu'à un certain point. De là la doctrine de la population: elle enseigne les secrets par lesquels une administration se voit en état de répéter le mot créateur: *faciamus homines!* " [1]) Quels sont ces secrets? Et s'il en existe, le gouvernement se chargera-t-il aussi du soin de nourrir les hommes qu'il aura créés? La population est la suite de la richesse, et celle-ci est le résultat de l'industrie. Les hommes ne se multiplient que là où ils trouvent les moyens de vivre, et ils se multiplient partout où ils trouvent ces moyens. La tâche de l'état se borne à écarter les causes naturelles qui peuvent devenir nuisibles à l'augmentation de l'espèce humaine; ce soin rentre dans la classe de ceux qui forment le but de la sûreté: c'est l'objet de la police générale.

L'auteur accorde au gouvernement la faculté d'influencer le progrès des *lumières* ainsi que des *moeurs* qui en sont inséparables. Il ne disconvient pas „que ces deux objets n'appartiennent aux efforts particuliers des citoyens; mais le gouvernement, ajoute-t-il, peut exercer sur eux une influence étonnante." [2]) Sans doute; mais l'auteur entend une influence utile; s'il s'agit de celle-là, elle se réduit pour la plupart aux seules mesures négatives.

---

[1]) p. 20.
[2]) Ibid.

Enfin l'auteur agite la question: „S'il ne faut pas ajouter à ces différens élémens du bien-être celui *d'une vie aisée et commode?* Il n'y a pas de doute, continue-t-il, que le gouvernement ne soit obligé d'y pourvoir: mais comme il ne peut s'acquitter de cette tâche que lorsque la population croissante rassemble les citoyens; cette branche utile de l'administration peut être réservée à la police.“ [1]) Que de devoirs! Le gouvernement suffira-t-il à tant de besogne? Après l'avoir chargé de quatre fonctions si importantes, l'auteur en exige encore de nouveaux soins, dont il est difficile de reconnoître l'objet. Qu'est ce qu'il entend par une vie aisée et commode? Le soin de la procurer, embrasse-t-il des objets de sûreté ou des objets d'agrément? S'agit-il de la propreté des villes, de rues éclairées, pavées et bien percées, de l'emplacement convenable des marchés publics etc.: ces objets sont du ressort de la police, parceque le défaut de toutes ces commodités compromettroit la sûreté des citoyens. S'agit-il de promenades publiques, de spectacles, de divertissemens: comment prouveroit-on le devoir du gouvernement de procurer ces agrémens au peuple? et quelle ligne de démarcation trace-

---

[1]) pag. 21.

roit-on entre l'utile et le superflu, entre le raisonnable et l'extravagant?

En exigeant de l'administration publique des soins si multipliés et d'une nature si diverse, l'auteur avoit raison de dire, que *les fonctions du gouvernement sont presqu'innombrables et extrêmement variées.* [1]) Aussi l'en dispense-t-il pour les premiers tems de la société, ce tems de barbarie, où le gouvernement ne suffit que pour obtenir la sûreté. „Mais à la suite des progrès de la civilisation, dit-il, l'on découvre que le dépôt sacré de tant de facultés réunies par l'association politique peut encore suffire à d'autres objets qu'à la seule sûreté; qu'un peuple est d'autant plus heureux qu'il est plus riche, plus nombreux et plus instruit, et qu'un gouvernement éclairé est à même d'exercer une puissante influence sur les efforts des particuliers pour y parvenir. Dès qu'on fait cette découverte, on exige du gouvernement comme un devoir cette influence, qui n'aguère n'étoit accordée que comme une grâce." [2]) Malheur au pays où les sujets forment des prétentions si déraisonnables, et où le gouvernement se livre à la funeste présomption de pouvoir y suffire! Plus ce dernier s'efforce de remplir son

---

[1]) p. 16.
[2]) p. 18.

devoir, plus le but de ses travaux sera manqué. Quelle source intarissable de mécontentemens, de plaintes et de dégoûts pour le souverain comme pour le peuple!

Non content d'avoir rejetté sur le gouvernement le soin de rendre les citoyens riches, nombreux, éclairés, vertueux, et de leur procurer une vie aisée et commode, l'auteur prétend encore que ce soin ne doit jamais cesser, quel que soit le degré de civilisation que la nation ait atteint. Un écrivain judicieux lui a fait quelques objections sur cette thèse. Toute direction de la part du gouvernement, a-t-il dit, suppose dans la nation un état d'enfance: on ne guide que ceux qui sont hors d'état de marcher seuls. À quelle époque le gouvernement abandonnera-t-il la lisière? et cette enfance prétendue ne sera-t-elle pas prolongée au gré des gouvernans? Mr. de Schloezer s'est contenté de répondre, *que les quatre cinquièmes de l'espèce humaine ne sortent jamais de l'enfance*, et *il en conclut que le gouvernement ne peut jamais lacher la lisière*, c'est-à-dire que la presque totalité des hommes ne parvient jamais à reconnoître ses véritables intérêts sur les objets qui tiennent le plus au bonheur individuel; qu'elle n'apprend jamais comment il faut s'y prendre pour augmenter le nombre des citoyens, pour se procurer les besoins et les agrémens de la vie, pour acquérir des lumiè-

ses et pour devenir vertueux. Eh! qui sont donc ces instituteurs du genre-humain qui seuls possèdent le secret de conduire les hommes vers leur destination? Si, dans les commencemens de la civilisation, les lumières se trouvent ordinairement concentrées dans le cercle étroit de ceux qui ont part à l'administration, ne les voit-on pas, dans les progrès de la société, répandues principalement parmi cette classe nombreuse, qui, également éloignée des deux extrêmes de la richesse et de la pauvreté, jouit de tous les avantages de la civilisation, sans être exposée à ses inconvéniens? Et qu'ils sont rares les pays, où les vertus et les lumières de cette classe respectable se trouvent appellées aux hautes fonctions de l'état! Qu'ils sont rares les exemples, où les gouvernans mettent à profit ces lumières et ces vertus, même indirectement! Si telle est la pratique des gouvernemens bien-intentionnés, qu'on juge de la nature d'une *direction suprême* confiée à des guides qui seroient animés par des motifs contraires!

On voit que le système de Mr. de *Schloezer* est basé, tout aussi bien que ceux de *J. J. Rousseau* et de *Montesquieu*, sur le *principe de contrainte*. Or les systêmes bâtis sur ce principe dégradent l'espèce humaine, par la fausse supposition, que les peuples sont incapables

de se civiliser sans l'intervention positive du gouvernement; ils sont en contradiction avec eux-mêmes, puisque d'un côté ils accordent au citoyen la garantie de tous ses droits, et que d'un autre côté ils l'en privent, en soumettant le développement de ses facultés à la direction d'une autorité étrangère; enfin ils sont chimériques, puisqu'ils chargent le gouvernement de soins dont il ne peut jamais s'acquitter et dont l'effet présumé est incompatible avec la nature morale de l'homme, puisque l'homme, comme un être libre, ne peut se développer que librement.

Il n'est plus difficile aujourdhui de reconnoître ces grandes vérités. Des recherches plus approfondies sur l'origine et les causes du développement des facultés humaines ont conduit à d'autres résultats, plus conformes à la nature morale de l'homme; elles ont fait naître le *principe de la liberté naturelle*, qui trouve dans le désir inné de l'homme d'améliorer son sort, le germe de son développement, germe qui ne demande, pour pousser, que de n'être pas étouffé par des causes extérieures. D'après cette théorie, le seul but du gouvernement consiste à protéger les efforts naturels de l'homme pour son développement; toute mesure qui tend à les exciter ou à les favoriser directement, est censée être inutile ou nuisible.

C'est surtout à *Smith* que le genre-humain est redevable de cette doctrine, dont les siècles à venir recueilleront le fruit; c'est lui qui en a posé les premiers fondemens dans son ouvrage immortel sur la richesse des nations. [1]) Ce grand génie politique a donné une théorie et non un système; il ne se borne pas à produire les résultats de ses recherches, il nous conduit par le sentier qu'il s'est frayé lui-même à travers les erreurs et les préjugés qui occupent le domaine de l'abstraction. C'est par la plus profonde analyse des facultés humaines et des lois d'après lesquelles elles se développent, qu'il descend aux conséquences qui forment la base de son système politique, et il est impossible de présenter ce dernier dans toute la clarté nécessaire, sans remonter avec l'auteur aux principes qui le constituent. Ces recherches analytiques se trouvent éparses dans son ouvrage; la chaîne qu'elles forment est souvent interrompue et il y manque quelquefois des chaînons: j'essaierai de la réunir, de concentrer les idées essentielles du philosophe et de

[1]) En comparant les écrits politiques de *Hume* avec ceux de *Smith*, on découvre une grande affinité de principes. *Hume* a négligé de réunir ses idées sur la politique en un corps de doctrine; mais on s'apperçoit aisément du système qui leur sert de base. Ses *Essais* ont surtout contribué à diriger l'attention des philosophes anglais sur les matieres d'économie politique, et il paroît que *Smith* lui doit plus que ce secours accidentel.

les présenter dans l'ordre qui me paroît le plus favorable pour en faire sentir la liaison et l'harmonie.

Mais en me livrant à cette occupation séduisante, je n'ai pas seulement en vue de faciliter l'étude du système de *Smith* et de contribuer à répandre les grandes et utiles vérités qu'il renferme : mon but est encore de relever les points de sa doctrine qui sont susceptibles de controverse. Quelques-unes de ces thèses n'ont peut-être essuyées la critique, que faute d'avoir été bien entendues : j'essaierai de les justifier, en les développant. Il y en a d'autres qui ne me paroissent pas avoir ce degré d'évidence que l'auteur semble leur attribuer : à celles-ci j'opposerai les doutes que l'étude et l'expérience m'ont fournis. Quelque grand que soit le mérite de ce philosophe, l'admiration et la reconnoissance ne doivent point nous entraîner à suivre aveuglément ses traces. C'est honorer son génie, que d'exercer un scepticisme raisonnable sur sa doctrine, spécialement sur les parties, où, cessant de combattre les préjugés et les erreurs, il paroît devenir lui-même dogmatique. Ce n'est que de cette manière qu'on peut parvenir à porter son principe au plus haut degré d'évidence, et cette tâche, toute périlleuse qu'elle est, devient d'autant plus nécessaire, que déjà quelques sectateurs de *Smith* commencent à donner à

sa doctrine une extension qu'il désavoueroit apparemment lui-même. Frappés de la vérité et des conséquences de son principe, entraînés par l'attrait d'une nouvelle découverte et jaloux de faire rejaillir sur eux une partie de la gloire due à son auteur, ils ont renchéri sur sa thèse, ils ont condamné lorsqu'il ne se permettoit que de douter, ils ont donné des préceptes lorsqu'il s'est borné à des conseils, et ils ont fini par s'égarer sur une route où ce philosophe circonspect et modeste marchoit avec sûreté.

---

*

DÉVELOPPEMENT DU PRINCIPE DE LA LIBERTÉ NATURELLE, OU EXPOSITION SOMMAIRE DE LA DOCTRINE DE SMITH SUR L'OBJET DU GOUVERNEMENT.

PAR

H. STORCH.

Présenté le 28. Mai 1806.

PREMIÈRE PARTIE.

Des progrès naturels de la civilisation.

§ 1.

La civilisation de l'homme commence par le *bien-être physique.* Il lui est impossible de faire des progrès dans le développement de ses facultés intellectuelles et morales, avant d'avoir suffisamment pourvu à ses besoins physiques.

§ 2.

Il ne peut y pourvoir que par le *travail.* [1]) Mais le travail est une peine, il répugne à l'homme. Pour

[1]) Richesses des nations, Introd. — Comme j'ai tâché de conserver, pour toutes les thèses fondamentales, les propres expressions de l'auteur, il est nécessaire d'indiquer que j'ai suivi l'excellente traduction de Garnier.

le tirer de l'inertie, la nature lui a donné *l'instinct de sa conservation.*

§ 3.

L'activité de l'homme n'iroit pas bien loin, s'il n'avoit à satisfaire qu'aux besoins qu'exige sa conservation. Pour le pousser en avant, la nature l'a rendu infiniment plus susceptible d'impressions agréables et désagréables que ne le sont les autres animaux. Ses désirs et ses dégoûts s'étendent sur bien plus d'objets. Enfin l'homme, dans quelque situation qu'il se trouve, nourrit toujours le *désir d'améliorer son sort,* [1]) et ce désir, quoiqu'il n'ait pas la vivacité passagère d'une passion, n'en exerce pas moins un empire étonnant sur lui, et suffit seul pour lui faire surmonter tous les obstacles qui s'opposent à son développement.

§ 4.

Le désir d'améliorer son sort fait naître le *penchant à trafiquer.* [2]) Ce penchant et le travail sont les deux

---

[1]) Liv. II. Chap. III.

[2]) Liv. I. Chap. II. Smith ne veut point décider, si ce penchant est un des premiers principes de la nature humaine, ou s'il est une conséquence nécessaire de l'usage du raisonnement et de la parole. Il paroît, que le penchant à trafiquer trouve sa source dans le désir de l'homme d'améliorer son sort: personne ne seroit disposé à faire des échanges, s'il n'espéroit y gagner et se procurer la possession d'un objet plus utile ou plus agréable que celui dont il cède la propriété, ou en d'autres termes, s'il n'espéroit pas d'ameliorer sa situation.

conditions indispensables du perfectionnement de l'homme, et les causes primitives et toujours agissantes de son bien-être physique.

C'est surtout le penchant à trafiquer qui agit sur le développement de l'homme. Les animaux travaillent aussi, mais aucun animal n'est riche ou ne peut le devenir. Quelques espèces d'animaux à la vérité amassent des provisions, mais elles ne peuvent les échanger contre d'autres. Bornés à leur existence actuelle, le produit de leur travail n'est utile qu'à eux. Aussi n'ont ils guère besoin de provisions accumulées. Chaque animal, parvenu à sa pleine croissance, est un être absolument indépendant. L'homme, au contraire, a presque continuellement besoin du secours de ses semblables, et c'est en vain qu'il l'attendroit de leur seule bienveillance : il est plus sûr de son fait, en s'adressant à leur intérêt personnel.

S'il paroît que la nature a été plus avare envers l'homme, dans le fond elle a été infiniment plus libérale envers lui. C'est sa foiblesse qui le rend le plus fort de tous les êtres ; c'est sa dépendance qui lui soumet la nature entière. La dépendance des hommes étant réciproque, chacun peut rendre des services à ceux qui lui en ont rendu. C'est ainsi que naît l'échange des besoins

mutuels, et avec lui le motif de travailler et de produire plus que les besoins du moment exigent.

Sans la faculté de troquer, l'homme ne seroit jamais sorti de l'état sauvage. Le sauvage, pressé par les besoins, travaille bien aussi, mais il ne travaille que pour ses besoins individuels, pour ses besoins instantanés; il lui seroit inutile d'amasser des provisions. Mais dès le moment qu'il parvient à reconnoître la possibilité de troquer le produit de son travail contre celui d'un autre, il se sent porté à travailler plus que les besoins du moment requièrent.

§ 5.

C'est de ces échanges que naît la *division du travail,* [1]) source de son perfectionnement et d'où découlent des avantages innombrables pour la société. Dans une ttibu de chasseurs, un individu fait des arcs et des flèches avec plus de célérité et d'adresse que les autres. Il troque souvent avec ses compagnons ces sortes d'ouvrages contre du gibier, et il s'apperçoit bientôt que par ce moyen il peut se procurer plus de gibier, que s'il se mettoit lui-même en campagne pour en avoir. Par calcul d'intérêt donc, il fait sa principale affaire de fabriquer

---

[1]) Liv. I. Chap. I.

des arcs et des flèches, et le voilà une espèce d'armurier.

Dès qu'un homme se voue à un travail particulier, il fait beaucoup plus d'ouvrage et le fait mieux. Il épargne du tems, sa dextérité s'accroît, et enfin il parvient à inventer des instrumens et des machines qui facilitent et abrègent son travail. Ces avantages donnent lieu à une plus grande subdivision de travail : à mesure qu'elle est poussée plus loin, elle augmente d'une manière étonnante les facultés productives du travail. Un ouvrier peut à peine faire une épingle dans la journée ; dix ouvriers, dont chacun ne s'occupe que de la dixième partie de ce travail, font au delà de 48 milliers ; donc chaque ouvrier peut être considéré comme faisant dans sa journée 4800 épingles.

C'est cette division du travail qui rend les nations riches, c'est-à-dire qui leur procure une abondance de choses propres aux besoins et aux commodités de la vie. Les peuplades sauvages, où chaque individu est plus ou moins occupé à un travail utile, sont pourtant pauvres. Chez les nations civilisées au contraire, il y a un grand nombre d'oisifs, et beaucoup d'entr'eux consomment un produit décuple ou centuple de ce que consomme la plus grande partie des travailleurs : cependant la somme du

produit du travail est si grande, que tout le monde y est abondamment pourvu.

§ 6.

Comme c'est la faculté d'échanger qui donne lieu à la division du travail, l'accroissement de cette division est toujours limité par l'étendue de la faculté d'échanger, c'est-à-dire par *l'étendue du marché.* [1])

La facilité des transports par eau ouvre un marché plus étendu à chaque espèce d'industrie, que ne fait le seul transport par terre; à l'aide de la navigation, 6 ou 8 hommes peuvent conduire et ramener entre Londres et Édimbourg la même quantité de marchandises, que 50 chariots, conduits par 100 hommes et traînés par 400 chevaux. Aussi c'est sur les côtes de la mer et le long des rivières navigables que l'industrie de tout genre commence à se subdiviser et à faire des progrès, et ce n'est que longtems après que ces progrès s'étendent jusqu'aux parties intérieures du pays.

§ 7.

Dans les commencemens de l'établissement de la division, la faculté d'échanger éprouve de fréquens embarras dans ses opérations. Souvent celui qui a plus d'une certaine denrée qu'il ne lui en faut, ne peut la débiter, parceque les autres n'ont à offrir en échange que des

[1]) Liv. I. Ch. III.

choses dont il se trouve déjà pourvu. Ces inconvéniens conduisent naturellement chaque individu à l'idée d'avoir par devers lui, dans tous les tems, une certaine quantité de quelque marchandise qui fut de nature à convenir à tant de monde, que peu de gens fussent disposés à la refuser en échange du produit de leur industrie. Les métaux, et surtout les métaux précieux, se prêtent mieux à cet usage que toute autre denrée. La difficulté et l'embarras de peser et d'essayer ces métaux donne lieu à l'institution du coin. De là l'origine de la *monnaie* [1]).

§. 8.

La division du travail ne peut avoir lieu que lorsqu' il existe quelque part un fonds de denrées amassé d'avance, pour faire subsister l'ouvrier et lui fournir en outre la matière et les instrumens nécessaires à son ouvrage. Ce fonds de denrées se nomme *capital*. [2]) Ainsi que l'accumulation d'un capital est un préalable nécessaire à la division du travail, le travail ne peut recevoir de subdivisions ultérieures, qu'à proportion que les capitaux se sont préablement accumulés de plus en plus.

De même que le travail ne peut acquérir une grande extension de puissance productive, sans une accumulation

---

[1]) Liv. I. Chap. IV.
[2]) Liv. II. Introd.

préalable de capitaux, de même l'accumulation des capitaux amène naturellement cette extension. Ainsi non seulement la quantité d'industrie augmente dans un pays à mesure de l'accroissement du capital qui la met en activité, mais encore, par une suite de cet accroissement, la même quantité d'industrie produit une beaucoup plus grande quantité d'ouvrage.

§ 9.

La cause immédiate de l'augmentation des capitaux, c'est *l'économie.* [1]) Tout ce qu'un individu épargne sur son revenu, il l'ajoute à son capital.

Il est rare que la prodigalité ou la conduite imprudente des individus dans leurs affaires puisse jamais beaucoup influer sur la fortune d'une grande nation; la profusion ou l'imprudence de quelques-uns se trouvant toujours plus que compensée par l'économie et la conduite prudente des autres.

Le principe qui nous porte à dépenser, c'est la passion pour les jouissances actuelles, qui, en général, est passagère et accidentelle: le principe qui nous porte à épargner, c'est le désir d'améliorer notre sort, désir calme, mais qui naît avec nous et ne nous quitte qu'au tom-

---

[1]) Liv. II. Chap. III.

beau. Or une augmentation de fortune est le moyen le plus commun et qui vient le premier à la pensée de ceux qui se proposent d'améliorer leur sort; et la voie la plus simple et la plus sûre d'augmenter sa fortune, c'est d'épargner une partie de ce qu'on gagne.

À l'égard de la conduite des affaires, le nombre des entreprises sages et heureuses est partout beaucoup plus considérable que celui des entreprises imprudentes et malheureuses.

Les grandes nations ne s'appauvrissent jamais par la prodigalité et la mauvaise conduite des particuliers, mais quelquefois bien par celle de leur gouvernement, et même dans ces circonstances l'économie et la sage conduite privée suffisent pour compenser l'effet des profusions excessives du gouvernement. Cet effort constant, uniforme et jamais interrompu de tout individu pour améliorer son sort, ce principe qui est la source primitive de l'opulence publique et nationale aussi bien que de l'opulence privée, a souvent assés de puissance, pour maintenir, en dépit des folies du gouvernement et des erreurs de l'administration, le progrès naturel des choses vers une meilleure condition.

§ 10.

L'accroissement du capital d'une nation ne peut donc avoir lieu qu'autant que son industrie produit plus de choses que sa consommation stérile n'en détruit. Nous disons: sa consommation *stérile*, car tout ce qui est annuellement épargné, est aussi régulièrement consommé que ce qui est annuellement dépensé, mais il est consommé par une autre classe de gens. La portion du revenu d'un homme riche qu'il dépense, est le plus souvent consommé par des gens dont le travail n'ajoute rien à la valeur des objets sur lesquels il s'exerce, et qui ne laissent rien en retour de leur consommation. Ces gens sont appellés *salariés non productifs*. La portion du revenu qu'un homme riche épargne annuellement, quand il l'emploie en capital pour en tirer profit, est consommée de même, mais par des ouvriers qui reproduisent avec profit la valeur de leur consommation, ou par des *salariés productifs*. Un particulier s'enrichit à employer une multitude d'ouvriers fabricans, il s'appauvrit à entretenir une multitude de domestiques. Ce qui est dit du capital d'un individu, s'applique de même au capital d'une nation, lequel n'est autre chose que celui de tous les individus qui la composent. [1])

---

[1]) Liv. II. Chap. III.

§ 11.

Les capitaux ne peuvent *s'employer* utilement que de *quatre manières:* [1])

1°. à multiplier les produits bruts;

2°. à les préparer pour l'usage et la consommation, ou à les manufacturer;

3°. à acheter en gros, pour revendre de la même manière;

4°. à acheter en gros, pour revendre en détail.

§ 12.

Ces quatre sortes d'emploi sont également nécessaires les uns aux autres, et ils s'entretiennent réciproquement; mais comme ils mettent plus ou moins de travail en activité, ils augmentent aussi dans des proportions très différentes la valeur du produit annuel de la terre et du travail.

Le capital du *détailleur* remplace, avec un profit en sus, le capital du marchand en gros. Ce capital n'emploie pas d'autre ouvrier productif que le détailleur lui-même. Le profit de celui-ci forme toute la valeur que ce capital ajoute au produit annuel.

---

[1]) Liv. II. Chap. V.

Le capital du *marchand en gros* remplace avec leurs profits les capitaux des cultivateurs et des manufacturiers; il emploie aussi les voituriers et les matelots qui se chargent du transport, et augmente le prix des marchandises de la valeur des salaires de ces ouvriers, aussi bien que de celle de ses propres profits. Il met beaucoup plus de travail en activité, et ajoute beaucoup plus de valeur au produit annuel, que le capital du détailleur.

Une partie du capital du *manufacturier* est employée comme *capital fixe* dans les instrumens de son métier, et remplace, avec un profit en sus, le capital de quelqu' autre ouvrier dont il les achète. Une partie de son *capital circulant* est employée à acheter des matières, et remplace, avec un profit en sus, les capitaux des cultivateurs qui lui vendent ces matières. Une autre partie de ce même capital se distribue entre les différens ouvriers qu'il emploie. Ce capital ajoute à la valeur des matières celle des salaires des ouvriers et celle des profits du maître. Ainsi il met en activité une bien plus grande quantité de travail productif, et ajoute une bien plus grande valeur au produit annuel, que le capital du marchand en gros.

Le capital du *cultivateur* emploie comme ouvriers productifs non seulement les valets de ferme, mais encore les bestiaux de labour et de charroi. D'ailleurs, dans

la culture de la terre, la nature travaille conjointement avec l'homme, sans que son travail coûte la moindre dépense. Ainsi les hommes et les bestiaux employés aux travaux de la culture, non seulement, comme les ouvriers des manufactures, donnent lieu à la reproduction d'une valeur égale à leur consommation ou au capital qui les emploie, en y joignant de plus les profits des capitalistes; mais ils reproduisent encore une autre valeur, savoir la *rente* du propriétaire. Cette rente peut être considérée comme le produit de la puissance de la nature, dont le propriétaire prête l'usage au fermier. De toutes les manières dont un capital peut être employé, c'est sans comparaison la plus avantageuse à la société.

§ 13.

Autre différence. Les capitaux qu'on emploie dans une société à la *culture des terres* et au *commerce de détail*, restent toujours nécessairement dans le sein de cette société.

Le capital du *manufacturier* doit sans contredit résider au lieu de l'établissement de la manufacture; mais le local de cet établissement peut être souvent à une grande distance, tant de l'endroit où croissent les matières, que de celui où se consomme l'ouvrage fait.

Le capital du *marchand en gros* n'a nulle part de résidence fixe ou nécessaire ; il se promène volontiers de place en place, suivant qu'il peut trouver à acheter à meilleur marché ou à vendre plus cher. Ce capital peut être employé de trois manières, et alors il contribue dans des degrés fort différens à soutenir et encourager l'industrie nationale.

Si ce capital est employé à échanger des produits de l'industrie nationale contre des produits de même origine, alors il remplace, à chaque opération qu'il fait, deux capitaux distincts, employés l'un et l'autre à faire aller le travail productif de la nation. *(Commerce intérieur.)*

S'il est employé à échanger des produits de l'industrie nationale contre des produits de l'industrie étrangère, pour la consommation intérieure, alors il sert pour moitié à l'entretien de cette industrie étrangère, et ne rend plus à l'industrie nationale que la moitié du service qu'il eût pu lui rendre, s'il eût été employé de la première manière. *(Commerce étranger de consommation.)* Les retours du commerce intérieur étant en général beaucoup plus prompts que ceux du commerce étranger, en supposant des capitaux égaux, le premier donne autant de fois plus de soutien et d'encouragement à l'industrie du pays, qu'il consomme plus d'opérations dans le même espace de tems.

Enfin si ce capital est employé à échanger des produits d'industrie étrangère contre des produits d'industrie étrangère, (ce qu'on nomme *commerce de transport*) alors il sert en totalité à entretenir et encourager l'industrie de deux nations étrangères, et n'ajoute plus au produit annuel du pays que les profits du commerçant.

§ 14.

Quand le capital d'un pays ne suffit pas encore à remplir en entier les quatre fonctions ci-dessus énoncées, plus sera grande la portion qui en sera employée à la fonction la plus productive, et plus il grossira. Aller essayer, par des efforts prématurés et avec un capital insuffisant, de les remplir toutes, ce seroit la voie de retarder l'accumulation des capitaux et par conséquent les progrès de l'industrie.

Mais ceci n'arrivera jamais, si le cours naturel de la prospérité nationale ne se voit troublé par des causes extérieures, car ces quatre manières d'employer les capitaux constituent autant de conditions nécessaires par lesquelles toutes les grandes nations doivent successivement passer pour arriver à l'opulence.

L'homme sauvage ne travaille que pour ses propres besoins momentanés, à mesure qu'ils se font sentir. Quand la faim le presse, il cherche des racines, des fruits, ou

bien il s'en va chasser dans la forêt; quand son vêtement est usé, il s'habille avec la peau du premier animal qu'il tue; et si sa hutte commence à menacer ruine, il la répare, du mieux qu'il peut, avec les branches d'arbres et la terre qui se trouvent sous sa main. [1]) Ce genre de vie est celui des *peuples chasseurs;* il forme, pour ainsi dire, la ligne de départ, d'où les nations commencent à parcourir la carrière longue et pénible de leur civilisation.

Avec les progrès de la population cette nourriture vient à manquer. L'homme se voit forcé d'imaginer d'autres moyens pour rendre sa subsistance moins précaire. Il sent le besoin de travailler pour assurer son existence; mais ce travail suppose un fonds, et il n'en a pas. Heureusement la terre lui en fournit un. Parmi les animaux qui lui servent de nourriture, il y en a quelques espèces qui ne demandent que de l'herbe et de l'eau pour exister et multiplier: il les rend domestiques, les soigne, et s'assure par là un moyen d'existence et même de richesse. Voilà le premier degré de civilisation, la *vie pastorale* ou nomade.

De même que l'homme sauvage avoit choisi le moyen de multiplier quelques races d'animaux utiles, le pasteur se décide enfin à multiplier quelques espèces de plantes

[1]) Liv. II. Introd.

*

nutritives : il devient *cultivateur*. Ce nouveau genre de vie exige non seulement beaucoup plus de travail, mais aussi un capital bien plus considérable : voilà pourquoi le sauvage ne peut presque jamais l'embrasser, sans avoir passé par la vie nomade. Pour élever des moutons, il ne lui faut aucune dépense et presqu'aucun soin; leur multiplication spontanée lui fournit une nourriture suffisante au bout de quelques semaines. La recolte ne se fait ni en si peu de tems, ni à si peu de fraix : elle suppose un travail continu, des essais qui peuvent souvent manquer, une subsistance déjà assurée et un capital quelconque pour les outils.

La culture de la terre ne sauroit guère aller sans quelques *artisans*. [1]) Ceux-ci ont, de tems en tems, besoin les uns des autres, et leur résidence n'étant pas nécessairement attachée à tel coin de terre plutôt qu'à l'autre, ils s'établissent naturellement dans le voisinage les uns des autres, et forment ainsi des villages et des bourgs. D'autres artisans et les détailleurs nécessaires viennent bientôt s'y établir aussi. La ville devient une foire continuelle, où se rendent les habitans de la campagne, pour échanger leur produit brut contre du produit manufacturé.

---

[1]) Liv. II. Chap. V.

La subsistance étant un besoin antérieur aux choses de commodité et de luxe, l'industrie agricole doit nécessairement précéder l'industrie manufacturière. Les occupations et la subsistance des habitans de la ville ne peuvent donc se multiplier qu'en raison de la demande que fait la campagne d'ouvrage fait, et cette demande ne peut elle-même se multiplier qu'en raison des progrès de la culture. C'est seulement l'excédant de la subsistance des cultivateurs qui constitue la subsistance de la ville, à moins qu'elle ne soit située de manière à pouvoir la tirer de contrées fort éloignées. Cet ordre de choses, établi par la nécessité, se trouve fortifié par le penchant naturel de l'homme. Une personne qui fait valoir son capital sur une terre, l'a bien plus sous les yeux et à son commandement, et sa fortune est bien moins exposée aux accidens que celle du commerçant.

Quand il n'y a plus de terres incultes, ou du moins qu'on puisse se procurer à des conditions faciles, l'artisan qui a amassé plus de fonds qu'il ne sauroit en employer dans les affaires qui peuvent se présenter aux environs, se fait *manufacturier*, c'est-à-dire, il prépare de l'ouvrage propre à être vendu au loin. Le forgeron élève une fabrique de fer; le tisserand établit une manufacture de toile ou de drap. Avec le tems ces différentes manu-

factures viennent à se subdiviser par degrés, et par ce moyen elles se perfectionnent et se raffinent de mille manières.

Le grand *commerce* de toute société civilisée est celui qui s'établit entre les habitans des villes et ceux de la campagne. La campagne fournit à la ville des moyens de subsistance et des matières pour ses manufactures. La ville renvoie à la campagne une partie du produit manufacturé. Les gains sont réciproques, par les avantages de la division du travail.

Dans l'emploi naturel d'un capital, on préfère les manufactures au *commerce étranger*, par la même raison qui fait préférer naturellement l'agriculture aux manufactures. Le capital d'un manufacturier, étant toujours sous ses yeux et à son commandement, est plus assuré que celui d'un commerçant qui fait le commerce étranger.

Cependant, dans quelque période de civilisation que soit une société, il faut toujours que le superflu de ses produits bruts et manufacturés, ou ce qui n'est point en demande chez elle, soit envoyé au dehors, pour y être échangé contre des objets dont il y ait demande au dedans. Si le capital de la société ne suffit point pour cette opération, les nations voisines s'en chargeront, au grand avantage de la société. Car si elle n'a pas

encore acquis un capital suffisant pour cultiver toutes ses terres et encore pour manufacturer le plus complètement possible tout son produit brut, elle ne peut que gagner à ce que son superflu soit exporté par un capital étranger, afin que tout le capital de la société soit réservé pour les emplois les plus utiles.

Lorsque les marchandises étrangères qu'on achète ainsi avec le produit superflu de l'industrie nationale, excèdent la demande du marché du pays, il faut bien aussi réexporter à l'étranger le superflu de ces marchandises étrangères, et l'échanger contre quelque chose qui soit plus en demande dans le pays.

Quand la masse des capitaux d'un pays est parvenu à un tel degré d'accroissement qu'elle ne peut être toute employée à fournir à la consommation du pays et à faire valoir son travail productif, alors le superflu de cette masse se décharge naturellement dans le commerce de transport, et est employée à rendre les mêmes services à des pays étrangers. Le commerce de transport est bien l'effet et le symptôme naturel d'une grande richesse nationale, mais il n'en est pas la cause.

Ainsi, suivant le cours naturel des choses, la majeure partie du capital d'une société naissante se dirige d'abord vers l'agriculture, ensuite vers les manufactures, puis vers

le commerce étranger de consommation, et à la fin de tout vers le commerce de transport. L'intérêt privé, laissé à sa pleine liberté, porte nécessairement les possesseurs de capitaux à préférer l'emploi le plus favorable à l'industrie nationale, parcequ'il est toujours le plus profitable pour eux. Si les capitaux ont pris une autre route que celle dans laquelle les eût naturellement guidés l'infaillible instinct de l'intérêt privé, c'est l'effet des circonstances dans lesquelles se sont trouvés les gouvernemens de l'Europe, et de l'influence qu'ont prise sur leurs systêmes d'administration les préjugés mercantiles généralement repandus.

---

§. 15.

Les progrès de la richesse nationale amènent naturellement ceux des *lumières* [1]).

§. 16.

Dans les sociétés appellées communément *barbares*, les occupations variées de chaque individu l'obligent à exercer sa capacité par des efforts continuels, et à inventer des expédiens pour écarter les difficultés qui se présentent. Tels sont les *peuples chasseurs*, *pasteurs* et même

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. III. Art. II.

les peuples *agricoles* dans cet état imparfait de l'agriculture qui précède les progrès des manufactures et l'extension du commerce étranger. Dans ces sociétés les occupations de chaque individu sont très-variées, mais il n'y a pas une grande variété d'occupations dans la société en général. Tout le monde y a l'intelligence développée jusqu'à un certain point, mais personne ne l'a perfectionnée.

§ 17.

Dans les *sociétés civilisées* au contraire, il y a peu de variété dans les occupations des individus, mais il y en a une presqu' infinie dans celles de la société en général. Peu de personnes, rélativement à la masse totale du peuple, ont l'intelligence perfectionnée, mais elles l'ont perfectionnée à un point étonnant; le reste de la nation perd en développement de ses facultés intellectuelles, ce que ce petit nombre a gagné.

À mesure que la société augmente en industrie et en richesse, la division du travail fait des progrès. Moins la classe ouvrière a de tems à donner aux travaux intellectuels et spéculatifs, plus il en reste à la classe délivrée des travaux manuels. Comme toutes les autres divisions du travail, celle entre le travail mécanique et le travail intellectuel se prononce d'un manière plus forte

et plus tranchante, et ces deux genres de travail y gagnent également, mais ceux qui les cultivent, participent d'une manière très-inégale aux avantages qui en résultent pour la société.

Cette multitude d'occupations diverses qui ont lieu dans une société civilisée, offre une variété innombrable d'objets à la méditation de ce petit nombre d'hommes, qui, n'étant attachés à aucune occupation en particulier, ont le loisir et le goût d'observer les occupations des autres. En contemplant une aussi grande quantité d'objets variées, leur esprit s'exerce nécessairement à faire des combinaisons sans fin, et leur intelligence en acquiert un degré extraordinaire de sagacité et d'étendue.

La masse du peuple au contraire, étant bornée à un très-petit nombre d'opérations simples, souvent à une seule, n'a plus lieu de développer son intelligence, ni d'exercer son imagination à chercher des expédiens pour écarter les difficultés qui ne se rencontrent jamais; elle perd donc naturellement l'habitude de déployer ou d'exercer ces facultés, et devient en général stupide et ignorante.

---

§ 18.

L'influence que les progrès de l'industrie et de la richesse nationale exercent sur les lumières des peuples, se fait aussi sentir dans leur *système de morale.*

§ 19.

Chez les *peuples barbares*, quoique l'inégalité des fortunes soit souvent très-grande chez eux, les moeurs et les usages sont à-peu-près les mêmes dans toutes les classes de la société; aussi ne trouve-t-on chez eux qu'un seul système de morale, suivi religieusement par le prince comme par le dernier de ses sujets.

§ 20.

À mesure que la richesse nationale augmente, les occupations variées de la société apportent une telle diversité dans les lumières, les goûts et la manière de vivre des différentes classes, que les mêmes principes de morale ne conviennent plus à tous les membres indistinctement. Aussi trouve-t-on dans toutes les *sociétés civilisées* deux différens systèmes de morale, ayant cours en même tems: l'un, fondé sur des principes rigoureux; l'autre établi sur des principes libéraux. [1]) Le premier est en général celui du commun du peuple; l'autre est

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. III. Art. III.

communément celui des gens comme il faut. Le degré de blâme que nous portons sur les vices de légéreté, ces vices qui naissent volontiers d'une grande aisance et des excès de gaîté, est ce qui semble constituer la principale distinction entre ces deux systêmes opposés.

§ 21.

Chacun de ces systêmes convient à la classe qui l'adopte. Un homme ayant de la naissance et de la fortune, est par son état un membre distingué de la société, qui a les yeux ouverts sur toute sa conduite, et qui l'oblige par là à y veiller lui-même à chaque instant. Son autorité et sa considération dépendent en très-grande partie du respect que la société lui porte. Il n'oseroit faire une chose qui put le décrier ou l'avilir, et il est obligé à une observation très-exacte de cette espèce de morale que la société, par un accord général, prescrit aux personnes de son rang et de sa fortune. En profitant même de la liberté que le systême libéral accorde ou tolère, plusieurs années passées dans les excès et le désordre ne peuvent pas entraîner sa ruine. Aussi les gens comme il faut regardent-ils de pareils excès avec assés peu de désapprobation, et ne les blâment-ils que très-légérement ou point du tout.

§ 22.

Dans le système rigide au contraire, ces excès sont regardés comme détestables, et avec raison. Les vices qu'engendre la légéreté sont toujours ruineux pour les gens du commun, et il ne faut souvent qu'une semaine de dissipation et de débauche, pour perdre à jamais un pauvre ouvrier, et pour le pousser par désespoir jusqu'au dernier des crimes. D'ailleurs un homme de basse condition n'a une réputation à ménager que tant qu'il est au village. Sitôt qu'il vient dans une grande ville, il est plongé dans l'obscurité la plus profonde. Personne ne s'occupe de sa conduite, et il y a dèslors beaucoup à parier qu'il n'y veillera pas du tout lui-même. Il ne sort jamais plus sûrement de cette obscurité, sa conduite n'excite jamais autant l'attention de ses concitoyens, que lorsqu'il devient membre de quelque secte religieuse. Tous les frères de la secte sont intéressés à veiller sur sa conduite. Aussi dans les petites sectes religieuses les moeurs des gens du commun du peuple sont presque toujours d'une régularité rémarquable; souvent elles ont été plutôt dures que sévères, et même jusqu'à en être farouches et insociales.

§ 23.

Presque toutes les sectes religieuses ont pris nais-

sance parmi le commun du peuple, et c'est de cette classe qu'elles ont tiré leurs premiers et leurs plus nombreux prosélytes. Aussi le système de morale rigide a-t-il été adopté presque constamment par ces sectes.

---

§ 24.

Telle paroît être la marche progressive du développement des facultés humaines. Mais ce développement ne peut avoir lieu qu'autant que les efforts des hommes pour améliorer leur sort ne se trouvent point gênés, contrariés ou interrompus. La première condition et la plus indispensable pour cet effet, c'est la *sûreté*.

§ 25.

La sûreté ne peut être obtenue que par l'établissement d'un *gouvernement*. Aussi les progrès de la civilisation amènent-ils naturellement cette grande époque. [1])

§ 26.

Tant que les hommes n'ont aucune propriété, ils peuvent se passer d'une autorité suprême. Dans une pareille situation ils ne peuvent se faire des torts l'un à l'autre que dans leurs personnes ou leur honneur. Ces injures même sont rares; car quoique celui à qui l'injure

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. II.

est faite souffre un dommage, celui qui fait l'injure n'en recueille aucun profit. L'envie, le ressentiment ou la méchanceté sont les seules passions qui peuvent exciter un homme à faire injure à un autre dans sa personne ou dans son honneur. Or ces passions ne dominent pas fréquemment les hommes, et les plus vicieux ne les éprouvent qu'accidentellement. D'ailleurs le plaisir de satisfaire à ces passions, n'étant accompagné d'aucun avantage réel ou permanent, ces passions sont ordinairement contenues par des considérations de prudence.

§ 27.

L'avarice et l'ambition dans l'homme riche, l'aversion pour le travail et l'amour du bien-être et de la jouissance actuelle dans l'homme pauvre, ces passions opèrent d'une manière bien plus continue, et leur influence est bien plus générale. Or ces passions portent à envahir la *propriété*: donc c'est la propriété qui exige l'établissement d'un gouvernement.

§ 28.

Un gouvernement suppose une certaine *subordination*. Mais si le besoin de gouvernement s'accroît avec l'acquisition des propriétés, aussi les causes principales qui amènent naturellement la subordination, augmentent-elles de même avec l'accroissement des propriétés.

§ 29.

Ces causes peuvent se réduire à quatre: la supériorité des qualités personnelles, celle d'âge, celle de fortune, et celle de naissance.

1°. La *supériorité des qualités personnelles* exerce la moindre influence. Les qualités du corps ne peuvent donner que peu d'autorité. Les qualités de l'ame en donnent quelquefois une très-grande, néanmoins ce sont des qualités invisibles, toujours contestables et généralement contestées. Aucune société barbare ou civilisée n'a trouvé convenable de fonder sur ces qualités invisicles les règles qui détermineroient les degrés de prééminence de rang et ceux de subordination.

2°. La *supériorité d'âge* est une qualité plus simple et plus sensible; aussi donne-t-elle en général plus d'autorité. Son influence se fait surtout sentir dans cette période de la société où le défaut de propriétés n'a pas encore fait naître la supériorité de fortune. Chez les peuples chasseurs l'âge est le seul fondement du rang et de la préséance. Mais cette supériorité se conserve encore dans les sociétés les plus avancées en civilisation et en opulence: chez elles, l'âge règle le rang parmi ceux qui sont égaux sous tous les autres rapports.

3°. La *supériorité de fortune*, l'autorité qui résulte de la richesse, est très-considérable dans toute période de la société; mais elle ne l'est jamais plus qu'à l'époque où l'établissement de la propriété commence à admettre l'inégalité des fortunes. La première période de la société, celle des peuples chasseurs, n'admet pas cette sorte d'inégalité. La pauvreté générale établit une égalité générale: la supériorité de l'âge ou des qualités personnelles est la foible et unique base de l'autorité et de la subordination. — Le second âge de la société, celui des peuples pasteurs, comporte une très-grande inégalité de fortune, et il n'y a pas de période ou la supériorité de fortune donne une aussi grande autorité à ceux qui la possèdent. Un chef de tribu qui trouve dans l'accroissement de ses troupeaux un revenu suffisant pour l'entretien d'un millier de personnes, ne peut guère employer ce revenu autrement qu'à entretenir mille personnes. L'état agreste de la société ne lui offre aucun produit manufacturé pour lequel il puisse échanger cette portion de son produit brut qui excède sa consommation. Les mille personnes qu'il entretient ainsi, dépendent entièrement de lui pour leur subsistance: ils doivent nécessairement servir à la guerre sous ses ordres, et se soumettre à ses jugemens en tems de paix. Il est à la fois leur général et leur

juge, et sa dignité de chef est l'effet nécessaire de la supériorité de sa fortune. Aussi n'y a-t-il pas de période où l'autorité et la subordination soyent aussi complètement établies. Dans une société civilisée et opulente, le produit du bien d'un homme riche peut être suffisant pour entretenir mille personnes, et il peut réellement les entretenir, sans qu'il soit en état de se faire obéir par dix ou douze personnes. Comme toutes ces personnes payent pour tout ce qu'elles reçoivent de lui, comme il ne donne presque rien à qui que ce soit sans en recevoir l'équivalent en échange, il n'y a personne qui se regarde absolument comme dans sa dépendance, et son autorité ne s'étend pas au delà de quelques valets. Néanmoins l'autorité que donne la fortune est très-grande, même dans une société civilisée et opulente.

4°. La *supériorité de naissance* suppose dans la famille qui en jouit, une ancienne supériorité de fortune. Comme toutes les familles sont également anciennes, l'ancienneté de famille ne signifie qu'une ancienneté de richesse. — La distinction de naissance, étant une suite de l'inégalité de fortune, ne peut avoir lieu chez les peuples chasseurs. Elle existe, au contraire, toujours chez les peuples pasteurs. Ces nations ne connoissent aucune espèce de luxe, et chez elles la grande richesse

ne peut jamais être dissipée par des prodigalités imprudentes ; elle est donc dans le cas de se perpétuer plus long-tems dans les mêmes familles.

§ 30.

La naissance et la fortune sont évidemment les deux grandes sources de distinctions personnelles : ce sont par conséquent les causes principales qui établissent naturellement de l'autorité et de la subordination parmi les hommes.

Chez les *peuples chasseurs* ces deux causes ne peuvent point agir, parcequ'il n'y a point d'inégalité de fortune : aussi ces peuples n'ont ils guère besoin d'un gouvernement, parcequ'il n'y a presqu'aucune propriété, au moins aucune qui excède la valeur de deux ou trois journées de travail.

Chez les *peuples pasteurs* la propriété rend le gouvernement nécessaire : aussi chez eux chacune de ces causes opère dans la plénitude de sa force, et le gouvernement s'établit naturellement. Le grand propriétaire, considéré à cause de ses richesses, respecté à cause du grand nombre de personnes qu'il fait subsister, vénéré à cause de la noblesse de sa naissance et de l'ancienneté immémoriale de son illustre famille, a une autorité naturelle

sur tous les bergers inférieurs de sa horde ou de sa tribu. Il peut commander aux forces réunies d'un plus grand nombre d'hommes qu'aucun d'eux. En tems de guerre ils sont tous naturellement plus disposés à se ranger sous sa bannière, que sous celle de tout autre : ainsi sa naissance et sa fortune lui donnent naturellement une sorte de *pouvoir exécutif*. D'un autre côté, en commandant une réunion de forces plus nombreuses qu'aucun d'eux, il est plus en état de protéger le foible contre le fort. C'est à lui que les premiers adressent leurs plaintes sur les injures qu'ils peuvent avoir reçues, et en pareil cas, la personne même contre laquelle la plainte est portée, se soumettra plus volontiers à son autorité qu'à celle de tout autre. Ainsi sa fortune et sa naissance lui donnent naturellement une sorte de *pouvoir judiciaire*.

§ 31.

C'est ainsi que dans la seconde période de l'état social *l'inégalité de fortune introduit* naturellement jusqu'à un certain point ce gouvernement qui est indispensablement nécessaire pour que la société elle-même puisse se conserver, et c'est indépendamment même de la considération de cette *nécessité* qu'elle l'introduit. Cette considération, sans contredit, vient ensuite contribuer pour beaucoup à *maintenir* et *fortifier* l'autorité et la subordi-

nation. Les riches en particulier sont nécessairement intéressés à appuyer un ordre de choses qui seul peut leur assurer la possession de leurs avantages. Des hommes d'une richesse inférieure se lient à la défense de ceux qui leur sont supérieurs en richesse, afin que ces derniers se lient à leur tour à la défense de leurs petites propriétés. Le gouvernement civil, en tant qu'il a pour objet la sûreté des propriétés, est dans la réalité institué pour défendre les riches contre les pauvres, ou bien ceux qui ont quelque propriété, contre ceux qui n'en ont point.

§ 32.

Lorsqu'ensuite *l'agriculture* s'introduit, le territoire, jusque là commun à tous, devient la propriété de ceux qui s'occupent à la fertiliser et à la faire produire. Les plus riches sont seuls en état d'entreprendre ces essais : ce sont eux aussi qui s'approprient le territoire. Personne ne songe à s'y opposer, car les plus riches sont aussi les plus puissans. D'ailleurs les pauvres ne peuvent guère être tentés de leur contester cette usurpation ; à quoi leur serviroient des propriétés dont ils ne sauroient tirer aucun profit ?

§ 33.

Du moment où les hommes en sont venus à partager le territoire qu'ils habitent en propriétés individuelles

et héréditaires, la société se trouve separée en deux grandes classes, celle des *propriétaires* et celle des *non-propriétaires*. La richesse se trouvant toute du côté de la première, elle doit emporter avec soi toute la considération et toute la puissance.

Le *pouvoir législatif* passera donc vraisemblablement aux propriétaires, aussi bien que cette partie du pouvoir exécutif et du pouvoir judiciaire qu'ils exercent dans leurs domaines. Le chef de la nation ne sera que le plus grand propriétaire du pays, celui auquel les autres grands propriétaires rendront certains honneurs, à cause de la nécessité d'une défense commune contre les ennemis communs. Tout ce qui ne sera pas propriétaire, vivra dans l'abjection et dans la dépendance. Entre deux classes d'hommes, dont l'une aura à sa disposition tous les moyens d'assujetissement, la servitude sera inévitable.

§ 34.

Mais insensiblement ce rapport change avec le développement des facultés productives du travail. C'est l'action lente et graduelle des *arts mécaniques* et du *commerce*, qui rétablit l'équilibre entre la classe des propriétaires et celle des non-propriétaires, en procurant à cette dernière des richesses, plus périssables à la vérité que

celles de la terre, mais non moins efficaces pour le bonheur de la société [1]).

Dans un pays où il n'existe ni commerce étranger ni manufactures, un grand propriétaire, n'ayant rien contre quoi il puisse échanger l'excédant du produit de ses terres, il en consomme la totalité chez lui, en une sorte d'hospitalité rustique. Il est donc en tout tems environné d'une foule de cliens et de gens à sa suite, qui, n'ayant aucun équivalent à lui donner en retour de leur subsistance, ne peuvent lui offrir que la plus entière soumission de leurs personnes.

À mesure que les manufactures et le commerce étranger s'établissent et s'étendent, ils fournissent peu à peu aux propriétaires des objets d'échange à acquérir avec le produit superflu de leurs terres, objets qu'ils peuvent consommer eux-mêmes, sans en faire part aux gens de leur suite. La dépense personnelle des grands propriétaires augmentant successivement par ce moyen, il leur est impossible de ne pas aussi diminuer successivement le nombre des gens de leur suite, jusqu'à finir par la réformer toute entière. Par ce changement ils se trouvent hors d'état d'interrompre le cours de la justice, ni de troubler

---

[1]) Liv. III. Chap. IV.

la tranquillité publique. En écartant toutes les bouches inutiles, ils obtiennent un plus grand superflu, superflu que les marchands et les manufacturiers leur fournissent bientôt les moyens de dépenser sur leurs personnes. La même cause agissant toujours, les propriétaires cherchent à faire mieux valoir leurs terres. Après avoir épuisé toutes les ressources que l'avarice leur suggère et que la dépendance des paysans leur permet, la nécessité et leur intérêt mieux éclairé leur dictent le parti de faire cesser un ordre de choses dont ils ne peuvent plus tirer aucun profit. C'est ainsi que la servitude se détruit peu à peu.

Tandis que la considération et le pouvoir dont les propriétaires se trouvent originairement revêtus, s'éclipsent insensiblement, la classe des non-propriétaires libres développe de son côté les moyens de puissance dont on n'avoit pu la priver: l'industrie et les lumières. Un grand pays n'a jamais subsisté, ni pu subsister sans quelque espèce de manufactures et de commerce. Ces occupations font naître tôt ou tard des bourgs et des villes. La condition de leurs habitans, toute vile et dépendante qu'elle soit, est toujours supérieure à celle des cultivateurs, qui se voient exposés à toute sorte de violences. Par conséquent tout capital, accumulé dans les

mains de la portion laborieuse des habitans de la campagne, va naturellement chercher un asyle dans les villes, et y alimente l'industrie, dont les propriétaires, pour se procurer des jouissances, favorisent les efforts. Ces progrès toujours croissans de l'industrie donnent peu à peu une importance à la classe de non-propriétaires, que le chef de la nation se voit naturellement disposé à augmenter, afin d'abaisser plus facilement le pouvoir des grands propriétaires.

C'est donc l'industrie qui contribue le plus à concentrer l'autorité entre les mains du monarque; c'est elle qui fait disparoître cette aristocratie des grands propriétaires, si funeste à la liberté et au bon ordre; c'est elle enfin qui brise les fers de la servitude.

§ 35.

Encore ce n'est pas tout. Si l'industrie tend à rétablir la sûreté, elle fournit aussi les moyens de la perfectionner, en procurant un *revenu public* à la société.

Chez les *peuples pasteurs*, le souverain ou chef n'étant autre chose que le pasteur le plus considérable de la horde, il n'a, comme tous ses vassaux ou sujets, pour s'entretenir, que le croît de ses propres troupeaux.

Chez les *peuples cultivateurs*, qui ne font que sortir de la vie pastorale, le souverain ou chef n'est de même

autre chose que le plus grand propriétaire du pays, et il n'a de même, pour s'entretenir, que le revenu qu'il tire de son propre bien, ou de ce qu'on appella depuis, dans l'Europe moderne, le *domaine* de la couronne. Dans les circonstances ordinaires, ses sujets ne contribuent en rien à son entretien, excepté quand ils se trouvent dans la nécessité de recourir à son autorité pour les protéger contre l'oppression de quelque autre sujet. Les présens qu'ils lui font dans de pareilles occasions, constituent tout le revenu ordinaire que peut lui rapporter sa souveraineté.

Cet état de choses peut durer autant que le domaine particulier du souverain suffit pour couvrir les dépenses de la souveraineté. Mais lorsque la nécessité de se défendre contre les invasions étrangères augmente cette dépense au point de ne pouvoir plus être défrayée par le revenu du domaine, il devient nécessaire que le peuple, pour sa propre sûreté, contribue à cette dépense par des *impôts*.

§ 36.

On voit donc que, dans l'origine, *l'administration de la justice*, bien loin d'être pour le souverain un sujet de dépense, est au contraire une source de revenu. Les personnes qui s'adressent à lui pour avoir justice, sont

toujours disposées à payer pour l'obtenir. De plus quand l'autorité du souverain est complètement établie, la personne jugée coupable, outre la satisfaction qu'elle est tenue de faire à la partie lésée, est encore obligée au payement d'une amende envers le souverain, pour lui avoir causé une peine. Dans l'origine, le souverain ainsi que les chefs inférieurs ont coutume d'exercer en personne leur juridiction; dans la suite ils trouvent plus commode d'en déléguer l'exercice à quelque substitut: toutefois ce substitut est obligé de compter à son supérieur des profits de justice.

Cette intention de se faire de l'administration de la justice une branche de revenu, ne peut manquer de faire naître une foule d'énormes abus. Tant que le chef ou souverain exerce en personne son autorité judiciaire, il n'est guère possible d'obtenir réparation de l'abus, parce qu'il n'y a personne d'assez puissant pour l'appeller à rendre compte de sa conduite. Lorsqu'il la fait exercer par le ministère d'un substitut, et que c'est pour son profit personnel que celui-ci a commis une injustice, le souverain ne sera pas toujours éloigné de le punir ou de l'obliger à réparer son tort: Mais si c'est pour le profit de son souverain qu'il a exercé quelque acte d'opression,

il est la plûpart du tems tout aussi impossible d'en obtenir une réparation, que si c'étoit le souverain lui-même. Dans cet état de choses, l'administration de la justice doit être excessivement corrompue.

Lorsque le peuple contribue par des impôts aux dépenses de la souveraineté, l'usage des présens pour l'administration de la justice est entièrement aboli, parce qu'on trouve plus aisé d'abolir les présens que de les régler et de les fixer d'une manière efficace. On attribue aux juges des *salaires fixes*, et dès lors on dit que la justice est administrée gratuitement, quoique dans la réalité elle ne le soit dans aucun pays. Les salaires qu'on paye aux avocats et aux procureurs, montent annuellement, dans chaque tribunal, à une somme beaucoup plus forte que les gages des juges. Mais c'est moins pour diminuer les fraix de justice, que pour prévenir la corruption des juges, qu'on les empêche de recevoir aucun présent ou *honoraire*. Cependant il paroît que ces honoraires fournissent le moyen le plus juste et le plus convenable pour défrayer les dépenses de l'administration de la justice, comme on tâchera de le prouver dans la seconde partie de ce mémoire.

§ 37.

La *défense commune* contre les aggressions des tribus ou des peuples étrangers ne fait de même, dans l'origine, aucun sujet de dépense pour le souverain.

Chez les *peuples chasseurs* et *pasteurs* il reste à chaque homme, après avoir pourvu à ses besoins, beaucoup de loisir, qu'il peut, quand les circonstances l'exigent, consacrer à la défense publique. Il le peut d'autant plus aisément, que même en corps d'armée, il continue à pourvoir à ses besoins; mais les peuples chasseurs ne sauroient se rassembler en corps bien considérables, parceque leur subsistance est trop rare et trop peu assurée: les peuples pasteurs au contraire peuvent se réunir en corps plus nombreux même que les peuples civilisés; c'est ce qui les rend si rédoutables.

Chez les *peuples cultivateurs* le service du guerrier peut encore être gratuit, mais seulement pendant une certaine époque de l'année, entre le tems des semailles et celui des recoltes; autrement la nation et l'armée perdroient tout moyen de subsister.

Dans toutes ces différentes situations le service militaire ne coûte rien à la société; il ne coûte aux individus que les travaux et les dangers auxquels il les expose.

Mais lorsque les *manufactures* et le *commerce* se sont repandus chez un peuple, ni le cultivateur, ni l'artisan, ni le commerçant ne peuvent plus sacrifier un tems et des facultés, dont chaque parcelle est nécessaire à la production qui soutient leur existence. Les progrès de la division du travail, et par conséquent de la richesse nationale, font négliger les exercices militaires, et en même tems cette richesse appelle l'invasion des peuples voisins. Une nation industrieuse et par conséquent riche, est celle de toutes les nations qui doit le plus s'attendre à se voir attaquer, et cependant les habitudes naturelles du peuple le rendent absolument incapable de se défendre lui-même. C'est alors que le souverain se voit obligé de prendre des mesures nouvelles pour maintenir la sûreté extérieure. Les mesures qui peuvent être prises, se trouveront indiquées dans la seconde partie de ce mémoire.

§ 38.

Nous avons vu comment, dans l'origine des sociétés, le *pouvoir judiciaire* et le *pouvoir exécutif* se trouvent toujours nécessairement réunis dans la personne du chef ou du souverain (§ 30). La multiplication des affaires de la société amène naturellement la *séparation de ces deux pouvoirs*. L'administration de la justice devient

peu à peu une fonction assés pénible et assés compliquée pour exiger l'attention toute entière des personnes auxquelles elle est confiée. La personne dépositaire du pouvoir exécutif, n'ayant pas le loisir de s'occuper par elle-même de la décision des causes privées, elle commet des délégués pour les décider à sa place. Plus les lumières font des progrès, plus le pouvoir judiciaire devient indépendant du pouvoir exécutif: souvent la réunion des deux pouvoirs n'est qu'une idée abstraite, qu'on exprime par le mot de *gouvernement*.

Cette séparation de pouvoirs est-elle utile? Le soin du gouvernement n'embrasse-t-il pas d'autres objets encore que celui de la sûreté? Ces questions vont être résolues dans la seconde partie de ce mémoire.

DÉVELOPPEMENT DU PRINCIPE DE LA LIBERTÉ NATURELLE, OU EXPOSITION SOMMAIRE DE LA DOCTRINE DE SMITH SUR L'OBJET DU GOUVERNEMENT.

PAR

H. STORCH.

Présenté le 4. Mars 1807.

SECONDE PARTIE.

Des secours que le gouvernement peut fournir à la civilisation.

ARTICLE I.

De la sûreté.

La civilisation ne peut guère aller sans la sûreté (§ 24). C'est le besoin de sûreté qui rend le gouvernement nécessaire; c'est ce besoin qui en facilite l'établissement et qui contribue le plus à l'affermir. (§ 24–28 et 31.) Il ne s'agit donc pas d'examiner si le gouvernement doit concourir à obtenir la sûreté, mais de connoître les moyens qui peuvent le mettre en état de l'obtenir le plus parfaitement possible.

De la sûreté extérieure ou de la défense commune.

§ 39.

Nous avons vu qu'une nation industrieuse et par conséquent riche, est celle de toutes les nations qui doit

le plus s'attendre à se voir attaquer, et que cependant les habitudes naturelles d'un tel peuple le rendent absolument incapable de se défendre lui-même. (§ 36.) Les progrès de la civilisation mettent donc le souverain dans la nécessité de prendre des mesures nouvelles pour maintenir la sûreté extérieure.

Or les mesures qu'un gouvernement peut prendre dans cet état de choses, se réduisent à deux: [1])

Il peut, malgré la pente de l'intérêt et des inclinations du peuple, maintenir par force la pratique des exercices militaires, et obliger les citoyens à joindre le métier de soldat à leurs autres métiers; c'est-à-dire, il peut former des *milices*;

Ou bien il peut, au lieu d'exiger le service personnel de tous les citoyens, leur demander à tous une portion de leur revenu, pour se mettre en état de salarier des citoyens dont tout le métier sera de garder le pays et de le défendre contre les aggressions des autres nations; c'est-à-dire, il peut faire du métier de soldat un métier particulier, ou créer des *troupes règlées*.

§ 40.

La dernière mesure présente infiniment plus d'avantages que la première. Dans les milices, le caractère d'ar-

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. I.

tisan, de laboureur etc. l'emporte sur celui de soldat; dans les troupes règlées, le caractère de soldat l'emporte sur tout autre. La guerre devenue un métier, participe comme tous les autres arts aux progrès qui sont le fruit de la division du travail.

Il résulte de cette supériorité des troupes règlées sur les milices :

Que ce n'est que par le moyen des premières qu'un pays barbare peut passer tout d'un coup à un état passable de civilisation, puisque les troupes règlées font régner le bon ordre et paix intérieure ;

Et que ce n'est que par ce moyen que la civilisation peut se perpétuer ou conserver dans une société; car les milices d'une nation barbare étant toujours supérieures aux milices d'une nation civilisée, la dernière sera en tout tems exposée à être conquise par telle nation barbare, qui se trouvera être dans son voisinage.

Le seul inconvénient attaché aux troupes règlées, c'est le danger qu'elles présentent pour la liberté. Cet inconvénient existe toutes les fois que l'intérêt du chef de l'armée et des principaux officiers ne se trouve pas nécessairement lié au soutien de la constitution de l'état. Mais quand c'est le souverain lui-même qui est le chef, quand la force militaire est placée dans les mains de

ceux qui ont le plus grand intérêt au soutien de l'autorité civile, alors une armée de troupes réglées ne peut jamais être dangereuse pour la liberté. Bien au contraire, elle peut lui être favorable. La sécurité qu'elle donne au souverain, le débarrasse de cette défiance inquiète et jalouse qui épie les moindres actions du citoyen, et menace à tous les instans sa tranquillité. La facilité qu'elle offre pour étouffer les émeutes populaires, en diminue le danger. Un souverain qui sent son autorité soutenue par des troupes réglées, peut mépriser ou pardonner les excès populaires sans aucun risque. Ce degré de liberté qui quelquefois a les formes de la licence, ne peut se tolérer que dans les pays où une armée de ligne bien tenue assure l'autorité souveraine. Ce n'est que dans ces pays qu'il n'est pas nécessaire pour la sûreté publique de confier au souverain quelque pouvoir arbitraire, même dans les occasions où cette liberté licencieuse se livre à des éclats indiscrets.

§ 41.

Tous ces avantages font pencher la balance pour les troupes réglées contre les milices. Mais une nation parvenue au degré de civilisation qui la nécessite d'opter entre l'un ou l'autre de ces moyens, ne se décidera jamais par le motif de l'intérêt privé pour la création des trou-

pes réglées: ce changement ne se fait jamais sans l'intervention du gouvernement. Dans tous les autres genres de travail, la division est l'effet naturel de l'intelligence de chaque individu, qui lui montre plus d'avantages à se borner à un métier particulier, qu'à en exercer plusieurs; mais c'est la prudence de l'état qui seule peut faire du métier de soldat un métier particulier, parce que ce métier ne donne aucun profit par lui-même.

§. 42.

La société toute entière jouit des bienfaits de l'administration centrale et de la défense publique; donc leurs *dépenses* sont de nature à être supportées par la société toute entière. Mais la guerre devenant de plus en plus dispendieuse à mesure que la société avance en civilisation, il en résulte que la richesse est indispensable pour faire la guerre, et qu'une nation pauvre ne peut jamais résister longtems à une nation riche.

De la sûreté intérieure, ou de l'administration de la justice.

§ 43.

Quand le pouvoir judiciaire est réuni au pouvoir exécutif, il n'est guère possible que la justice ne se trouve pas souvent sacrifiée à ce qu'on appelle vulgairement des considérations politiques. Sans qu'il y ait même aucun mo-

tif de corruption en vue, les personnes, dépositaires des grands intérêts de l'état, peuvent s'imaginer quelquefois que ces grands intérêts exigent le sacrifice des droits d'un particulier. [1])

C'est cependant sur une administration impartiale de la justice que repose la liberté individuelle de chaque citoyen, le sentiment qu'il a de sa propre sûreté. Pour faire que chaque individu se sente parfaitement assuré dans la possession de tous ses droits, non seulement il est nécessaire que le pouvoir judiciaire soit *séparé* du pouvoir exécutif, mais il faut même qu'il en soit rendu aussi *indépendant* qu'il est possible. Il ne suffit pas que le juge ne soit pas sujet à être déplacé de ses fonctions d'après la décision arbitraire du pouvoir exécutif; il faut encore que le payement régulier de son salaire ne dépende pas de la bonne volonté, ni même de la bonne économie de ce pouvoir.

§ 44.

La *dépense* de l'administration de la justice peut être défrayée de trois manières: 1°. par une *contribution générale;* 2°. par un revenu particulier, provenant des *fraix*

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. II.

de procédure; 3°. par un pareil revenu, provenant d'un *fonds*.

1°. La dépense de la justice, pouvant sans doute être regardée comme faite pour l'avantage commun de la société, il n'y a rien de déraisonnable à ce que cette dépense soit aussi défrayée par une contribution générale; pourvû que le pouvoir exécutif ne soit point chargé de la direction de ce revenu ou du payement des salaires, et qu'il n'en fasse point une branche de son revenu. Cette dépense, même dans les pays où elle n'est pas conduite avec la plus grande économie, ne forme qu'une portion bien peu considérable de la dépense totale du gouvernement, les fonctions de juge étant tellement honorables par elles-mêmes, qu'il y a toujours des hommes disposés à s'en charger, quoiqu'elles ne soyent accompagnées que de très-foibles émolumens.

2°. La seconde mesure fournit un moyen de défrayer cette dépense, sans grever d'aucune charge le revenu général de la société, et elle paroît mériter la préférence en ce qu'elle est juste et convenable à la fois.

Elle est *juste*, parce qu'elle fait retomber le poids de cette dépense sur les personnes qui sont intéressées à l'administration de la justice, et pour autant qu'elles y sont intéressées. Les personnes qui donnent lieu à cette

dépense sont celles qui, par des actions ou des prétentions injustes, rendent nécessaire le recours à la protection des tribunaux; et les personnes qui profitent le plus immédiatement de cette dépense, ce sont celles que le pouvoir judiciaire a rétablies ou maintenues dans leurs droits ou violés ou attaqués. D'ailleurs cette mesure n'occasionneroit guère une augmentation considérable dans les fraix de procédure. Si elle étoit adoptée, il ne pourroit y avoir nécessité de recourir à une contribution générale, que pour la conviction de ces criminels qui n'ont personnellement ni biens ni fonds quelconque sur lesquels on puisse prendre ces vacations.

Cette mesure en outre est *convenable*, parce qu'elle intéresse les juges dans l'accomplissement de leur devoir, sans exposer la justice à aucun véritable danger de corruption. Le public n'est jamais mieux servi, que quand la récompense vient après le service, et qu'elle est proportionnée à la diligence qu'on a mise à s'en acquitter.

Pour défrayer la dépense de l'administration de la justice de cette manière, on peut choisir entre deux moyens. On peut faire payer aux parties ce qu'on appelle les honoraires de la cour, ou l'on peut lever un droit de timbre sur les actes de procédure dans chaque tribunal. Le

second moyen a cela de défectueux, qu'il pourroit tenter les juges de multiplier inutilement les procédures dans chaque cause, pour augmenter le produit du droit de timbre.

3°. Enfin les salaires fixes des juges peuvent être tirés d'un fonds. Ce fonds peut être formé du revenu de quelques propriétés foncières; il peut être fait aussi avec l'intérêt d'une somme d'argent. Dans le dernier cas, l'instabilité d'un tel fonds paroît le rendre peu propre à servir à l'entretien d'une institution dont la nature est d'être perpétuelle.

Quel que soit au reste le moyen qu'on adopte, toujours faut-il éviter de charger le pouvoir exécutif de la direction des fonds ou du payement des salaires.

§ 45.

Le maintien de la sûreté extérieure et intérieure étant la première condition et la plus indispensable des progrès de la civilisation, il s'ensuit que le gouvernement qui parvient à remplir ce but, travaille aussi le plus efficacement, quoique d'une manière indirecte, à faire avancer la civilisation. Reste à savoir, si le gouvernement est à même de fournir des *secours directs* à l'industrie, aux lumières et aux moeurs.

ARTICLE II.

De l'industrie.

§ 46.

Nous avons reconnu que l'augmentation de l'industrie ou du travail d'une nation dépend toujours, en dernière analyse, de l'accroissement des *capitaux*. (§ 8.) Ainsi la première question fondamentale qui se présente, c'est de savoir en quoi le gouvernement peut contribuer à augmenter ou à faire augmenter les capitaux de la société.

Le travail du souverain, comme celui de tous ses employés civils et militaires, est non-productif ; ce travail ne produit point une nouvelle valeur, il ne se fixe ni ne se réalise dans aucun objet qui puisse servir à procurer par la suite une pareille quantité de travail. (§ 10.) Donc le gouvernement lui-même ne peut point fournir de nouveaux capitaux.

Il lui est aussi presque impossible de contribuer à ce qu'il s'en forment dans la nation. L'accroissement du capital d'une nation ne peut avoir lieu qu'autant que son industrie produit plus de choses que sa consommation stérile n'en détruit. (§ 10.) Or les capitaux ne pouvant s'accroître que par *l'épargne*, et l'économie étant une qualité morale qu'on ne peut faire naître au gré des gouvernans par des mesures positives, il s'ensuit que le

gouvernement ne peut guère contribuer à la formation des capitaux, si ce n'est par sa propre économie et par le maintien de la sûreté publique et individuelle.

L'expérience a démontré l'insuffisance de tous les moyens dont les gouvernemens se sont servi pour forcer les peuples à la frugalité, ou pour prévenir la dissipation. Les lois somptuaires et les prohibitions des marchandises étrangères de luxe, en même tems qu'elles sont éludées, produisent un mal réel. Sont-elles éludées, elles éveillent la ruse, excitent à la fraude, corrompent le moral des citoyens, et leur fond perdre le respect pour la loi. Sont-elles observées, en diminuant les jouissances de la classe productive, elles diminuent aussi les motifs qui la portent au travail; en diminuant les jouissances de la classe non-productive, elles diminuent le débit du produit des travaux, et par conséquent le travail productif lui-même.

Enfin toutes ces mesures sont absolument inutiles. Heureusement l'économie n'a guère besoin d'être commandée. Le principe qui y porte la très-grande majorité du peuple, le désir de l'homme d'améliorer sa condition, est un motif assés puissant pour dispenser le gouvernement de tout soin à cet égard. (§ 9.) Mais ce principe n'agit point dans les chefs des nations et dans les admi-

nistrateurs de la fortune publique. S'ils sont économes des deniers publics, leur condition particulière n'en est point améliorée; au contraire ce n'est qu'aux dépens des revenus de la société qu'ils peuvent satisfaire leur cupidité ou leur ambition. Aussi les profusions et les guerres inutiles et dispendieuses détournent-elles partout une grande quantité de produit annuel de l'entretien des gens productifs. [1])

§ 46.

Comme l'industrie générale d'une société ne peut jamais aller au delà de ce que peut en employer le capital de la société, et comme il n'est pas au pouvoir du gouvernement d'augmenter directement ce capital, tout ce qu'il peut faire dans cette vue, c'est *d'en diriger l'emploi* vers des industries autres que celles que l'intérêt privé avoit choisi. Ici s'élève la seconde question fondamentale, savoir: laquelle des deux directions promet d'être la plus avantageuse à la société, la direction artificielle, prescrite par le gouvernement, ou celle que l'industrie auroit suivie de son plein gré?

Or il n'y a pas de doute que ce ne soit la dernière et en voici les raisons. [2])

---

[1]) Liv. II. Chap. III.
[2]) Liv. IV. Ch. II, et Liv. I. Ch. X.

1°. Chaque individu met sans cesse tous ses efforts à chercher pour son capital l'emploi le plus avantageux. À cet effet il tâche 1°. d'employer son capital aussi près de lui qu'il le peut (§ 14.) et 2°. de le faire produire la plus grande valeur possible. Il se trouve donc que cet emploi est aussi précisément le plus avantageux pour la société, car il tend 1°. à faire valoir de préférence l'industrie nationale (§ 14.) et 2°. à la faire valoir autant que possible. L'intention de l'individu en agissant comme cela, n'est nullement de servir l'intérêt public. En préferant le soutièn de l'industrie nationale à celui de l'industrie étrangère, il ne pense qu'à se donner personnellement une plus grande sûreté; en dirigeant cette industrie de manière à ce que son produit vaille le plus possible, il ne pense qu'à son propre gain.

2°. Chaque particulier, dans sa position individuelle, est beaucoup mieux à même de juger, quelle est l'espèce d'industrie nationale que son capital peut mettre en oeuvre et de laquelle le produit promet de valoir d'avantage, qu'aucun homme d'état ou législateur ne pourra le faire pour lui. Comment quelques individus, vivant éloignés de la classe productive et ne connoissant que d'ouir-dire ses occupations innombrables, les combinaisons

du commerce, les besoins et les caprices du consommateur comme ceux de l'ouvrier productif: comment de tels individus seroient-ils en état de guider dans leurs occupations ces millions d'ouvriers, de propriétaires, de capitalistes et de commerçans, qui, nés et élevés dans la sphère où ils agissent, excités sans cesse par leur propre intérêt, ne font qu'épier et qu'essayer tous les moyens pour tirer le plus grand profit possible de leur travail et de leurs capitaux? Si l'on objectoit que l'intérêt privé préfère toujours le profit actuel et personnel au profit éloigné et général, et qu'à l'aide d'une direction qui envisage le bien futur et général d'une société, un pays peut acquérir, avec une perte momentanée, de nouvelles industries, très-profitables par la suite: je réponds qu'il ne s'ensuit nullement que la somme totale de l'industrie ou des revenus de la société en puisse jamais recevoir aucune augmentation. L'industrie de la société ne peut augmenter qu'autant que son capital augmente, et ce capital ne peut augmenter qu'à proportion de ce qui peut être épargné peu à peu sur les revenus de la société. Or l'effet qu'opère immédiatement une direction pareille, c'est de diminuer les revenus de la société, et à coup sûr, ce qui diminue son revenu, n'augmente pas son capital plus vîte qu'il ne se seroit augmenté si on eût

laissé le capital et l'industrie chercher l'un et l'autre leurs emplois naturels.

3°. Enfin le travail et les capitaux d'une société tendent naturellement à se répandre uniformément dans tous les emplois, et certains emplois étant par leur nature accompagnés de désagrémens ou de difficultés qui ne se rencontrent pas dans les autres; certains emplois au contraire, offrant des avantages réels ou imaginaires qui leur sont particuliers, les salaires et les profits doivent s'élever ou s'abaisser proportionnellement à ces désavantages et à ces avantages, de manière à former un équilibre parfait entre tous les divers emplois. Tout règlement arbitraire qui tend à diriger le travail et les capitaux, loin de venir à leur appui, ne fait qu'empêcher que cet équilibre ne s'établisse conformément à l'ordre naturel.

Ces principes posés, il s'ensuit que le gouvernement qui cherche à diriger les particuliers dans la route qu'ils ont à tenir dans l'emploi de leurs capitaux, non seulement s'embarasse du soin le plus inutile, mais s'arroge encore une autorité très-dangereuse pour les progrès de la richesse nationale.

§ 48.

Résumons. L'industrie ou le travail productif d'une nation ne peut s'accroître que de deux manières: 1°. en *étendue*, quand le nombre des travailleurs augmente dans sa proportion avec celui des consommateurs, et 2°. en *énergie*, quand la même quantité de travail fournit de plus grands produits. [1])

Pour que le travail puisse s'accroître dans l'une et l'autre de ces dimensions, il faut toujours une augmentation de *capitaux*, et sous ce rapport le gouvernement ne peut favoriser l'industrie qu'*indirectement* par sa propre économie et par le maintien de la sûreté publique et privée.

L'industrie, pour augmenter en *étendue*, exige des capitaux et n'exige que cela: mais l'accroissement du travail en *énergie* suppose en outre *des établissemens et des moyens propres à faciliter les échanges* (§ 6. 7.) et sous ce rapport le gouvernement peut être *directement* utile à l'industrie, s'il se charge d'ériger et d'entretenir de pareils établissemens.

Cependant le soin du gouvernement à cet égard doit se borner aux seuls établissemens de ce genre que

---

[1]) Liv. II. Chap. III.

l'intérêt privé des particuliers, même en réunion, ne pourroit jamais les porter à ériger ou à entretenir, parceque pour ceux-ci le profit ne sauroit jamais leur en rembourser la dépense, et voici les raisons qui doivent déterminer le gouvernement à en agir ainsi. [1])

1°. Lorsque ces objets sont érigés et entretenus par le commerce même qui se fait par leur moyen, ils ne peuvent être établis que dans les endroits où le commerce a besoin d'eux et la dépense qu'ils occasionnent répondra nécessairement à ce que le commerce peut suffire à payer: par conséquent ils seront nécessairement faits comme il est à propos de les faire.

2°. Le revenu que ces objets fourniront par eux-mêmes, ne pouvant jamais être regardé comme une des ressources propres à subvenir aux besoins de l'état, il ne sera point dans le cas d'être augmenté autrement que lorsque le besoin de ces objets l'exige, et ne pourra être détourné de sa véritable destination.

3°. Enfin, si l'un ou l'autre venoit d'arriver, il sera plus facile de contraindre les entreprenneurs particuliers à rétablir la juste proportion et le véritable emploi de ce revenu, qu'il ne le seroit de contraindre le gouvernement.

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. III. Art. I.

Il s'ensuit que lorsque les établissemens destinés à favoriser le commerce, fournissent un revenu suffisant pour couvrir leur dépense, l'état ne doit point s'en charger, et que, dans ce cas, ils peuvent être aisément régis par une administration locale et même privée, sans grever d'aucune charge le revenu commun de la société.

Lorsque ces établissemens sont de nature à ne pouvoir fournir aucun revenu pour leur propre entretien, il faut distinguer si leurs avantages s'étendent sur toute la société, ou s'ils se bornent en entier ou presqu'en entier à quelque lieu ou canton particulier. Dans le premier cas, ces établissemens sont l'affaire du gouvernement, et leur dépense doit être supportée par la société toute entière; dans le second cas, ils doivent être entretenus par un revenu local, sous la direction d'une administration locale. Quelque énormes que puissent paroître quelquefois les abus qui se glissent dans l'administration particulière d'un revenu local ou provincial, dans la réalité cependant ce ne sont que des bagatelles en comparaison de ceux qui ont ordinairement lieu dans l'administration du revenu d'un grand empire et dans la manière de dépenser ce revenu. D'ailleurs ils sont bien plus faciles à réparer.

ARTICLE III.

Des lumières et des moeurs.

§ 49.

Le perfectionnement des connoissances humaines est une suite nécessaire de la division du travail. (§ 17.) Je dis: une suite nécessaire, car ce perfectionnement ne peut point dévancer les progrès de la division et la division ne peut point faire des progrès, sans amener naturellement ce perfectionnement.

Il s'ensuit qu'un gouvernement qui prend à tâche d'accélerer le progrès des lumières par le moyen de l'instruction publique, travaille contre son propre but.

1°. Il contrarie la division du travail et la retarde dans sa marche naturelle; il emploie une portion du revenu public pour tâcher de confondre et de mêler deux classes de travail qui tendent d'elles-mêmes à se diviser. Car un gouvernement qui attire des citoyens vers l'étude des sciences, en offrant un enseignement gratuit qui présente un appât aux parens pauvres que l'ambition ou la vanité pourroit séduire, détourne une partie de la classe ouvrière des métiers qu'elle seroit naturellement portée à suivre, pour l'entraîner dans une carrière opposée; il détourne une partie du revenu national des travaux productifs, pour la diriger vers des travaux improductifs.

2°. L'industrie en souffrira, sans que la science y puisse rien gagner. Le travail appliqué aux sciences a cela de particulier, qu'entre l'ignorance absolue et l'étude complète les degrés intermédiaires sont non seulement inutiles, mais souvent même nuisibles au bonheur de l'individu et au repos de la société. De demi-lumières ne sont pas une foible lumière, mais une fausse lueur qui éblouit et qui égare. L'inégalité des lumières sert à adoucir et à rendre moins pénible l'inégalité déjà nécessaire des fortunes.

§ 50.

À ces raisons générales il faut en ajouter de particulières. [1]) Les établissemens publics d'instruction non-seulement n'atteignent presque jamais leur but, mais ils empêchent encore que les efforts de l'intérêt privé ne puissent l'atteindre. Cet effet provient des inconvéniens qui tiennent à leur nature comme établissemens publics, indépendamment des vices attachés à l'organisation de la plûpart des institutions modernes de ce genre.

1°. Les appointemens fixes diminuent l'application des maîtres, leur subsistance devenant par là plus ou moins indépendante de leurs succès et de leur zèle. L'in-

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. III. Art. II.

térêt de tout homme est de passer sa vie à son aise le plus qu'il peut; si ses émolumens sont exactement les mêmes, soit qu'il remplisse ou non quelque devoir pénible, c'est certainement son intérêt ou de négliger tout-à-fait ce devoir, ou bien, s'il est sous les yeux de quelque autorité qui ne lui permette pas d'en agir ainsi, de s'en acquitter avec toute la négligence que cette autorité voudra lui permettre. Si naturellement il aime le travail, son intérêt est d'employer son activité à quelque chose dont il puisse retirer un avantage, plutôt qu'à l'acquittement d'un devoir qui ne peut lui en produire.

2°. L'insuffisance des autorités destinées à surveiller les maîtres ajoute encore à cet inconvénient. Si l'autorité à laquelle le maître est assujetti, réside dans la corporation dont il est membre, il est probable que tous les membres feront cause commune pour se traiter réciproquement avec beaucoup d'indulgence. Si cette autorité réside dans quelque personne étrangère, tout ce qu'elle peut l'obliger à faire, c'est de ne pas manquer à ses leçons; mais elle ne peut provoquer par force le zèle et les soins qui les rendent utiles. D'ailleurs une juridiction étrangère est sujette à être exercée à la fois avec ignorance et avec caprice.

3°. Enfin les établissemens publics d'instruction ren-

dent presqu'impossible une bonne instruction privée. Les traitemens fixes que les maîtres publics reçoivent, mettent le maître particulier qui chercheroit à entrer en concurrence avec eux, sur le même pied que seroit un marchand qui voudroit commercer sans gratification, concurremment avec ceux qui en reçoivent une considérable dans leur commerce. D'ailleurs les écoles publiques ont partout le droit d'accorder des privilèges qu'on n'obtient pas en suivant les leçons des maîtres particuliers. Toutes ces causes font que ceux-ci sont regardés comme de la dernière classe des gens de lettres. Et il s'ensuit que les dotations et les privilèges des écoles publiques non-seulement nuisent à l'activité et au zèle des professeurs publics, mais rendent même presqu'impossible de se procurer de bons maîtres particuliers.

§ 51.

De tout ce qui a été dit, il résulte que l'instruction seroit sans doute meilleure, si elle étoit abandonnée aux efforts de l'intérêt privé.

À mesure que la société prospère, c'est-à-dire qu'elle avance en industrie et en population, tous les genres de travail se divisent, les diverses professions se séparent, et le nombre qu'attire à soi chacune d'elles se mesure de lui-même sur les *besoins actuels*, c'est-à-dire il augmente

en raison de ce que telle ou telle profession est plus ou moins demandée. Ainsi, plus la société s'enrichit, plus l'instruction sera en demande, et les objets d'instruction qui le seront, se trouveront être précisément ceux, dont la société aura, pour le moment, le plus grand besoin. Donc s'il n'y avoit pas d'instruction publique, il ne s'enseigneroit aucune science, aucun système ou cours d'instruction dont il n'y eût pas quelque demande, ou en d'autres termes, aucun que les circonstances du tems ne rendissent ou nécessaire, ou avantageux, ou convenable d'apprendre. La demande de ces sortes d'instruction produiroit ce qu'elle produit toujours, le talent de les donner, et l'émulation, fruit nécessaire d'une concurrence illimitée, porteroit ce talent à un très-haut degré de perfection.

§ 52.

Mais si les progrès naturels de la prospérité nationale dispensent le gouvernement du soin de favoriser l'extension des lumières, ces mêmes progrès lui imposent aussi le devoir d'empêcher la dégénération et la corruption du corps de la nation. Nous avons vu comment la division du travail, en bornant l'activité du simple ouvrier à une seule et même occupation, tend à dégrader ses facultés physiques et intellectuelles (§ 17.): les suites

de cette tendance peuvent compromettre le repos et le bonheur de la société, et pour les prévenir, l'action de l'intérêt privé se trouve en défaut. C'est dans ce cas seulement que l'état se voit dans la nécessité de se charger de l'instruction publique. Il s'ensuit que celle-ci doit être bornée aux classes inférieures du peuple, et que son objet ne comprend que les seules connoissances élémentaires qui sont indispensablement nécessaires pour prévenir l'abâtardissement total du gros de la nation. Le gouvernement est non-seulement en droit de faciliter et d'encourager l'acquisition de ces parties essentielles de l'instruction parmi la masse du peuple, mais il peut même lui imposer l'obligation de les acquérir.

---

§ 53.

Les raisons qu'on vient d'alléguer contre l'instruction publique en général, trouvent aussi pour la plûpart leur application à *l'instruction morale ou religieuse* en particulier. [1]) Lorsque les maîtres qui enseignent la doctrine où est contenue cette instruction, tirent leur subsistance des fonds que leur assigne l'état, ils négligent insensiblement de maintenir dans la masse du peuple la dévotion

---

[1]) Liv. V. Chap. I. Sect. III. Art. III.

et la ferveur de la foi. Mais cet inconvénient attaché à tous les cultes établis et dotés par le gouvernement, se trouve de plus accompagné de suites très-importantes pour la sûreté de l'état, dès qu'un culte particulier devient exclusivement le *culte dominant*.

Le clergé de toute église dominante constitue une immense corporation, dont les membres peuvent agir de concert et suivre leurs intérêts sur un même plan et avec un même esprit, autant que s'ils étoient sous la direction d'un seul homme, et très-souvent aussi y sont-ils.

Leur intérêt, comme membres d'un corps, n'est jamais le même que celui du souverain, et lui est quelquefois directement opposé. Leur grand intérêt est de maintenir leur autorité dans le peuple, et cette autorité dépend de l'importance et de l'infaillibilité de la totalité de la doctrine qu'ils lui enseignent. Que le souverain s'avise de paroître s'écarter ou de douter lui-même du plus petit article de cette doctrine, ou qu'il essaye de protéger ceux auxquels il arrive de faire l'un ou l'autre, alors l'honneur jaloux d'un clergé qui ne sera en aucune manière sous sa dépendance, se trouve à l'instant provoqué à le proscrire comme un profane, et à s'armer de toutes les terreurs de la religion, pour forcer le peuple à transporter son obéissance à quelque prince plus soumis et plus orthodoxe.

Qu'il essaye de résister à quelqu'une de leurs prétentions et de leurs usurpations, le danger ne sera pas moins grand. Quand le clergé d'une église dominante propage parmi le peuple quelque doctrine subversive de l'autorité du souverain, celle-ci ne peut être maintenue que par la force seulement. Mais une armée même, dans ce cas, ne peut donner au souverain une sécurité durable, parceque si les soldats sont tirés de la masse du peuple, il y a à présumer qu'ils seront bientôt corrompus eux-mêmes par cette doctrine populaire.

Il est évident que des articles de foi, ainsi que toutes les autres matières spirituelles, ne sont pas du département du souverain temporel. Ainsi pour tout ce qui concerne ces matières, son autorité ne peut guère contrebalancer l'autorité réunie du clergé de l'église dominante. Cependant la sûreté personnelle du souverain et la tranquillité de l'état peuvent très-souvent dépendre de la doctrine que le clergé jugera à propos de répandre sur de pareilles matières.

Comme le prince ne peut donc guère *s'opposer directement* à la décision des membres de ce corps avec assés de poids et d'autorité, il est nécessaire qu'il soit à portée *d'influer* sur cette décision; et il ne sauroit y influer qu'autant qu'il pourra s'attacher la majorité des individus

de cet ordre, ou par *la crainte* d'être destitué d'un bénéfice, ou par *l'espérance* d'en obtenir un meilleur.

Or la crainte est presque toujours un mauvais ressort de gouvernement; elle le seroit surtout dans ce cas-ci. Si les bénéficiers étoient sujets à être destitués au plus léger déplaisir qu'ils auroient causé au souverain ou à ses ministres, il leur seroit peut-être impossible de conserver aucune autorité sur le peuple; et si le souverain s'avisoit d'employer la violence ou quelque voie irrégulière pour priver de leurs bénéfices un certain nombre de gens d'église, par la raison qu'ils auroient propagé quelque doctrine séditieuse, il ne feroit, par une telle persécution, que les rendre eux et leur doctrine dix fois plus dangereux.

Il ne reste donc au souverain, pour s'attacher le clergé d'une église dominante, que le seul moyen de se réserver le droit de collation aux bénéfices. Si ce droit se trouve réuni à quelque *autorité étrangère*, la condition du souverain devient absolument dépendante de cette autorité, qui peut tourner les armes formidables des opinions religieuses contre le souverain; si elle se trouve résider dans les *membres de chaque paroisse*, le peuple, dans les élections, ne fait que suivre l'influence du clergé, et en général celle des plus fanatiques et des plus tur-

bulens de cet ordre. Chaque élection alors peut occasionner des contestasions violentes, et menacer de laisser après elle un nouveau schisme dans l'église et une nouvelle faction dans l'état.

Ainsi le système qui, en maintenant une subordination dans le clergé, donne au *souverain* la nomination à tous les bénéfices dans ses états, et qui par là le rend le véritable *chef de l'église*, ce gouvernement ecclésiastique est le plus favorable à la paix et au bon ordre, comme à la soumission envers le magistrat civil. Sous un pareil régime, les ecclesiastiques cherchent naturellement à gagner l'estime du souverain et des personnes distinguées du pays, quelquefois sans doute par des complaisances et des flatteries, mais bien souvent aussi par des connoissances utiles et agréables, par la sociabilité, enfin par le mépris de ces austérités absurdes et hypocrites que les fanatiques prêchent et pratiquent afin d'attirer sur eux la vénération du petit peuple. Cependant un tel clergé, en se rendant agréable aux personnes du premier ordre de la société, est très-disposé à négliger totalement les moyens de conserver de l'influence et du crédit sur les dernières classes. Il sera écouté, estimé et respecté de ses supérieurs, mais devant ses inférieurs il sera souvent hors d'état de défendre avec succès ses

*

principes sages et modérés contre le plus ignorant des enthousiastes qui jugera à propos de les attaquer.

§ 54.

Tels sont les inconvéniens politiques attachés à l'existence d'une église dominante: voyons maintenant quelles seroient les suites d'une *liberté parfaite de religion.*

Dans un pays où la loi ne favoriseroit pas les maîtres d'une religion plus que ceux d'une autre, il ne seroit pas nécessaire qu'aucun d'eux se trouvât sous une dépendance particulière ou immédiate du souverain, ni que celui-ci eût à se mêler de les nommer ou de les destituer de leurs emplois. Le souverain alors n'auroit qu'à maintenir la paix entre eux, comme parmi le reste de ses sujets.

Dans un pareil état de choses il y auroit sans doute une grande *multitude de sectes religieuses.* Chaque maître en ce genre de profession se verroit dans la nécessité de faire tous ses efforts et de mettre en oeuvre toutes ses ressources, tant pour conserver ses disciples, que pour en augmenter le nombre. Mais comme tout autre maître de la même profession se verroit dans la même nécessité, le succès d'aucun de ces maîtres ne pourroit être très-grand. Les maîtres dans chaque petite secte, se trouvant presque isolés, seroient obligés de respecter ceux de presque toute autre secte, et ce qu'ils seroient forcés

de se céder mutuellement, finiroit vraisemblablement par réduire avec le tems la doctrine de la plûpart d'entre eux à une seule religion pure et raisonnable, telle que les hommes sages ont toujours désiré la voir établie.

Mais quand même, en traitant avec une parfaite égalité toutes les sectes religieuses, on ne parviendroit pas à amener parmi toutes celles d'un même pays ce caractère de modération et cet esprit de tolérance: pourvû que ces sectes fussent suffisamment nombreuses, et chacune d'elle conséquemment trop foible pour pouvoir troubler la tranquillité publique, le zêle excessif de chaque secte ne pourroit guère produire d'effets très-nuisibles; au contraire, il produiroit toujours quelque bien, en réformant les moeurs de la dernière classe du peuple, effet salutaire des petites sectes, dont nous avons déjà fait sentir l'influence. (§ 22.)

Si ce zêle avoit quelque chose de trop austère ou d'insociable, deux moyens très-faciles pourroient servir à l'état, pour corriger sans violence ce défaut:

1°. *L'étude des sciences* et de la philosophie, que l'état pourroit rendre presque universelle parmi tous les gens d'un rang et d'une fortune moyenne, non pas en donnant des gages à des professeurs pour en faire des paresseux, mais en instituant dans les sciences les plus

élevées et les plus difficiles quelqu' espèce d'épreuve, que seroit tenue de subir toute personne qui voudroit avoir la permission d'exercer une profession libérale, ou qui se présenteroit comme candidat pour une place honorable ou lucrative. La science est le premier des antidotes contre le poison de l'enthousiasme et de la superstition, et dès que les classes supérieures du peuple seroient une fois garanties de ce fléau, les classes inférieures n'y seroient jamais fort exposées.

2°. Le second de ces moyens, c'est la multiplicité et la gaîté des *divertissemens publics.* Si l'état encourageoit, c'est-à-dire, s'il laissoit jouir d'une parfaite liberté, tous ceux qui, pour leur propre intérêt, voudroient amuser et divertir le peuple sans scandale et sans indécence, il viendroit aisément à bout de dissiper dans le peuple cette humeur sombre et cette disposition à la mélancolie, qui sont presque toujours l'aliment de la superstition et de l'enthousiasme. Tous les fanatiques, agitateurs de ces maladies populaires, ont toujours vu les divertissemens publics avec effroi et avec courroux.

Résultats. [1]

Si telles sont les lois éternelles du développement des facultés humaines et la nature de l'influence que peut y exercer le pouvoir suprême, *l'objet du gouvernement* vient se présenter de lui-même, et le *systême de la liberté naturelle* se trouve établi. Tout citoyen qui n'enfreint pas les lois de la justice, demeure en pleine liberté de suivre la route que lui montre son *intérêt individuel*. Le souverain se trouve entièrement débarrassé d'une charge qu'il ne pourroit essayer de remplir sans s'exposer infailliblement à se voir trompé sans cesse de mille manières, et pour l'accomplissement de laquelle il n'y a aucune sagesse humaine qui puisse suffire: la charge d'être le surintendant de l'industrie, des lumières et des moeurs des particuliers.

Dans le systême de la liberté naturelle, le gouvernement n'a que *trois devoirs* à remplir; devoirs, à la vérité d'une haute importance, mais clairs, simples et à la portée d'une intelligence ordinaire: 1°. celui de *défendre la sûreté extérieure*, ce qui fait l'objet particulier du *pouvoir exécutif*; 2°. celui de *protéger la sûreté intérieure*, objet particulier du *pouvoir judiciaire*; et 3°. celui *d'ériger*

---

[1]) Liv. IV. Chap. IX.

et d'entretenir certains établissemens publics, que l'intérêt privé des particuliers, même en réunion, ne pourroit jamais les porter à ériger ou à entretenir, parce que jamais le profit ne leur en rembourseroit la dépense. [1])

---

[1]) Les *observations* sur le systême politique de Smith, que j'ai annoncées dans mon premier mémoire, trouveront leur place dans les volumes suivans.

DESCRIPTION STATISTIQUE DES LACS SALÉS DE LA RUSSIE, AVEC UN DISCOURS PRÉLÉMINAIRE SUR LE COMMERCE DE SEL DANS CET EMPIRE,

PAR

Ch. Th. HERRMANN.

Présentée le 7. Mai 1806.

Discours préléminaire sur le commerce de sel en Russie.

Le commerce de sel est presque partout un droit régalien qui donne des revenus considerables aux Gouvernemens. Il l'est aussi en Russie pour trente-deux Gouvernemens, mais depuis 1793 il est devenu un objet de pertes pour la Couronne, et ces pertes augmentent chaque année.

Nous tacherons à devélopper la nature de ce commerce, et pour cet effet nous parlerons des *sources* du sel en Russie et de sa *consommation*, des différens *systêmes* que le Gouvernement a adoptés à cet égard et de leurs *résultats*, enfin du *commerce libre*. Nous ajouterons

quelques *observations* pour éclaircir encore davantage ce phénomène singulier, qui interesse également le politique et le patriote.

Le commerce de sel étoit libre jusqu'en 1705. Depuis cette année la Couronne a pris ce commerce et l'a conservé jusqu'aprésent, à l'exception de quatre ans, où l'on fit encore un essai de rendre la liberté à cette branche de l'industrie nationale. Nous avons donc aquis les expériences d'un siècle, qui comprend une des periodes les plus intéressantes de l'histoire de la Russie.

Le commerce exclusif de sel s'étend sur les trente-deux Gouvernemens qui forment l'intérieur de la Russie. Les provinces limitrophes, la petite Russie et presque tous les Gouvernemens ci-devant suedois ou polonois ont conservé ou obtenu la liberté du commerce de sel, soit par leurs priviléges, soit par la difficulté qu'il y auroit de les pourvoir de sel par la Couronne. Ces Gouvernemens sont au nombre de dix-huit.

I. Des sources et de la consommation.

La Russie a des *sources* fort nombreuses pour la recolte du sel, mais elles se trouvent aux deux extremités de sa latitude; les Gouvernemens du milieu n'en ont point. Le nord offre des salives, le sud a du sel de roche et du sel des lacs.

Les salives de la partie septentrionale sont nombreuses mais foibles, leur élaboration demande une trop grande quantité de bois, et la plûpart ont été abandonnées pour épargner les bois des environss. Il n'y a que les salines de Stararoussa, de Seregow et de Perme qui existent encore. Les premieres donnent annuellement environ 200,000 pouds de sel, les secondes 300,000 pouds et les dernieres cinq millions et demi. Il y a encore des établissemens pour tirer du sel de l'eau de la mer à Archangel et à Olonetz qui donnent 200,000 pouds. Donc le nord de la Russie rend annuellement six millions 200,000 pouds de sel.

Le midi de la Russie donne plus que le double. Le sel de roche d'Iletzk est une mine fort riche, mais le transport étant devenu cher on n'en retire que 400,000 pouds environ. Les lacs salés sont la source la plus abondante. Celui d'Elton fournit ordinairement huit millions et demi, les lacs d'Astrachan et de Caucasie un million, ceux de la Crimée de trois à cinq millions, somme totale: quatorze à quinze millions de pouds.

En y ajoutant le sel de Koraekow pour la Siberie dont le produit est d'un million, la production annuelle de toutes les salines de la Russie monte à peu près à vingt-un millions de pouds de sel.

Il résulte de là que les sources les plus riches du sel en Russie sont les salines de Perme et le lac Elton qui fournissent vingt-un Gouvernemens. Le sel d'Astrachan ne pourvoit que les Gouvernemens d'Astrachan et de Caucasie, le sel de Koraekow Tobolsk et quelques cercles de Perme et d'Orenbourg, le sel de Seregow plusieurs villes de Vologda, de Pleskow et de Novgorod, le sel d'Iletzk les environs d'Orenbourg, le sel de mer et celui de plusieurs lacs en Siberie les endroits qui se trouvent dans le voisinage, enfin le sel de Crimée est particulierement destiné pour les Gouvernemens où le commerce est libre.

En decomptant le produit de ces derniers lacs on ne sauroit évaluer la recolte annuelle pour les 32 Gouvernemens qu'à seize ou dix-sept millions de pouds, et la consommation passe annuellement quinze millions. On gagne donc à peu près autant qu'il faut pour l'année.

Et il est très difficile d'augmenter sensiblement les forces productives aux premières sources et d'élaborer beaucoup davantage; car les salines du nord sont foibles et l'on n'a pas assez de bois aux environs, le sel de mer dépend du froid, le sel des lacs dépend de la hausse ou de la baisse de l'eau, des vents et des pluïes. Outre cela ces lacs, qui sont si riches en sel, qu'ils pourroient fournir

toute la Russie et une grande partie de l'Europe, se trouvent dans des contrées absolument inhabitables, le sol est arride, sans bois et sans eaux, l'air y est malsain et l'élaboration l'est encore davantage. Il est de toute impossibilité de mettre la provision d'une seule année dans les magazins de reserve ou d'élaborer dans une année trente à quarante millions de pouds.

Autrefois la Russie se pourvoïoit des mêmes sources. Les provinces septentrionales tiroient le sel nécessaire de leurs salines, celles de Stararoussa remontent à un tems immemorial. Les provinces du milieu sur la Volga recevoient leur sel des lacs d'Astrachan, d'après le rapport de Josafa Barbaro alla Tana en 1436. Les provinces meridionales achetoient le sel de Crimée, comme le dit Rubruquis en 1263, et les contrées situées au Sud-Ouest tiroient leur sel de la Galicie, selon les Annales russes pour l'an 1097.

Et ces sources leurs suffisoient tant que la population étoit petite et le commerce de l'intérieur presque nul, mais elles suffisent à peine dans un tems où le nombre des habitans s'est accrû et où l'industrie a fait des progrès considérables. La population et l'industrie augmentent beaucoup plus rapidement que la possibilité de doubler l'élaboration du sel aux premières sources.

Les difficultés qui se trouvent dans la position et dans la nature des sources, les difficultés qui proviennent de la demande qui augmente annuellement et du commerce de l'intérieur qui devient plus actif, ont engagé le Gouvernement de changer de tems à autres le systême qu'il avoit adopté pour le commerce exclusif.

II. Des systêmes et de leurs résultats.

On peut distinguer trois époques dans l'histoire du commerce de sel en Russie.

Pendant la première periode le commerce étoit libre jusqu'en 1705.

Pendant la seconde la Couronne se reserva ce commerce en accordant aux particuliers la permission de la revente à prix nommé, jusqu'en 1781. Il faut excepter quatre années, de 1727 à 1731, où l'on retablit la liberté du commerce.

Dans la dernière période de 1781 jusqu'àprésent la Couronne conserva le monopole en accordant aux particuliers la liberté de la revente à prix indéterminé.

I. Le commerce étoit libre jusqu'en 1705, mais le Gouvernement fixa le prix du sel et surveilloit le commerce des marchands. La loi défendoit de vendre le sel plus cher que le double de ce qu'il revenoit sur les lieux. Les prix étoient donc inégaux et se regloient d'après les fraix de l'apprétation et du transport.

La Couronne releva des droits de ce commerce, et ces droits étoient aussi inegaux. Le sel cuit païoit dix kopeques du rouble en Russie, et en Siberie on donnoit le cinquième poud en nature; il y avoit même des contrées où l'on païoit les dix kopeques et où l'on donnoit encore le cinquième poud. Le sel des lacs étoit taxé autrement, celui d'Astrachan païoit trois kopeques du poud, celui de Koraekow ou des Steppes deux. La Couronne avoit aussi ses propres magazins où l'on païoit deux a trois altin sur le prix du marché.

II. Mais les prix de toutes choses montoient insensiblement par les progrès de la population et de l'industrie et les marchands trouverent moïen de hausser les prix du sel d'une manière illégitime. C'est alors que le Gouvernement se reserva exclusivement ce commerce le 8 de Janvier 1705, dans la vue de soulager le peuple et d'augmenter en même tems les revenus de la Couronne.

Les principes de ce systême étoient: 1) tout le sel ou cuit ou naturel ne sauroit être vendu par les propriétaires qu'à la Couronne. Leur sel fut deposé et gardé dans les magazins du Gouvernement à leurs fraix, et ce n'est qu'aprés la vente qu'on leur païoit un prix fixe.

2) La vente du sel de ces magazins fut dirigée par un comité de marchands choisis dans la bour-

geoisie, et l'on conserva religieusement le principe établi depuis longtems de vendre au prix double de ce que le sel revenoit sur la place.

3) La Couronne vendoit exclusivement en gros et en détail, tout commerce des particuliers étoit rigoureusement defendu (v. Oukase du 8 Fevrier et du 5 Juillet 1705.)

4) Le transport des sources aux magazins ne devoit se faire par des comissaires de la Couronne qu'en cas de necessité, où il ne se trouveroit point d'entrepreneurs qui voudroient s'en charger pour un prix convenu.

Mais l'expérience d'une année prouvoit l'impossibilité d'embrasser tout le commerce en détail. L'oukase du 21 Fevrier 1706 permit donc la revente en détail aux particuliers, mais à prix nommé, c'est-à-dire: à condition de ne hausser le prix que d'une kopeque par poud, et dans les endroits éloignés de deux kopeques. Tous ceux qui vendroient à un prix plus haut étoient censés accapareurs et punis selon la rigueur des loix.

On rendit encore une fois le commerce de sel libre en 1727, sur le pied comme il l'avoit été auparavant, mais les mêmes raisons qui avoient engagé le Gouvernement à se reserver ce commerce firent rétablir le monopole en 1731.

Ce système souffrit un changement remarquable en 1748, on établit un prix uniforme de 35 kopeques par poud. Mais le prix étant une valeur à peu près égale au travail et aux fraix d'une marchandise, il doit être necessairement inégal, surtout dans un pays aussi étendu que la Russie. C'étoit donc réellement une taxe par laquelle la Couronne devoit gagner en quelques endroits et perdre en d'autres, et qu'il falloit hausser quand le nombre des derniers devenoit trop grand. C'est ce qui arriva aussi, car en 1748 le poud de sel fut taxé à 35 kopeques, en 1756 à 50, en 1762 à 40, en 1775 à 35, et en 1791 encore à 40 kopeques.

III. Les prix de toutes choses montoient avec les progrès de la culture, et la revente à un ou à deux kopeques au dessus du prix de la Couronne étoit impossible si l'on observoit rigoureusement les loix. L'édit sur le sel de 1781 remedia à cet inconvenient et accorda pleine liberté de revendre le sel dans les villes, bourgs et campagnes en assez grande quantité, sans determiner le prix. Accaparement n'étoit plus la revente avec un profit plus grand que celui d'une ou de deux kopeques, mais l'abus qu'un particulier faisoit de ce commerce en écartant les autres marchands de la concurrence pour fournir le sel à toute une ville ou à tout un Gouvernement. Il fut même permis de vendre

le sél de la Couronne dans les Gouvernemens où le commerce est libre.

On vend le sel dans une boutique attenante aux magazins des Gouvernemens, d'une livre jusqu'à dix pouds. Dès qu'on prend plus, il faut en demander la permission par écrit aux préposés du magazin et quand on demande plus de cinquante pouds il faut declarer devant le juge qu'on n'achete point pour accaparer. Les circonstances font naitre des exceptions quand on a lieu de craindre que le sel ne suffira pas au magazin.

Le sel tiré des premieres sources n'est pas transporté directement sur les lieux où il se vend. On le depose dabord aux grands magazins desquels on ne vend point, mais d'où on le transporte dans les magazins des Gouvernemens où il se vend aux habitans des villes et des campagnes. Les magazins de premier ordre sont pour le sel de Perme à Nigegorod et pour le sel d'Elton à Kamischin et à Saratow. Ces derniers fournissent 13 Gouvernemens et donnent une quantité considérable aux magazins de Nigegorod qui pourvoient huit Gouvernemens et quelques villes. La repartition se fait selon les moïens qu'on trouve pour faciliter le transport. La Couronne n'a pas des magazins dans les campagnes, il y

a pourtant quelques cercles où il se trouve de pareils depôts.

Le transport se fait des grands magazins à ceux des Gouvernemens par des entrepreneurs libres qui prennent ce transport à ferme pour quatre ans, et il y a très peu de contrées où la Couronne soit obligée de faire transporter le sel par ses commissaires. Les fermiers reçoivent le sel aux grands magazins au poid et le transportent à leurs fraix et à leur risque au lieu designé par le Ministre de l'Intérieur, au terme prescrit. Le Gouvernement ne tient pas compte du sel qui se perd en desé-chant ou par la fonte, ni aux fermiers ni aux préposés des magazins.

L'administration de ce commerce exclusif à été souvent changée. Pierre le grand nomma dabord un directeur général qui étoit Aftamon Ivanow, alors Doumni Diak à Moskou, sous lequel les magistrats des villes avec un comité de marchands choisis dans la bourgeoisie regloient la vente. Ensuite on établit un comptoir général pour le sel, après les chambres des finances eurent la direction, depuis 1797 un comptoir suprême pour le sel, et enfin 1802 le Ministère de l'Intérieur, qui a ses comptoirs à Nigegorod, à Saratow, à Iletzk et en

*

Crimée, l'édit de 1781 fut conservé comme loi fondamentale.

Le commerce de sel en Russie se fait donc dans ces 32 Gouvernemens en partie par la Couronne et en partie par les particuliers. La Couronne s'est reservée l'élaboration aux lacs et à ses propres salines d'où elle fait transporter le sel dans les magazins du premier ordre. Les particuliers soignent l'élaboration à leurs salines et le transport aux premiers magazins, prennent à ferme le transport des magazins du premier ordre à ceux des Gouvernemens et vendent le sel en détail.

Mais aussi l'ouvrage dont la Couronne s'est chargée se fait en grande partie par des gens libres, parconsequent le commerce de sel est devenu réellement un objet de l'industrie nationale sous le titre de monopole.

Le but de ce monopole étoit comme nous l'avons dit, de soulager le peuple et d'augmenter les revenus de la Couronne. Le commerce libre n'atteint pas le premier but, mais il peut devenir lucratif pour le second. Le commerce exclusif à prix inegaux, soulage assurement le peuple autant que cela se peut sans faire perdre à la Couronne, mais il rapporte moins de revenus. Le monopole avec la taxe à prix nommé pour la revente, ne soulage pas de beaucoup le peuple et peut faire gagner

ou perdre à la Couronne selon les circonstances, et la taxe avec le prix libre pour la revente soulage encore moins la nation. Le paysan de Saratow qui vend le tschetwert de bled à deux Roubles et celui de Twer qui le vend à quatre, payent également le poud de sel d'après une taxe uniforme, donc le premier paye réellement le double. Cette inégalité existe deja quand ils reçoivent le sel à prix nommé à la revente, elle devient plus grande dès que ces prix sont libres. Alors ce ne sont réellement que les revendeurs qui achetent aux magazins, l'habitant des villes et encore plus celui des campagnes y perdroieut trop de leur tems. Ils achetent chez les revendeurs qui prennent le double et plus. Donc s'il arrive que la Couronne perd par cette uniformité de la taxe, ce sacrifice ne soulage pas la plus grande partie de la nation.

Tels sont les résultats des différens systemes. Voyons apresent les details des resultats pour les revenus de la Couronne.

Le commerce libre avant 1705 donnoit dans les dernières années un revenu net des droits relevés de

76,000 roubles par an.

Le commerce exclusif à prix inegaux rapporta de 1705 à 1727, en 22 ans 1,102,000 roubles, environ

50,091 roubles annuellement.

Le commerce libre de 1727 à 1731 rendit en 4 ans 220,000 roubles ou   55,000 roubles par an.

Il paroit donc qu'on a retabli la liberté du commerce en 1727, puisqu'on avait fait l'experience que le monopole rapportoit moins. Mais comme les premieres années du commerce libre ne repondoient pas tout à fait à l'attente qu'on avoit fondée sur la recette des dernières années avant 1705, et comme les marchands haussoient de beaucoup les prix, on retablit le monopole, qui rapporta encore moins en 17 ans depuis 1731 à 1748, savoir 815,444 roubles ou   47,967 roubles par an, preuve certaine que les prix inégaux mis aussi bas que possible pour soulager la nation ne font pas beaucoup gagner à la Couronne..

On changea donc le prix en taxe uniforme. Celle de 35 Kopeques dura huit ans de 1748 à 1756 et la recette étoit 1,738,000 roubles, environ
217,250 roubles par an.

Les Gouvernemens où la Couronne gagnoit à cette taxe étoient donc en beaucoup plus grand nombre que ceux où elle y perdoit. D'où l'on peut conclure que le prix naturel étoit alors au dessous de 35 kopeques en Russie.

Pour augmenter une source de revenus qui promettoit tant, on haussa la taxe de 15 kopeques, ce qui donna

en six ans, de 1756 à 1762, un revenu de 2,050,226 roubles ou 341,704 roubles par an.

Malgré cette augmentation de la taxe, la consommation du sel n'en souffrit point, mais elle devint encore plus grande, car en ajoutant les 15 Kopeques au revenu precédent, celui des dernieres années a toujours un surplus de 91,867 roubles, preuve evidente d'une plus grande consommation de sel et parconsequent des progrès de l'industrie qui augmente la population.

La grande Imperatrice Catherine II renonça en partie à ce revenu pour soulager la nation, et elle y auroit renoncé entierement si elle n'auroit prevû des années de perte. La taxe fut baissée de dix kopeques et conservée pendant dix ans depuis 1762 jusqu'en 1775 à 40 kopeques. Elle rendoit 1,416,378 roubles ou 108,952 roubles par an.

Animée du même esprit de bienfaisance pour sa nation elle baissa encore la taxe de cinq kopeques en 1775 et conserva cette taxe de 35 kopeques pendant seize ans, jusqu'en 1791. Le revenu n'en fut pas grand, comme elle le desiroit, 1,010,822 roubles ou environ 63,176 roubles annuellement.

La même taxe avoit rapporté 35 ans avant plus que le triple et pourtant la consommation du sel étoit devenue

plus grande comme nous l'avons fait remarquer, donc le nombre des Gouvernemens où la Couronne perdoit, étoit augmenté au moins d'un tiers, d'où l'on peut conclure sur les progrès de l'industrie et de la population.

Il falloit hausser la taxe pour ne pas perdre, mais l'Imperatrice ne fit qu'une augmentation de cinq kopeques en 1791. Deux ans la recette et la depense étoient en équilibre, mais l'année 1793 avoit deja une perte de 40,000 roubles et cette perte augmenta si enormement que la Couronne perdit en trois ans jusqu'en 1795: 715,000 roubles.

Le Sénat ayant fait son rapport sur la perte que la taxe de 40 kopeques faisoit essuyer à la Couronne, l'Imperatrice animée toujours du même esprit resolut de perdre sur un article de premiere necessité pour le bas peuple et ordonna de continuer la taxe jusqu'en 1800. La Couronne perdit cette derniere année

220,617 roubles.

On fit les rapports nécessaires sur cet objet qui devenoit important à l'Empereur Paul I, et il ordonna en 1799 dans le même ésprit, de conserver la taxe et de couvrir le déficit par la recette des lacs de Crimée qu'on avoit donné en ferme pour 280,000 roubles. Mais il

n'y a pas de bornes à cette perte annuelle. En 1805 elle monta jusqu'à 601,461 roubles 87 kopeques, et en onze ans, depuis 1793 à 1804, la Couronne a perdu à ce monopole 3,400,000 roubles.

Le tableau suivant donnera une idée plus nette de la quantité du sel vendu et des fraix, de la recette, des pertes et de leur compensation.

Vente et Fraix.

Années	Sel vendu.		Fraix pour l'appretation et le transport.		Fraix extraordinaires. Gages des Préposés.		Fraix extraordinaires. Depenses extraordinaires.		Somme totale des fraix.	
	Pouds.	Livr.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.
1801.	14,404,166	34¼	6,034,369	92	37,824	99½	82,692	17¾	6,154,887	19⅝
1802.	14,897,860	8½	6,250,602	1¼	89,815	—	82,529	48½	6,422,946	49⅜
1803.	14,990,812	35	6,269,985	45½	93,928	25	83,804	31	6,477,718	1⅝
1804.	15,639,250	11¼	6,58[illegible],021	37½	93,928	25	83,804	31	6,759,753	93⅜
	59,932,091	9	25,136,978	76	315,496	49½	332,830	27¾	25,785,305	53⅝

Recette, perte et compensation.

Années	Recette.		Perte.		Somme moienne de la perte		Compensation par le profit net sur le sel de Crimée.			
	Roubles	Kp.	Roubles	Kp.	Roubles	Kp.	Roubles	Kp.	Roubles	Kp.
							affermé			
1801.	5,761,645	23½	393,241	85½	455,122	[illegible]¾	280,000		370,297	94⅝
1802.	5,959,223	39	463,723	10¾			280,000			
							administré par la Couronne			
1803.	5,996,462	48¼	451,255	[illegible]			397,540	46		
1804.	6,247,483	6¼	512,270	86[illegible]			525,65[illegible]	32¾		
	23,964,814	18	1,820,491	35¼			1,481,191	78¼		

La perte croissante de la Couronne n'est pas l'effet de circonstances passagères, elle est fondée dans la nature des choses, dans les progrès de l'industrie nationale.

Le païement de l'ouvrier a augmenté, tous les matériaux et instrumens pour l'élaboration sont devenus plus cher, le transport surtout a rencheri. Celui par eau demande des gens, des vaisseaux et une profondeur suffisante d'eau. Les matelots sont devenus plus cher, puisqu'ils trouvent des marchandises à transporter qui païent beaucoup plus que le sel, le prix des vaisseaux et leur nombre ont augmenté, à mesure que les bois s'éloignent des rivières, que le commerce de l'intéreur devient plus actif et que la demande augmente, l'eau manque quelquefois dans les canaux, tous les vaisseaux ne peuvent pas passer, il faut hiverner, transporter le sel par terre ou décharger. Le transport par terre est devenu encore plus cher par les mèmes raisons. Le voiturier se trouvoit heureux autrefois de gagner quelque chose, aprésent il n'a qu'à choisir les marchandises pour transporter. La valeur de la monnoïe influe infiniment sur les prix, mais elle nous fait aussi envisager la perte de la Couronne plus grande qu'elle n'est effectivement.

III. Des Gouvernemens où le Commerce est libre.

Les 18 Gouvernemens où le commerce de sel est libre païent le sel à prix inégal, de 60 kopeques à un et

deux roubles le poud, à l'exception des endroits près des lacs de Crimée. La Finlande, la Livonie, l'Esthlande, la Courlande tiroient leur sel de Liverpool, de Lunebourg et de la Mediterranée. La Lithuanie le reçut par la Prusse de Liverpool et de la France, la Volhynie et la Podolie achetoient le sel de roche de la Moldavie et de la Bessarabie, et le sel cuit de la Lodomirie. Tous les Gouvernemens enfin où les sels étrangers ne pouvoient pas penètrer ou ne suffisoient pas, furent pourvus du sel des lacs de la Crimée.

IV. Observations.

Quelques observations serviront à éclaircir la nature du Commerce de sel en Russie.

1. Le transport étant la principale source des pertes de la Couronne, la repartition du sel plus ou moins avantageuse augmente ou diminue les pertes sur les fraix du transport. Cette répartition est donc très importante et il faut de longues expériences pour trouver la meilleure. Dépuis 1803 elle a été quatre fois changée et toujours pour de bonnes raisons (v. Rapports du Ministre de l'Intérieur du 14 Novembre 1803, du 19 Janvier et 8 Août 1804 et du 8 Janvier 1806). La dernière paroissoit la meilleure selon toutes les expériences, mais les pluïes au lac Elton et le mauvais tems aux lacs de Crimée la firent changer encore. Donc la meilleure repartition faite

au commencement de l'année est stujete à des inconveniens dans le cours de l'année, qu'on ne sauroit prèvoir.

2. Les prix du transport augmentent naturellement et nécessairement. On a fait tout pour conserver des prix modiques, en avançant un tiers de la somme aux entrepreneurs, et en leur accordant plus d'indépendance des tribunaux en sous-ordres; mais ces moïens, qui assurement ont produit un bon effet, ne sauroient conserver long-tems les mêmes prix.

3. L'élaboration est difficile à augmenter d'une manière sensible. Le Nord donne tout ce qu'il peut, dans le Midi de la Russie le Gouvernement a augmenté le nombre des voituriers depuis 1802, il a amélioré leur état, leur a donné des terres et du betail, a pris soins des ouvrièrs libres (v. Rapports du Ministre de l'Intérieur du 14 Avril 1803, du 24 Fevrier 1805 et du 8 Juillet de la même année). On n'a pas negligé de perfectionner les autres sources, on a fait des améliorations pour les lacs de Crimée (le 3 de Juillet 1804) pour les salines de Perme (le 1 d'Octobre 1805) pour le sel d'Iletzk (le 25 Avril 1805) pour le sel de Jevelei (le 31 Décembre 1805). Et malgré tous ces efforts la recolte est toujours difficile et la production n'est pas assez grande pour remplir les magazins de reserve en quelques années. La recolte au

lac Elton et en Crimée depend du tems, sans parler de celle d'Archangel et d'Olonetz, les ouvriers libres qui retirent le sel des lacs peuvent trouver aisement de l'ouvrage qui leur rapporte plus et un travail plus facile.

4. Pour assurer la provision nécessaire on eut en 1781 l'idée d'établir des magazins de reserve. Cette idée parut avec l'édit sur le sel. En 1783 on fit un plan pour ces magazins, qui demandoit une provision de deux ans, alors 23 millions de pouds. L'impossibilité absolue de l'exécuter le fit changer en 1788 et le Comptoir pour le sel résolut de commencer par 9,116,000 pouds, mais aussi cette quantité modique trouvoit des difficultés insurmontables. En 1803 on fixa 9,300,000 pouds et enfin en 1805 on a commencé à exécuter ce plan. Il est donc trés difficile d'accumuler une provision de deux ans dans les magazins de reserve.

5. Tous les systêmes qu'on a suivi jusqu'àprésent avoient leurs inconveniens. Le commerce libre faisoit monter énormement les prix sans que la Couronne avoit des moïens à les faire baisser. Le second systême entraina la Couronne dans des détails infinis et rendoit la revente trés difficile, le troisième systême cause des pertes à la Couronne sans soulager de beaucoup la nation

et tous les efforts n'assurent pas pour toujours la possibilité de fournir annuellement la quantité réquise.

6. En augmentant (s'il est possible) la récolte, il faut augmenter les capitaux et nécessairement les pertes de la Couronne. En haussant la taxe uniforme on rend l'inégalité réelle encore plus sensible. En vendant le sel dans les campagnes on multiplie les abus. En augmentant les magazins de reserve on augmente les pertes de la Couronne et en les abandonnant on s'abandonne au hazard. Si l'on soutient que la Couronne doit faire ce sacrifice à la nation, il est difficile à prévoir le terme où cette perte s'arrêtera, et douteux si c'est réellement la majeure partie de la nation qui est soulagée par ce sacrifice.

Faut-il donc renoncer au monopole et rendre la liberté au commerce de sel? Faut-il conserver le premier avec des modifications, ou permettre le dernier avec des réstrictions? Il y a des argumens pour et contre le commerce exclusif.

Contre le monopole: les vexations de toute espèce qu'on ne sauroit extirper radicalement, la perte annuelle et progressive de la Couronne qui est payée en dernier lieu par la nation, les embaras d'un commerce aussi com-

pliqué et les stagnations qu'on ne sauroit eviter avec tous les moïens qui sont au pouvoir du Gouvernement.

Contre le commerce libre : l'éloignement et la nature des sources du sel, qu'on ne sauroit comparer avec le bled ou la viande, les circonstances locales qui empêchent d'élaborer beaucoup plus de sel qu'on n'en retire actuellement, d'où il s'ensuit que la moindre distribution inégale produiroit des disettes locales beaucoup plus grandes que les stagnations momentanées qui arrivent actuellement, l'impossibilité de remedier à ces disettes si le Gouvernement se desaisit des sources, l'impossibilité d'avoir des magazins de reserve avec le commerce libre, car il faudroit au moins élaborer 30 à 40 millions de pouds, la perte que les autres branches de l'industrie y doivent faire, car c'est aprésent la Couronne qui fait les avances considérables pour l'élaboration et le transport du sel, alors ce seront des particuliers qui les feront et qui deroberont ces capitaux à d'autres branches de l'industrie nationale qui ne fait que commencer à devenir active. Enfin le Gouvernement perd la facilité de se procurer un revenu plus grand en adoptant un jour un système lucratif, et la dernière classe de la nation, la plus nombreuse, perd un benéfice national sur un objet de première necessité dont elle fait une consommation étonnante.

7. Dès que le Gouvernement ne veut et ne peut point se désaisir entièrement de toute intervention dans ce commerce il y a trois cas possibles:

Vendre le sel exclusivement en gros et en détail. Il faut pour cela des magazins dans toutes les villes, bourgs et campagnes.

Vendre le sel en gros exclusivement et permettre aux particuliers le commerce en détail. Il faut pour cela des magazins dans les villes et un état de 500 personnes comme aprésent.

Vendre le sel aux premières sources et abandonner le commerce en gros et en détail aux particuliers. Il faut pour cela des magazins de reserve avec la provision de plus d'une année pour empêcher le monopole des marchands et pour égaliser la distribution du sel.

Les deux premiers systêmes entrainent la Couronne dans des détails, des embaras et des pertes, le dernier est le seul soutenable, mais il demande une provision annuelle dans les magazins de reserve et une autre provision annuelle dans les magazins des marchands, donc plus de 30 millions de pouds, qu'il est impossible d'élaborer. Les sels étrangers ne sauroient guères penetrer fort loin dans les Gouvernemens de l'intérieur, le transport rendra le sel étranger plus cher que le sel de Russie.

Enfin le bas peuple croit réellement payer 40 kopeques, et au commerce libre il arriveroit ce qui arrive dans les 18 Gouvernemens, il payeroit un à deux roubles, peut être plus, car ces 18 Gouvernemens sont limitrophes et la concurrence des sels étrangers y est plus grande. Tout en convenant que la nation paye en dernier lieu les pertes de la Couronne, ne faudra-t-il pas respecter l'opinion publique?

8. Les idées qu'on avoit en 1806 sur les reformes à faire se reduisoient: à tacher d'augmenter, même avec des sacrifices, les forces productives aux premieres sources, de rendre la repartition aussi parfaite que possible, de changer la taxe de 40 kopeques en prix naturel avec une augmentation de 10 kopeques pour la Couronne, prix qui seroit toujours fort au dessous des prix au commerce libre, enfin d'affranchir le commerce par degrés jusqu'aux premieres sources.

Il faudroit donc augmenter les voituriers du lac Elton, donner plus d'étendue aux sels d'Astrachan et d'Iletzk, accumuler autant de provisions qu'il seroit possible aux lacs pour être à l'abri des intemperies de l'air, augmenter par degrés les provisions dans les magazins de reserve,

faire entrer autant de sel étranger que le transport permettroit, distribuer les magazins du premier ordre de maniere que les vaisseaux pussent les atteindre aisement et surement dans un voyage sans être dans la nécessité d'hiverner, introduire les prix naturels avec l'augmentation de 10 kopeques, par quoi la Couronne gagneroit 581,393 roubles, même en dechargeant les païsans à mesure des droits qu'il payent actuellement, et tacher enfin de rendre le commerce libre jusqu'aux premieres sources.

9. Nous ajoutons les prix naturels en 1806 dans les Gouvernemens où la Couronne perd actuellement et où elle perdra en quelques années:

1)	À Olonetz le poud de sel revient à	72 $\frac{1}{2}$	kopeques
2)	– Petersbourg - - - -	67 $\frac{1}{4}$	–
3)	– Pleskow - - - -	65 $\frac{3}{4}$	–
4)	– Smolensk - - - -	62 $\frac{1}{2}$	–
5)	– Toula - - - - -	53 $\frac{1}{8}$	–
6)	– Novgorod - - - -	53	–
7)	– Kalouga - - - -	52 $\frac{3}{4}$	–
8)	– Twer - - - - -	51 $\frac{3}{4}$	–
9)	– Wladimir - - - -	51 $\frac{1}{2}$	–
10)	– Resan - - - - -	49 $\frac{1}{4}$	–

11)	À Moskou le poud de sel revient à	49 $\frac{1}{8}$	kopeques
12)	– Kostroma - - - -	48 $\frac{1}{4}$	–
13)	– Orlow - - - - -	46 $\frac{1}{4}$	–
14)	– Jaroslaw - - - - -	46	–
15)	– Wologda - - - -	44 $\frac{3}{4}$	–
16)	– Orenbourg - - - -	42 $\frac{1}{2}$	–
17)	– Archangel - - - -	41	–
18)	– Tambow - - - -	38 $\frac{3}{4}$	–
19)	– Nigegorod - - - -	38 $\frac{3}{4}$	–
20)	– Waetka - - - - -	33 $\frac{1}{4}$	–
21)	– Pensa - - - - -	32 $\frac{3}{4}$	–
22)	– Woronesch - - - -	32 $\frac{3}{4}$	–
23)	– Simbirsk - - - -	30 $\frac{1}{2}$	–
24)	– Perm - - - - -	30 $\frac{1}{4}$	–

La Couronne perd en 17 Gouvernemens et se trouve sur le point de perdre en 7 autres en conservant la taxe de 40 kopeques.

---

*

DESCRIPTION STATISTIQUE
DES
LACS SALÉS DE LA RUSSIE.

Les lacs salés les plus riches dont on tire du sel pour les magazins de la Couronne sont: les lacs d'Astrachan, le lac Elton, les lacs de la Crimée et les lacs nommés Koroekovskie et Aleouskie.

Les lacs d'Oural et de Manitsch sont aussi abondans, mais ils sont destinés pour les Cosaques de l'Oural et du Don.

Il y a enfin des lacs qui donnent peu de sel ou qui sont abandonnés.

I. Sels d'Astrachan ou de Caucasie.

1. lieux On trouve ces lacs salés vers les côtes de la mer Caspienne, sur les deux rives de la Volga et quelques uns dans l'intérieur du pays. Une grande partie des sels, nommés d'Astrachan, viennent actuellement du Gouvernement de Caucasie, comme ceux de Kislar et de Majarsk. On distingue ces sels quelquefois d'après les lacs, quelquefois d'après les cercles et même d'après les magazins. Les lacs les plus remarquables sont: celui de *Baskountschatsk* dans le cercle de Tscher-

nojarsk, il a un sel d'une très belle cristallisation; deux lacs connus sous le nom de *Bielie* dans le cercle de Krasnojarsk; quatre nommés *Ledenetzkie*; le lac *Kordouanskoe* qui donne du sel commun et du sel amer pour la médecine, qu'on y trouve séparement; deux lacs *Basinskie* dans le cercle dAstrachan, en Caucasie le lac *Majarskoe*, qui est le plus considérable, il y en a encore d'autres tant sur les côtes de la mer Caspienne que dans l'intérieur du pays moins riches ou peu frequentés.

Les sels se trouvent en *grande quantité* au fond de ces lacs. Quelques uns assurent qu'ils suffiroient à fournir de sel toute la Russie [1]), d'autres le nient [2]), enfin on m'a assuré que ces lacs pourroient non seulement pourvoir toute la Russie de sel, mais encore une partie de l'Europe. Il est difficile de verifier le fait, puisqu'on ne recueille le sel que de quelques lacs. Quoiqu'il en soit il n'est pas douteux que ces lacs sont très abondans et qu'on a pourvu plusieurs Gouvernemens de la Russie meridionale de sel nommé d'Astrachan quand le commerce étoit libre [3]). Cette traite de sel est très an- 2. Quantité

[1]) Le Clerc. H. m. T. II. p. 529.

[2]) B. F. I. Herrman, Statistische Schilderung von Russland p. 332, Note.

[3]) Depuis 1764 jusqu'en 1774 on a tire de ces lacé 6,766,097 pouds de sel.

cienne [1]). Mais le lac Elton ayant été decouvert, on prefera de pourvoir ces Gouvernemens du sel de ce lac, puisque le transport en etoit plus facile.

Les sels d'Astrachan ne sont pas *de la même qualité* dans tous les lacs. En général ils sont très purs et meilleurs que le sel d'Elton, exceptés ceux qui sont amers, quelques uns sont très blancs, et surpassent les bons sels de lacs des autres Gouvernemens. Tous les sels des lacs sont grisâtres par le limon qui s'y attache, le sel des lacs amers surtout contient beaucoup de parties terrestres. On a tiré depuis quelque tems de ceux d'Astrachan des sels d'Angleterre et de Glauber.

4. Emploi. On forma le *projet en* 1782 de pourvoir de sels d'Astrachan les Gouvernemens de Woronesch, de Koursk, d'Orel, l'Oukraine et Simbirsk. On fit même construire les magazins nécessaires. Mais ayant trouvé que le transport de ces sels est très difficile, tant par l'éloignement des lacs que par le local, il à été ordonné par le reglement de 1788 que les sels d'Astrachan seroient uni-

---

[1]) Josafa Barbaro dans le livre intitulé: Scriptores rerum persicarum, à Francfort 1607, dit: que les habitans de Moskou vont annuellement sur la Volga prendre du sel des lacs d'Astrachan. Il parle aussi au long des lacs salés de la Crimée. Dans des tems plus reculés le midi de la Russie tira son sel de la Galicie. Sous le regne de Swuetoslaw Isiaslavitsch Grand-Duc de Kiew les troubles qui regnoient

quement employés pour les Gouvernemens d'Astrachan et de Caucasie et pour le commerce qui se fait avec les peuples nomades au delà de la Kouma.

La pêche est très importante sur les bords de la mer Caspienne, la salure des poissons demande tous les ans une quantité considerable de sel, le reste se vend aux habitans. Les magazins pour les pêcheurs sont construits à l'embouchure de la Volga et connus sous les noms de Bertoulskie et Algarinskie. L'étendue et l'éloignement de plusieurs de ces lacs le rend presqu' impossible de les surveiller dans les deserts, et c'est par cette raison qu'on vendoit autrefois ce sel à bas prix aux pêcheurs. Tant que le commerce étoit libre ils ne payoient le poud que 2 ou 3 kopeques, c'est depuis 1783 qu'ils payent le prix commun de 40 kopeques.

La *consommation moyenne* des sels d'Astrachan pour les deux Gouvernemens d'Astrachan et de Caucasie est 5. Consommation fraix et profit.

---

dans le pays et les bandes nombreuses de Voleurs empecherent les marchands de Galitsch et de Peremischl de transporter du sel à Kiew, et il n'y avoit point de sel dans toute la Russie (и не бысть соли во всей земли россійской) et le peuple étoit fort triste. Un moine du monastere Pescherskoj à Kiew distribuoit du sel aux pauvres, qu'il disoit avoir fait de cendres par miracle. Voyez Annales Russes à l'an 1097.

de 875,000 pouds dont 65,000 pour ce dernier. Les *fraix* de l'exploitation et du transport jusqu'aux magazins sont en général de 4 kopeques et demi le poud. *La Couronne gagne* donc dans ces Gouvernemens par le commerce des sels, ce gain monte environ à 35 kopeques par poud.

Le tableau suivant en donnera une idée plus juste.

Consommation et fraix.

Gouvernemens et années		Sel vendu		Fraix de l'exploitation et du transport		Gages des Inspecteurs et Subordon.		Depenses extraordinaires		Somme totale	
		Pouds	Liv.	Roubl.	Kop.	Roubl.	Kop.	Roubl.	Kop.	Roubl.	Kop.
d'Astrachan	en 1801	615,193	6	27,745	66 ½	1,395	–	5,569	4	34,709	70 ½
	en 1802	707,873	25 ½	30,100	96 ½	2,722	50	5,569	4	38,392	50 ½
	en 1803	842,397	37	36,680	99 ½	2,536	87 ½	3,670	50 ½	42,888	37 ½
	en 1804	838,248	13	34,390	60 ¼	2,227	50	3,037	66	39,655	76 ¼
de Caucasie	en 1803 [1])	46,105	35 ½	7,298	73 ½	928	12 ½	1,898	53 ½	10,125	39 ½
	en 1804	67,644	5	11,646	1 ¾	1,237	50	2,531	38	15,414	89 ¼

[1]) Depuis le mois d'Avril 1803.

Profit.

Gouvernemens et années.		Argent reçu pour la vente.		Profit annuel,		Profit moïen.		Somme totale.	
		Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.
Astrachan	en 1801	246,077	26	211,367	55½	261,459	51	1,045,838	7½
	en 1802	283,149	46	244,756	95¾				
	en 1803	336,959	17	294,070	79¼				
	en 1804	335,298	53	295,642	76½				
Caucasie	en 1803	18,442	35½	8,316	96	—	—	19,959	71½
	en 1804	27,057	65	11,642	75½				

Les *peuples nomades* au delà de la Kouma, tels que les Kirgises dans la Steppe de l'Oural et les Calmouks dans la Steppe du Kouman achetent une très petite quantité de sel d'Astrachan, puisqu'ils trouvent assez de sel dans des petits lacs salés de la Steppe. Les peuples montagnards qui demeurent au delà du Kouban en Caucasie, comme les Tschetschenzi, les Lesges, les Cabardins, les Ingouschenzi, les Osetinzi qui vivent sous la protection de la Russie, comme aussi ceux de Tarkov soumis à un Shamhal, manquent de sel et se pourvoient de sel des lacs de Majarsk.

L'Impératrice Cathérine Seconde voulut regler le commerce avec ces peuples de manière à éviter tous

les différens, et ordonna au Comte Goudowitch, Gouverneur-général du Gouvernement de Caucasie en 1793, de changer le Commerce en troc et de recevoir des bestiaux dont ces peuples sont riches, au lieu d'argent. Mais comme il auroit fallut des lieux d'échange, des éstimateurs, des inspecteurs, enfin des batisses et des chancelleries, le Comte proposa de leur vendre plûtot le sel à bas-prix, savoir la charette de ce pays, qu'on nomme en tartare Arba, et qui porte environ 20 pouds, à un rouble et demi. Ce projet fut porté au Sénat et soumis à l'Empéreur Paul I, qui l'approuva en ajoutant que ce Commerce dureroit tant que ces peuples seroient tranquilles. Leur consommation monte à 50,000 pouds.

II. Sel d'Elton.

1. Lieu. Le lac Elton autrefois nommé Altan par les Nomades, *se trouve* dans le Gouvernement de Saratow dans le cercle de Kamischin sous le 51° 31′ 28″ Latit. Sept. et le 63° 40′ de Longitude de Ferro, sur la rive gauche de la Volga ou sur le coté de la plaine, dans la Steppe de l'Oural. Le plateau de la Steppe s'incline de tous les cotés vers le lac comme vers son centre. Huit petites rivières tombent dans ce bassin et il n'en sort aucun, les bords ont une élévation de 3 à 7 arschines. C'est le

seul lac salé qu'il y ait dans le Gouvernement de Saratow, mais il y en a encore d'autres dans la Steppe d'Oural au Sud-Est de Zaritzin. Il a 17 verstes en long, 13 en large, 47 en circuit. La surface du lac est environ de 17,000 dessetines, il est à 127 verstes de Kamischin et à 274 de Saratow. Le terrein est fangeux, marecageux, visqueux, bleuâtre et ressemble assez à un onguent, il n'y a de sable que sur le coté occidental entre les rivières Oulan et Chari-Sacha. Les bords du lac sont absolument inhabitables, la terre est humide, marecageuse, sterile, il n'y a que quelques endroits sur le Oulan-Sacha et le Chari-Sacha où il croit des herbes que les bestiaux ne mangent qu'en cas de necessité. Les voituriers menent leurs troupeaux jusqu'à quinze verstes du lac, avant de trouver des paturages. On manque aussi d'eau potable et on fait 30 et même 84 verstes sans trouver de l'eau. Aucun arbre se trouve sur les bords du lac, il n'y a que des broussailles dans quelques ravins, qui servent de bois aux voituriers en automne. On voit sur le lac des canards blancs et gris, presque de la grandeur d'une oïe, point de poisson ni dans le lac, ni dans les rivières qui s'y jettent. Enfin c'est un desert, où l'industrie rassemble les hommes à certaines époques de l'année.

*

2. Quantité. Le lac Elton est *le plus riche* de tous les lacs salés de la Russie. Les couches de sel vont à une profondeur inconnue. Le sel s'y trouve dans toutes les saisons. En 57 ans on a tiré 235,516,590 pouds de sel de ce lac, mais ce n'est qu'une bien petite portion de la quantité immense de sel qu'il renferme, car on ne l'a exploité que du coté occidental dans la distance de 8 verstes et l'on n'est venu qu'à 7 verstes dans le lac.

3. Qualité. Le sel d'Elton est *assez fort*, mais ordinairement très *malpropre*, non par sa nature, mais par des circonstances locales. Le lac, quoique sur un terrein très élevé, est pourtant un bassin sur le penchant de la Steppe et plus bas que la Volga. Huit petites rivières tombent dans le lac dont le plus grand le Chari-Sacha a un cours de 40 verstes. Toutes ces rivières ont une eau tiède, salineuse, amere, ne gelent point en hiver, comme aussi le lac, et desséchent presque entièrement pendant les chaleurs de l'été. L'eau de ces rivières porte des parties calcaires et vitrioliques. À leur embouchure le terrain est si marecageux qu'on ne sauroit approcher du lac en beaucoup d'endroits. Les parties salines que ces rivières amenent forment au mois de Juin une salive très forte qu'on nomme Touslouk ou Rapa. Pendant l'été le sel se forme à la surface en petits cristaux, qui tombent à fond et

forment des cristaux plus grands d'un quart de pouce en diamètre. Ils s'attachent les uns aux autres et composent la nouvelle croute de sel, (c'est ce qui arrive depuis le mois de Juin jusqu'au mois de Septembre) dans une distance de 200 à 700 sachènes des bords du lac. Ce nouveau sel est enveloppé de parties terrestres et quelquefois amères et cette croute a 2 à 4 pouces. Chaque croute est separée de l'autre par une couche de limon de 2 à 3 pouces. Le nouveau sel est assez pur, mais trop farineux et humide pour l'usage commun et c'est pour cela qu'on recherche les anciennes couches. Elles ont toutes la croute de sel impur, qui a quelquefois un gout amer et quelquefois doux, et la couche de limon. La première couvre la couche de bon sel commun et l'autre se trouve au dessous. Le bon sel est bleuâtre, compacte comme une glace et pésant. Il faut donc le nettoyer soigneusement en séparant les parties ameres et en lavant la couche de limon dans le Touslouk. Mais après tout cela il est ordinairement encore une fois couvert de ce sable fin et de cette poussière visqueuse qui entoure le lac, quand on porte le sel à terre pour le déposer sur une élévation où il sêche. Comme ces inconveniens ne se trouvent pas aux lacs d'Astrachan, dont les environs sont ou terre glaise ou gravier, leurs sels

sont ordinairement plus blancs que le sel d'Elton. L'eau qui couvre ce lac monte au printems et en automne quand il reçoit les eaux de la Steppe jusqu'à une arschine et demi, c'est ce qui n'arrive presque jamais aux lacs d'Astrachan qui ordinairement n'ont qu'une demi - arschine de profondeur. En été au contraire les eaux du lac Elton se perdent jusqu'à trois à quatre pouces. La surabondance des eaux tout comme le manque d'eau rendent l'exploitation également penible. Dans le premier cas il est difficile de retirer le sel du fond du lac, dans le second il est tout aussi difficile de le transporter par eau jusqu'au rivage et de le nettoyer dans la Rapa.

4. Emploi. *Autrefois* ce lac ne *pourvoyoit* de sel que les habitans de Kamischin et de Saratow. Puis ils firent le commerce de sel sur la Volga en paiant un droit de 3 kopeques du pond. Quand la Couronne prit la direction de ce commerce, on defendit le commerce avec le sel d'Elton, et on pourvoyoit tous les Gouvernemens sur la Volga jusqu'à Nignei-Novgorod de sels d'Astrachan. Mais comme le transport de ces sels devenoit toujours plus difficile on ordonna en 1747 de faire tirer du sel de ce lac et on invita tous ceux qui voudroient venir exploiter le sel ou le transporter aux magazins de la plaine ou de la rive gauche de la Volga de se rendre sur le lac. Le

caractère national fit partager aux ouvriers ce travail; les Russes, les paysans de Jaroslaw, de Pensa et de Nigegorod prirent la partie la plus difficile, *l'exploitation*, et les habitans de la petite Russie *le transport*. Le travail de tous ces ouvriers étoit libre et on convenoit du prix sans forcer personne. Enfin le Gouvernement proposa aux *Voituriers*, qui alloient et venoient tous les ans de si loin, des terres sur les bords habitables de la Volga en leur accordant toute la liberté possible. Ils s'établirent effectivement et d'autant plus volontiers que les paysans de la petite Russie perdirent dans ce tems la liberté d'abandonner leurs villages. Dans la suite on leur remit les droits payables à la Couronne et les exempta de l'enrôlement, en les destinant uniquement au transport du sel d'Elton pour un prix fixe. Ces Voituriers occupent aprèsent 9 villages, dont 7 sur la plaine et deux sur l'élévation de la Volga. Ils étoient au nombre de 12,893 mâles d'après la derniere revision, mais il ne s'en trouva en 1804 que 12,199 effectifs, dont 3,864 étoient réellement en état de faire le transport. Les droits qu'ils ne paient pas montent à 105,460 roubles 35½ kopeques. Le prix fixe étoit autrefois de 7 kopeques par poud pour Saratow et de 4 pour Kamischin, il est monté depuis 1792 à 10 et à 6, savoir pour le transport et l'exploi-

tation du lac, les voituriers libres qui se présentent sont païès depuis 1805 à 12 et a 7 kopeques.

On n'a pas fait de pareilles conditions aux *Russes qui retirent le sel du lac.* Leur travail n'est pas fixé, mais le sel qu'ils retirent est leur proprieté. Ils ne reçoivent rien du Gouvernement et vendent encore aujourd'hui le sel aux voituriers de la Couronne comme aux voituriers libres. Les premiers quoiqu'obligés à l'exploitation, ne s'en occupent guère, quiconque peut faire le transport ne s'en mêle point [1]). Ces Russes vendent leur sel à un prix libre qui monte au printems jusqu'à un rouble le Chariot, le prix ordinaire varie de 70 à 40 kopeques, en été il tombe même jusqu'à 20 à 15 kopeques. Le Chariot tiré par des boeufs porte 50 à 70 pouds, la Charette tirée par un cheval porte 20 à 30. Les voituriers arrivés aux magazins sont payés par pouds.

Ces travailleurs russes se rassemblent vers la fin d'Avril, leur nombre varie entre 300 et 1000. Ils rendent leurs passeports aux préposes de la Couronne. D'abord ils pensent à leur habitation, puis ils reparent ou construisent des bateaux et des radeaux, enfin ils se rangent

---

[1]) Il n'y à que 200 environ qui n'ayant pas de betail sont obligés de s'occuper de l'exploitation.

sur la côte occidentale dans une ligne de 8 verstes entre les rivières Solaenka et Gorkoia, vetus de bottes énormes qu'ils nomment Bachili, et armés d'un fer pointu et d'une bêche. Ils avancent ainsi jusqu'à 7 verstes dans le lac, cassent le sel comme des glaces, le lavent, ôtent la croute de sel impur, et mettent le sel pur dans leurs petits bateaux qui ont trois sachènes en long, une demi archine en profondeur et portent le poid de 3 à 4 chariots. Ces bateaux sont trainés par eux jusqu'au rivage et ils font ce trajet, quand il y a assez d'eau dans le lac, 2 à 3 fois par jour.

Au milieu de l'été ils changent de quartier et avancent vers la côte orientale. Le rivage y est si marecageux qu'on a été obligé d'élever deux chemins battus l'un pour les venans, l'autre pour les allans, ces chemins ont 300 sachènes en longueur. Comme l'eau est basse en été les charettiers avancent avec leurs chevaux fort loin dans le lac, le reste du transport se fait ordinairement par des chariots trainés par des boeufs. Il arrive quelquefois que les voituriers manquent, et qu'une quantité considérable de sel reste en monceaux sur le rivage. Ce sel s'endurcit comme le sel de roche et ne perd rien par les pluïes en automne ni par les neiges en hiver.

Pour comprendre quelle raison fait eviter aux pay-

sans de la petite Russie le travail de l'exploitation, il faut savoir qu'il n'est pas moins malsain que le travail dans les mines. Tous ces travailleurs souffrent de plaïes scorbutiques que la salive leur fait, surtout pendant les chaleurs de l'été. Et pourtant les Russes affrontent ces maladies au point d'aller même sans bottes dans le lac. Il n'y a pas de travailleur qui soit exempt de ces plaïes, mais ils savent se guèrir eux-mêmes. Les uns couvrent les plaïes de cire, les autres les frottent avec la graisse du lievre et appliquent des herbes seches et salineuses appellés Podorognik, puis ils couvrent la plaïe de gé pour les garantir contre la salive, d'autres enfin vont se guèrir à Kamischin ou à Saratow par l'usage des bains chauds et puis des bains froids dans l'eau douce.

L'exploitation et le transport du sel d'Elton ont toujours eu des *grandes difficultés*. Quand on ne pouvoit pas avoir des sels de Crimée pendant la guerre contre les Turcs depuis 1768, il fallut pourvoir la petite Russie et les autres Gouvernemens du midi de la Russie de sel d'Elton. En 1780 une compagnie de marchands d'Orel s'engagea à transporter le sel du lac jusqu'aux magazins. Elle ne reussit pas et ne parvint à transporter que 493,283 pouds dans les magazins de Kamischin. Alors (en 1788) on donna le lac par contrat à d'autres

marchands qu'on paya le poud pour Kamischin à $6\frac{3}{4}$ kopeques et à $9\frac{3}{4}$ kopeques pour Saratow. Pendant quatre ans ils tirerent 22,551,251 pouds du lac. C'étoit encore trop peu pour la consommation étonnante de ce sel. La Couronne reprit donc la direction et augmenta le prix aux voituriers. Mais ce prix qui subsiste depuis 12 ans ne les dedommage pas entièrement. La Couronne fit creuser 111 puits sur le grand chemin de Saratow et 127 sur celui de Kamischin. Chaque puit sur le premier a couté 488 roubles, sur le dernier 537. Qu'on juge d'après toutes les difficultés qui se trouvent à l'exploitation et au premier transport comment des particuliers y reuissiroient? Et ce n'est que le commencement des embaras qui deviennent plus grands encore au transport des premiers magazins dans les magazins des Gouvernemens.

Ces *premiers magazins* pour le sel d'Elton se trouvent à Saratow et à Kamischin, tant sur la plaine que sur l'élévation de la Volga. Dans la plaine de Saratow il y a 73 magazins et 24 dans celle de Kamischin, sur l'élévation on trouve 27 à Saratow et 20 à Kamischin. Tous ces magazins peuvent contenir 8,294,199 pouds 35 livres de sel.

Le *transport des magazins de la plaine* dans les magazins de l'élévation se fait de la manière suivante. On

*

transporte le sel des magazins de la plaine de Saratow dans ceux de l'élévation, seulement quand les premiers sont bien fournis. Dans ce cas le transport se fait par des gens libres, en hiver sur la glace et en été par eau. La proportion qu'on doit transporter dans les magazins de l'élévation de Saratow est de 800,000 pouds. On paye en hiver comme en été 12 roubles 50 kopeques par mille pouds. Mais quand les magazins de la plaine de Saratow ne sont pas trop riches, alors on transporte le sel des magazins de la plaine de Kamischin par eau directement dans les magazins de l'élévation à Saratow et on paye ce transport 52 roubles 50 kopeques par mille pouds.

Les magazins de la plaine de Kamischin doivent fournir à ceux de l'élévation 1,500,000 pouds par an. Ce transport se fait en hiver par les voituriers de la Couronne et en été par des entrepreneurs libres, par eau. On paye ce transport 13 roubles par mille pouds.

5. Consommation, fraix et profit.

On *transporte* le sel accumulé dans ces magazins *par terre* et *par eau* dans les Gouvernemens assignés par le Ministère de l'Intérieur. La *répartition* pour l'année 1804 étoit.

I. Des magazins de *la plaine* et de ceux de *l'élévation* de Saratow:

a) par terre, en été et en hiver

pour Resan	- -	628,040	pouds.
Tambow	- -	825,344	—
Toula	- -	755,932	—
Pensa	- -	321,048	—

b) par eau

pour Jaroslaw	- -	565,296	—
Kostroma	- -	658,361	—

II. Des magazins de la *plaine* de Kamischin: par *eau*

pour Saratow	- -	332,095	pouds.
Simbirsk	- -	665,739	—
Kasan	- -	646,782	—
Nigegorod	-	563,056	—
Wladimir	-	771,496	—
pour la ville de Novochopersk	-	20,000	—
pour les magazins de reserve à Nigegorod	-	2,650,000	—

III. Des magazins de *l'élévation* de Kamischin par *terre*

pour Orel - - 745,708 pouds.
Woronesch - 500,000 —

sel d'Elton assigné pour 1804: 10,648,897 pouds.

On *dépose ordinairement* 8 millions de pouds dans les magazins, on en a effectivement deposé en 1804: 8,735,811 pouds 8 livres, mais c'est un effort si extraordinaire qu'il n'y en a pas d'exemple.

Et pourtant *c'est trop peu* pour la distribution faite, car on a assigné au de là de 10 millions et demi, trop peu pour les besoins croissans d'année en année, trop peu pour accumuler la provision d'une année dans les magazins de reserve. Il faudroit au moins 12 millions de pouds de sel d'Elton, et - il est tout a fait *impossible* de tirer autant du lac avec les moyens qu'on a employé jusqu'à-présent, c'est-à-dire avec ce nombre de voituriers et de travailleurs et à ce prix. Avec les moyens qu'on a eu jusqu'en 1807 on ne peut faire monter la quantité moïenne qu'à 8 millions, ou tout au plus à 8 millions et demi.

Le lac Elton étant actuellement la source la plus abondante de cette branche de la richesse nationale, il sera intéressant de voir *les progrès qu'on a fait dans son exploitation.* Pour faire voir ces progrès, il suffira de marquer la quantité annuelle de sel qu'on à tiré du lac

tous les cinq ans, avec les augmentations du prix pour l'exploitation et le transport aux premiers magazins, depuis l'année 1747, où l'on à commencé à faire des transports réguliers, jusqu'en 1804. Nous avons jugé nécessaire de donner la quantité annuelle de ces dernières années pour faire voir les efforts qu'on a fait de tirer le plus de sel possible du lac, efforts qui paroissent ôter toute possibilité d'en tirer une quantité beaucoup plus grande avec les moïens qu'on possède actuellement.

Années.	Aux magazins de Saratow.		Prix.	Aux magazins de Kamischin.		Prix.	Somme totale.	
	Pouds.	Liv.	Kop.	Pouds.	Liv.	Kop.	Pouds.	Liv.
1747	2,436	5	7	10,839	20	4	13,275	25
1751	547,326	—	7	2,729,543	—	4	3,276,869	—
1756	692,737	—	5	1,420,905	—	2½	2,113,64[illegible]	—
1761	2,288,679	2	7	2,494,685	23¾	4	4,793,364	25¾
1766	808,573	29	6½	2,064,427	—	4	2,873,000	29
1771	1,429,171	17½	8	1,807,651	10	5	3,236,822	27½
1776	cette année on ne tira point de sel du lac.							
1781	1,641,172	33½	8	3,679,691	36	5	5,320,864	29½
1786	1,891,001	20	8	3,610,672	—	4¾	5,501,673	20
	Par des entrepreneurs:							
1791	2,916,088	9¾	9¾	2,262,776	37	6¾	5,178,864	37
	Par la Couronne:							
1796	1,261,465	—	10	3,618,164	25	6	4,879,629	25
1801	1,821,490	—	10	5,733,967	13	6	7,555,457	13
1802	1,646,298	½	10	6,837,560	27	6	8,483,858	27½
1803	1,638,248	—	10	6,411,189	—	6	8,049,437	—
1804	2,022,544	15½	10	6,713,266	32½	6	8,735,811	8
en 57 ans	73,416,565	24¾	de 7 à 10 Kop.	162,100,025	9¾	de 4 à 6 Kop.	235,516,590	34½

Admettons comme quantité moienne 8 millions, et calculons *les fraix.*

2 millions de pouds pour les magazins de Saratow à 10 kopeques - - - 200,000 roubles.

6 millions de pouds pour les magazins de Kamischin à 6 kopeques - - - 360,000 roubles.

Le transport des magazins de la plaine aux magazins de l'élévation montoit en 1804 à 29,500 roubles.

Le comptoir de sel à Saratow et les autres préposés avoient couté cette année - 3,629 roubles 90 kop.

Les droits que les 12,893 voituriers de la Couronne ne payent pas, evalués à 105,460 roubles 35½ kop.

fraix pour 8 millions de pouds 698,590 roubles 25½ kop.

Huit millions de pouds à 40 kopeques donnent 3,200,000 roubles, donc la Couronne y auroit environ un profit de 2 millions et demi.

Mais ce calcul tout juste qu'il est, devient faux par les *fraix du transport.* On ne vend point de ces grands magazins, on y prend le sel, qu'on transporte dans les Gouvernemens assignés. Tout ce profit imaginaire se perd en fraix de transport.

Plus que l'industrie et le commerce augmentent, plus il est difficile d'avoir des ouvriers et des voituriers à bas prix, quand on les païe beaucoup plus cher pour toute autre marchandise. Plus qu'un sage Gouvernement veille à la sureté des habitans, plus qu'il s'occupe des moyens d'éloigner les difficultés qui surpassent les forces des particuliers: plus la population augmente par les progrès de l'industrie et avec elle la consommation. Cette consommation est en croissant en Russie, et fait preuve de son état florissant, c'est elle et le transport qui detruisent le profit et font naitre des pertes.

III. Sel de la Crimée.

La Crimée est *riche en lacs salés.* On les *divise* 1) en lacs de *Perecop,* sur l'Isthme; il y en a plusieurs, mais on ne tire du sel que de trois qui sont très frequentés. 1. Lieux.

2) En lacs de *Guenitschesk* sur le detroit d'Arabat, où la mer de Sivasch se reunit à celle d'Asov. Il y a seulement un lac frequenté mais qui est très grand.

3) En lacs *Prognoinie,* ou marecageux, sur la côte de Kinbourn, il y en a beaucoup et ils ont un sel quelquefois amer qui ne se vend pas facilement.

4) En lacs *d'Eupatoria*, le plus frequenté se nomme Sac, six autres ne sont pas en usage.

5) En lacs de *Feodosia,* nommés Alinski et Scheikale.

6) En lacs de *Kertsch*, il y a six lacs, dont un, nommé Tschokrak est très estimé par les habitans de l'Anatolie.

7) Enfin en lacs *Berdanskie* sur la mer d'Asov près du fort Petrovskoi, ils ne sont pas du tout frequentés puisqu'ils ne donnent pas tous les ans du sel.

Les lacs de Perecop, Guenitschesk et Kinbourn sont encore appellés lacs *extérieurs* et les autres lacs *intérieurs,* puisque les prémiers étoient autrefois destinés à fournir la Russie de sel et que les derniers pourvoïoient aux besoins de la Crimée, le surplus fut vendu à l'étranger.

2. Quantité. Ces lacs se couvrent tous les ans d'une salive très forte qui dépose les sels depuis le mois de Juin jusqu'au Septembre où les pluïes commencent ordinairement à réfondre le sel. Mais il arrive, quoique rarement, que les pluïes et les vents détruisent les sels, ou plûtot qu'ils empêchent les lacs de déposer leurs sels, comme il arriva en 1805. C'est pour cela qu'on tache d'avoir toujours des depôts aux lacs, c'est-à-dire des monceaux de sel en plein air. *Dans les bonnes années* les sels de ces lacs sont si *abondans* qu'on pourroit sans doute en pourvoir toute la Russie.

La *qualité* des sels de la Crimée est différente d'a- 3. Qualité.
près les lacs. Les plus fréquentés donnent un sel dans le genre de celui d'Elton, fort mais malpropre.

L'usage des sels de Crimée est *très ancien* en Russie. 4. Emploi.
Saint Louis, Roi de France étant en route pour la Palestine, envoya de Chypre deux moines au Chan des Mongoles, dont un s'appelloit Rusbrok ou Rubriquis. Il partit en 1253 au mois de Mai de Constantinople et arriva par mer à Soldaria ou Soudak, en Gazarie ou en Tauride. De là il fit le chemin par terre et arriva à des lacs où le sel se forme comme la glace. Ces lacs donnoient un gros revenu à Batou et à Sartach, car, dit-il, on y arrive de toutes les provinces de la Russie pour acheter du sel, qu'ils païent deux pièces de toile la charetée, qui peuvent valoir demi-Iperpère. L'interprète remarque qu'Iperpère est une monnoïe d'argent de la valeur de cinq sols, ayant cours en Grece et en Syrie. Mais il se trompe: Hyperperon étoit une monnoie d'or que les Empéreurs grecs faisoient frapper, elle avoit un solotnik d'or fin et reçut son nom de la pureté de son or [1]). La charetée valoit donc un demi solotnik d'or, ou deux roubles 50 kopeques en cuivre. C'étoit le prix au trei-

[1]) Zur Münzkunde Russlands. Petersburg 1805. pag. 48-51 et 132-138 par Mr. l'Acadámicien extraordinaire Krug.

zième siècle, la charetée étoit à deux chevaux. Rusbrok rapporte aussi que le sel de la Crimée passoit par mer.

Dans les tems posterieurs des particuliers et nommement les *Cosaques Saporogues* s'emparerent de ce commerce et pourvoyoient surtout la petite Russie. Puis quand la Russie eut les forts de Jenikale et de Kinbourn, l'emploi des sels de Crimée devint plus général. Mais les courses des peuples voisins qui tantôt permettoient aux voituriers de faire la récolte et tantôt les pilloient sur l'Isthme de Perecop troubloient longtems ce commerce.

Quand les Saporogues furent dispersés et la nouvelle Russie plus habitée, le commerce de sel reprit avec plus de vigueur. Un nommé *Falejew*, Commissaire général à l'Amirauté de la mer noire prit les lacs de Perecop en ferme de Tschigin Giréev, dernier Chan de la Crimée. Il païoit 150,000 roubles et le Chan lui promettoit toute la sureté possible. Les voituriers venoient regulièrement tous les ans aux lacs et eurent pour la récolte et le transport 10 roubles par charette, qui est dans cette contrée de 70 à 80 pouds, trainée par des boeufs. Ce prix s'est maintenu jusqu'aprésent.

Après la réunion de la Crimée à la Russie les lacs de la Crimée furent mis sous l'inspection des *Chambres de finances*. Les sels furent vendus au même prix comme

auparavant. Cet état de choses duroit jusqu'en 1795. La Couronne eut d'abord un profit de 76,000 roubles, puis de 93,000 ensuite de 140,000 roubles. Les fraix de l'exploitation et du transport montoient à 40,000 roubles, les gages et l'entretien des magazins à 12,000. En 1794 le sel de la Crimée rapporta 205,000 roubles.

On donna les lacs salés de la Crimée *en ferme* en 1795, d'abord à un marchand de Petersbourg qui payoit 311,000 roubles par an à la Couronne, le Gouvernement au contraire lui païoit 10 kopeques par poud pour la quantité de sel de Crimée qu'elle tiroit des lacs de la Crimée et qu'elle envoioit dans les Gouvernemens où elle avoit le monopole. Il y eut un procés pour le payement, dont l'entrepreneur se tira heureusement par le compte du sel que la Couronne avoit pris.

Un marchand de Cherson prit ensuite ces lacs pour 280,000 roubles aux mêmes conditions.

Enfin *la Couronne*, pour éviter les vexations de toute espèce et le monopole des fermiers, *fit administrer elle même ces lacs* depuis 1803.

5. Consommation, fraix et profit.

Le sel de la Crimée à une double *déstination*. Les lacs extérieurs fournissent aux bésoins de la Russie, les lacs intérieurs à la Crimée, et le surplus est vendu à l'é-

tranger, surtout en Anatolie. Comme cette dernière classe de lacs par la nature du commerce libre et par les changemens continuels de la valeur des monnoïes étrangères ne sauroit être administrée par la Couronne, on les a donné en ferme aux villes voisines de ces lacs pour la somme de 30,000 roubles.

La première classe de lacs est destinée à pourvoir entièrement ou en partie les Gouvernemens où le Commerce de sel est libre, à l'exeption de ceux sur la mer baltique, de la Lithuanie et de la Russie blanche qui prennent leur sel de l'étranger depuis un tems immémorial. On vouloit construire aussi dans ces Gouvernemens des magazins pour le sel de la Crimée et le donner à meilleur marché que le sel étranger pour prévenir l'exportation de l'argent. On résolut de prendre deux millions de pouds du lac de Sak près d'Eupatoria et de les déposer dans ces magazins, dont l'un se trouveroit à Odesse, l'autre sur le Dnestre entre Bender et Dubossar, le troisième sur le Boug. L'exécution de ce projet commenca en 1795 par un ordre du Sénat du 31 de Juillet de cette même année, et on transporta du sel d'Eupatoria à Odesse où le magazin étoit deja construit. Mais il y avoit des difficultés pour le débarquement du sel à Odesse, et tout

fut arreté. Une autre Oukase du 29 de Novembre 1798 ordonna l'exécution du projet. Mais l'expérience prouva que le transport d'Odesse dans l'intérieur étoit difficile. On se borna d'envoyer 563,000 pouds en Volhynie pour faire un essai. Ce sel revenoit au delà de 80 kopeques et personne n'en voulut, puisqu'il étoit grisâtre et trop cher en proportion du sel étranger.

On vend le sel de Crimée pour la plûpart aux lacs même, mais il y a aussi en plusieurs endroits des magazins. Les prix sont différens, car on ajoute toujours un profit de 12 kopeques au prix que le sel coute à la Couronne sur le lieu où on l'achete. Il coute 12 kopeques quand on l'exploite foi-même et 14½ quand on le prend des monceaux de sel près du lac, qu'on nomme Scirdi, puisque l'exploitation du sel revient à la Couronne 2 kopeques et demi. *On a vendu* du sel de ces monceaux en 1805 malgré les pluïes et les vents qui ont détruit le sel des lacs, 5,018,767 pouds 15 livres.

Nous avons marqué la somme que la Couronne *gagne* aux sels de Crimée. Ce profit compense en grande partie la perte qu'elle a sur les autres sels.

IV. Sel de Koraekov et d'Aleousk.

1. Lieu. Sur la frontière du Gouvernement de Tobolsk au de là de l'Irtisch, *se trouvent* plusieurs lacs nommés *Koraekovskie* et *Aleouskie* des forts de Koraekov et d'Aleousk où sont les dépots pour ces sels. D'autres lacs se nomment *Severnie* (septentrionaux) et *Borovie.*

Les lacs Koraekovskie sont au nombre de 8, à 20 verstes du fort de ce nom, mais on ne se sert que d'un seul appellé lac de *Koraekov.*

Les lacs Aleouskie sont à 223 verstes du fort Aleousk, le sel de ces lacs qui est deposé aux magazins secondaires de Tobolsk est deux ans en route. Ces lacs sont au nombre de six, mais on ne se sert que du lac *Bourlinskoe.*

Les lacs *Severnie* et *Borovie* sont au nombre de sept, environ 140 verstes de Semipalatinsk.

2. Quantité. Ces lacs sont *très abondans,* mais on n'en tire qu'une certaine quantité, savoir

900,000	pouds du lac de Koraekov,
100,000	- - - Bourlinskoe,
20,000	- des lacs Severnie et Borovie,
1,020,000	pouds.

3. Qualité. La *qualité* de ces sels est très semblable à celle du lac d'Elton. Outre ces lacs il y en a plusieurs autres

dont le sel n'est pas pur et contient des parties améres. On s'en sert dans la médecine sous le nom de sel de Sibérie.

L'époque quand on a commencé a récueillir ces sels est incertaine, on sait seulement que lorsque la Couronne rendit la liberté au commerce de sel en 1727, les sels naturels de Sibérie payoient un droit de 3 kopeques. C'est vraisemblablement le sel de ces lacs. 4. Emploi.

La Couronne ayant reprit le commerce de sel en 1731, on destina le sel de Koraekov et d'Aleouskoi Pristan pour les Gouvernemens de Kolywan et de Tobolsk et on fit construire des magazins sur l'Irtisch, l'un à Koraekov, l'autre à Aleouskoi-Pristan et un troisième à Jamischefsk. Actuellement on pourvoit de ces sels le Gouvernement de Tobolsk, les villes du Gouvernement de Perme qui se trouvent au delà de l'Oural et plusieurs villes des Gouvernemens d'Orenbourg et de Tomsk.

Le *tableau* suivant fera voir *la distribution* pour l'année 1806: 5. Consommation fraix et profit.

pour Orenbourg: sel de Koraekov du magazin de reserve de Tobolsk. On en avoit destiné 150,000 pouds, mais comme on a donné plus de cours au sel d'Iletzk et de Jevelei, on en pourvoit les villes de Troisk, de Tschelaebin et le bourg Kourtamischensk. Ces en-

droits demandent 75000 pouds, reste donc du sel de Koraekov pour le Gouvernement d'Orenbourg 75,000 pouds.

Pour Tobolsk: sel de Koraekov du magazin de reserve de Koraekov - - 100,000 pouds,

et sel de Koraekov du magazin de reserve de Tobolsk - - - - - 100,000 pouds.

Pour Tomsk: sel Aleouskaja du magazin de reserve d'Aleouskoi-Pristan et nommement sel d'Aleousk 40,000 pouds,

sel de lacs Borovie et Severnie - 50,000 pouds,

pour Perme: sel de Koraekov, des magazins de reserve de Tobolsk la moitié de la consommation de ce Gouvernement - - 300,000 pouds,

somme totale 665,000 pouds,

Le sel de Koraekov *revient* à 7 kopeques jusqu'aux premiers dépots, le sel d'Aleousk à 12, le sel de Borovie et Severnie à $\frac{3}{4}$ kopeques. Ces sels reviennent à Tobolsk $10\frac{1}{4}$ kopeques, dans les villes du Gouvernement de Perme $28\frac{1}{4}$, et à Orenbourg 58 kopeques. La Couronne *gagne* donc en plusieurs endroits *et perd* en d'autres, pourtant il lui reste un profit mais qui ne peut pas être facilement calculé puisque la consommation différe dans les

différens Gouvernemens. Nous essayerons pourtant d'en donner une idée par les tableaux suivans.

Consommation et fraix.

Gouvernemens et années.	Sel vendu.		Fraix d'exploitation et de premier transport.		Gages des Inspecteurs et préposés.		Depenses extraordinaires.		Somme totale des fraix.	
	Pouds.	Liv.	Roubl.	Kp.	Roubl.	Kop.	Roubl.	Kop.	Roubl.	Kp.
de Tobolsk en 1801	377,682	—	94,056	$1\frac{3}{4}$	1,000	—	2,483	40	98,439	$41\frac{3}{4}$
de Tobolsk en 1802	377,682[1])	—	93,373	$17\frac{1}{4}$	4,702	50	2,683	40	100,559	$7\frac{1}{2}$
de Tobolsk en 1803	417,026	$14\frac{3}{4}$	106,039	$53\frac{3}{4}$	5,197	50	2,688	40	113,925	$43\frac{3}{4}$
de Tobolsk en 1804	342,234	$36\frac{3}{4}$	88,230	$81\frac{1}{2}$	3,836	25	1,941	62	94,008	$68\frac{3}{4}$
de Tomsk en 1804 dépuis le mois de Juillet 1804.	66,136	$2\frac{1}{2}$	14,913	$59\frac{1}{4}$	1,361	25	7,46	$77\frac{3}{4}$	17,021	62

Recette et profit.

Gouvernemens et années.	Recette.		Profit annuel,		Profit moïen.		Somme totale de 4 années.	
	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.	Roubles.	Kp.
de Tobolsk en 1801	151,072	80	52,633	$38\frac{1}{2}$	49,729	$37\frac{1}{4}$	198,917	$49\frac{3}{4}$
de Tobolsk en 1802	de même	—	50,513	$72\frac{1}{2}$				
de Tobolsk en 1803	166,810	$54\frac{3}{4}$	52,885	11				
de Tobolsk en 1804	136,893	$96\frac{3}{4}$	42,885	28				
de Tomsk en 1804	26,454	$42\frac{1}{2}$	9,432	$80\frac{1}{2}$	2,358	$20\frac{1}{8}$		

[1]) On a mis pour l'année 1802 la même proportion puisqu'on manquoit de rapports.

La Couronne gagne donc sur le sel de Tobolsk et de Tomsk environ - - 50,000 roubles par an.
Elle gagne sur la quantité de sel de Koraekov pour Perme - - - - 36,000 — —
Elle perd sur ces sels à Orenbourg 27,000 — —
Il *reste* donc environ 59,000 roubles de profit.

Après avoir donné la déscription statistique des quatre classes principales de lacs salés des quels on tire le sel de lacs pour toute la Russie, nous venons aprésent à une *cinquième classe de lacs* qui sont destinés à un usage plus circonscrit, aux lacs qui ne servent qu'aux Cosaques de l'Oural et du Don et enfin nous parlerons des lacs *peu frequentés* et *abandonnés.*

I. Sel d'Oural.

V. Sels d'Oural et de Manitsch.

1. Lieu. Le long de la *rivière Oural*, depuis son embouchure près de la ville Gourjew jusqu'au petit bourg Iletzk se trouvent des lacs salés qui sont très abondans, le lac le plus considérable est le lac Inderskoe.

2. Qualité. Le sel de ces lacs est d'une *bonne qualité.*

3. Emploi. Mais ce ne sont que les *Cosaques de l'Oural* qui emploïent les sels de leur pays. La Couronne n'exerce pas ici le monopole du sel. Les habitans de l'Oural, de Gourjew et du bourg d'Iletzk recueilloient *autrefois* ces

sels sans payer aucun droit. Mais le Sénat leur imposa en 1752 *un droit* païable sur le sel et le poisson salé qu'ils exportent de leur païs dans la Grande-Russie. Le revenu de ce droit fut assigné en 1759 pour l'entretien des milices d'Oural et on évalua ce droit à 5,003 roubles 82 kopeques que les habitans payent jusqu'àprésent au lieu du dixme. Ce sont réellement les pêcheries de l'Oural et la ferme de Oustiougi qui donnent ce revenu. On abandonna le revenu de cette ferme aux Cosaques à condition qu'ils païeroient cette rente et pour leur service au cordon de l'Oural.

Comme *la pêche* sur l'Oural est très abondante et comme le commerce en caviar surtout, qui est le plus estimé en Russie, est très lucratif, cette somme est assurement très modique. On a donc pensé plusieurs fois à obliger les cosaques de l'Oural à payer le prix ordinaire de 40 kopeques que les pêcheurs d'Astrachan payent depuis 1785. Le Sénat en fit aussi la proposition, mais il ne fut rien decidé pendant que le Prince Potemkin étoit leur chef. La même proposition fut faite en 1800 par le comptoir du sel, mais le Sénat ne pouvoit se résoudre à leur ôter cette ancienne liberté de prendre le sel des lacs de leur pays. Et c'est ainsi qu'ils ne payent que cette petite somme en guise de droit.

II. Sel de Manitsch. 1. Lieu. Quant au *sel de Manitsch*, il tire son nom de la petite rivière Manitsch qui prend sa source dans les Steppes de Caucasie et tombe dans le Don près de Tscherkask. Sur les bords de cette rivière se trouvent trois lacs salés, où le sel se dépose au mois de Juin et de Juillet. Ces lacs ont 9, 13 et 21 verstes en circuit et sont très abondans quand l'été est chaud. Les pluïes et les vents détruisent le sel.

2. Qualité. Le sel de ces lacs est *de bonne qualité*, mais fortement mêlé de limon et par cette raison peu estimé.

3. Emploi. Les *Cosaques du Don* récueillent ce sel sans païer aucun droit. Ils en consomment beaucoup pour saler le poisson dont ils font un commerce considérable. Souvent leur sel ne suffit pas et alors ils achetent celui de la Crimée.

Autrefois quand le commerce étoit libre les Cosaques vendoient le sel de Manitsch dans les villes voisines en payant un droit de 10 kopeques du rouble. Ce commerce se soutint encore assez longtems même après que la Couronne exerça le monopole. Mais quand on commençoit à exploiter le sel du lac Elton en 1747 on *defendit* de faire entrer le sel de Manitsch comme aussi ce-

lui de l'Oural dans les Gouvernemens où la Couronne s'est reservée le commerce de sel [1]).

VI. Sel de Jevelei, de Touasakoul et de Borsinskoe.

Le lac *Jevelei* se trouve dans la Steppe des Kirgis-kaisaques de la Horde moïenne sur la frontière du Gouvernement d'Orenbourg aux environs des sources du Tobol. Le chemin qui mêne à ce lac va assez loin dans la Steppe et se trouve coupé par plusieurs rivières. Prés du lac il n'y a d'autre eau douce que celui d'un petit lac qui ne suffit pas aux bésoins des voituriers. Ils sont alors obligés de chercher leur eau à 7 verstes de là, ou l'on trouve des sources et quelques lacs d'eau douce qui sont fort poissoneux. 1. Sel de Jevelei.

Quand l'été est *chaud*, la récolte de sel est *abondante*, mais il arrive quelquefois que le sel ne se cristallise point du tout. Ce sel est de *bonne qualité* et a encore l'avantage d'être *assez pur*. 2. Qualité.

On ne connoit pas l'époque à laquelle on a *commencé* à se servir des sels de Jevelei. *En* 1774 on en pour- 3. Emploi.

---

[1]) Sur la presqu'île de Taman il y a encore plusieurs lacs qui ne servent que pour les besoins des Cosaques de la mer noire ou Cosaques Saporogues transplantés dans ce pays.

voyoit les villes de Tchelaebinsk, Werchouralsk et le bourg Kourtamisch. Mais ce commerce eut des difficultés, tant par les prix du transport, que par les courses frequentes des peuples Nomades, qui forçoient le Gouvernement de faire escorter les voituriers par des soldats. Enfin on résolut en 1792 *d'abandonner* ce lac et l'exploitation fut défendue. Ce sel revenoit les derniers années à 25 à 30 et à 35 kopeques.

Les bésoins croissans du sel firent revenir à ce lac. On a pris en 1805 des arrangemens pour *rétablir l'exploitation* et le sel revient aprésent à meilleur marché que celui de Koraekov.

On en a tiré en 1804 150,000 pouds dont 75,000 pouds sont destinés pour Orenbourg savoir pour les années 1806 et 1807.

2. Sel de Touasakoul. Le lac *Touasakoul* se trouve dans le Gouvernement d'Orenbourg sur la ligne qui est sur la frontière de Tobolsk, sur le chemin qui mene à Troisk.

2. Qualité. Ce lac ne donne *pas toujours* de sel. Quelquefois plusieurs années se passent qu'on n'en trouve point du tout, car la moindre pluïe le détruit. En d'autres tems on a récueilli jusqu'à 60,000 pouds. On a fait aussi des projets pour cuire ce sel, mais ils n'ont pas été exécutés jusqu'aprésent. La *qualité* de ce sel est ordinaire.

On *pourvoyoit* de ce sel les villes des cercles de Werchouralsk et de Tschelaebinsk. On s'en servit encore plus quand la ligne d'Orenbourg fut établie. Mais comme on ne peut compter sur ce sel, on a renoncé à ce lac, et on pourvoit les villes susmentionnées de sel d'Iletzk, de Jevelei et de Koraekov, ces derniers sels remontent les rivières Irtisch, Tobol et Iset jusqu'à Jaloutorovska et font le reste du chemin par terre. 3. Emploi.

Les lacs *Borsinskoe* se trouvent dans le Gouvernement d'Irkoutzk, dans le cercle de Nertschinsk à 201 verstes de cette ville, entre les bourgades Orgounsk et Tschitinsk à 7 verstes de la petite rivière Borsi. 3. Sel de Borsinskoe.

Ces sels *se forment plûtot* que les autres, savoir depuis le mi-avril jusqu'à la mi-mai. La recolte est *rarement abondante* et il se passe quelquefois 5 à 6 années qu'on n'en trouve *point du tout*. Ce n'est qu'une chaleur excessive et invariable qui produit ce sel. Les vents du nord et de nord-est qui regnent presque toute l'année dans ces contrées détruisent ordinairement le sel de ce lac qui d'ailleurs est de *bonne qualité*. 2. Qualité.

Quoiqu'on ait connu ces lacs depuis longtems on *ne s'en est servi que depuis* 1766. Mais comme le transport des sels cuits d'Irkoutzk et de Selenginsk est très couteux 3. Emploi.

jusqu'à Nertschinsk, le Général de l'Infanterie Bruhl, ci-devant Gouverneur d'Irkoutzk proposa d'établir une colonie aux environs du lac. Il voulut d'abord établir en 1770 25 familles sur la rivière Borsi et proposa de leur accorder 30 roubles par famille, comptant la famille à 4 personnes, ils seroient obligés de récueillir et de transporter ces sels à raison de 3 à 4 kopeques par poud. Le Sénat approuva ce projet et l'Impératrice Cathérine II. ordonna son exécution le 6 de Fevrier 1775, en ajoutant que les colons ne seroient pas entièrement detournés de l'agriculture. Mais à l'exécution de ce projet on trouva que les environs du lac et de la rivière Borsi n'étoient que sables, sans bois, sans praïries, sans terres labourables. Le Gouverneur choisit un autre emplacement à 89 verstes du lac sur la rivière Schevée. Quatre-vingt sept colons s'établirent ici et leur nombre est monté jusqu'à cent. La colonie reussit, mais le transport de sel n'y gagna rien. Ce lac produit rarement du sel, et le tems où il faut le recueillir est justement le plus précieux pour l'agriculture. Quelquefois les colons attendoient le sel tout l'été et souvent en vain. La Couronne dévoit leur avancer de l'argent pour le sel, sans quoi ils n'auroient pu exister. Ces gens s'endetterent sans pouvoir jamais payer. Depuis 1787 — 1794 les lacs ne

donnerent rien du tout, en 1794 ils donnerent 950 pouds,
et en 1795 — — 2,108 —

Il falloit donc abandonner ce projet et pourvoir la ville de Nertschinsk de sel cuit d'Irkoutzk et de Selenginsk. Ce sel que la Couronne vend à 40 kopeques, lui *revient* à 1 rouble 59 kopeques à Nertschinsk, à 1 rouble 68 kopeques aux mines et quelquefois à 2 roubles 14 kopeques. Le peu de sel du lac Borsinskoe revenoit à $20\frac{1}{2}$ kopeques.

On proposa encore des bassins qu'on rempliroit de salive en automne et qui devroient rendre le sel cristallisé au printems. Mais pour batir ces caissons il auroit fallut chercher le bois d'une montagne qu'on nomme la montagne bleue en Mongolois ou Koukoulbei et chaque caisson seroit revenu à 700 roubles. On n'a pas realisé ce projet.

Un marchand d'Irkoutzk demanda ces lacs en proprieté, des paysans, des terres labourables et des paturages, à raison de quoi il s'obligea de pourvoir le cercle de Nertschinsk de sel à 40 kopeques. Le Sénat ne trouva pas ces conditions convenables et refusa sa proposition [1]).

---

[1]) Dans le cercle Aleouskoi, Gouvernement d'Irkoutzk il y a une source déau salée qui donne du sel naturel en été. On en retire environ 300 pouds, qui se distribuent dans le cercle. On dit qu'il y a près de ce petit lac du sel de roche. On nomme cette source *Wilouiskoi.*

*

TABLEAU GÉNÉRAL

SUR

LES LACS SALÉS DE LA RUSSIE.

Nous donnons ici le *tableau général* sur la quantité moïenne de sel qu'on tire des lacs salés, sur sa qualité, son emploi, les fraix de l'exploitation et du premier transport et le profit moïen d'après les données de ce mémoire :

Sels.	Quantite moienne.	Qualité.	Emploi.	prem. fraix.	Profit moïen.	
	Pouds.			Kop.	Roubles.	Kp.
1) d'Astrachan	875,000	les meilleurs de la Russie,	Pour Astrachan et la Caucasie.	4½	261,459	51
2) d'Elton	8,500,000	bonne qualité mais grisâtres,	13 Gouvern. et les magazins de reserve à Nigegorod.	6 à 10	nul par les fraix de transport.	
3) de Crimée	5,000,000	de même,	Les Gouvernemens où le commerce est libre.	2½ aux lacs	523,651 en 1804.	—
4) de Koraekov	1,000,000	de même,	Tobolsk, Tomsk et en partie Orenbourg et Perme.	7 et 12	59,000	—
5) { d'Oural	{ quantité inconnue	plus blancs, grisâtres,	Pour les Cosaques de l'Oural.	—	5,003	83
{ et de Manitsch			Cosaques du Don.	—		
6) de Jevelei	150,000	assez purs.	Orenbourg	6	encore inconnu	
	15,525,000				849,114	34

En décomptant les 5 millions de pouds que les lacs de la Crimée fournissent aux Gouvernemens où le commerce est libre, les lacs salés de la Russie donnent *dix millions et demi* de pouds de sel pour les 32 Gouvernemens où la Couronne a le commerce exclusif.

SUR L'ETAT ACTUEL DE L'AGRICULTURE EN RUSSIE.

PAR

Ch. Th. HERRMANN.

Présenté le 13. Mai 1807.

La Russie est un état agricole, sa richesse nationale ne dépend ni de ses mines, ni de ses manufactures, elle est basée sur l'agriculture qui lui assure sa grandeur et son indépendance.

L'état de l'Agriculture merite donc particulièrement l'attention du statisticien politique. *L'étendue des terres cultivées* et ses rapports aux autres terres qui donnent une rente, aux terres incultes et à toute la surface, *la nature du sol* et les principaux genres de culture qui y réussissent, *le tableau général des semailles et des recoltes* pendant un certain nombre d'années et enfin *le rapport des terres labourées au nombre de paysans* sont les objets de ce mémoire.

Mais pour connoître parfaitement l'état de l'agriculture en Russie il faudroit encore parler de *l'état du paysan,* de son existence politique, de son bien-être, et de ses moïens pour l'agriculture, ensuite *de la manière de cultiver les terres établie en Russie*, des différens genres d'agriculture, des progrès qu'elle a fait, et du degré de perfection qu'elle a atteint, enfin *du marché et des prix,* que les productions de l'agriculture trouvent dans le commerce de l'intérieur et dans le commerce étranger. Nous esperons pouvoir traiter ces matières dans la suite.

I. Etendue des terres labourées et ses rapports.

La connoissance de l'étendue des champs cultivés ne suffit pas pour donner une idée juste de l'état de l'agriculture, il faut encore connoître l'étendue des autres terres qui donnent une rente et de celles qui ne la donnent pas, il faut savoir combien il y a de bois, de prairies, de terrain pour le jardinage, la cour et les batisses, même combien il reste de terres incultes. Alors on pourra juger préalablement d'après les rapports qui en résulteront, à quel degré de perfection l'agriculture a été portée dans ce pays et à quel point on pourra étendre les champs sans ruiner les bois et les prairies?

J'ai donc pensé que l'on ne pourroit faire la description de l'état actuel de l'agriculture en Russie sans avoir *un tableau général* sur l'étendue de la surface, sur celle des terres labourées, des bois, prairies, jardins, cours et batisses et enfin sur les terres incultes. Mais ce tableau n'existe pas et on ne sauroit l'attendre que du Gouvernement quand l'arpentage général sera fini. Il a commencé en 1766 et on a mesuré jusqu'en 1807 vingt-six Gouvernemens, on s'occupe actuellement de sept autres et quinze restent encore à mesurer sans compter les trois Gouvernemens de la Sibérie.

J'ai reçu les résultats de l'arpentage par le Departement des bois et forêts d'après les cartes speciales, comme étant chargé d'écrire l'histoire de l'administration des bois et forêts par un ordre de Sa Majesté Impériale du 1 Février 1806; j'ai encore pû comparer un autre tableau fait sur les mêmes cartes par une personne qui a long-tems servi dans ce dernier Departement, mais ces résultats ne s'étendent que sur la grande moitié de la Russie européenne.

Pourtant comme cette partie de l'Empire est la plus cultivée et comme j'avois reçu des données authentiques sur un grand nombre de ces Gouvernemens agricoles, j'ai

essayé de composer un tableau général des différentes terres pour la Russie européenne, en remplissant les lacunes par les données des auteurs célébres, et où ils me manquoient par un calcul hypothetique.

Les *sources* dont j'ai puisé mes données sont:

1. Un tableau sur l'étendue de toutes les terres fait en 1807 sur les catalogues et atlas du Departement des Arpentages qui se trouve au Senat. Il comprend 13 Gouvernemens, savoir: Archangel, Petersbourg, Novgorod, Perme, Vitebsk, Mohilew, Smolensk, Moscou, Kostroma, Jaroslaw, Kalouga, Resan et Nigegorod. Outre cela l'étendue de la surface s'y trouve marquée pour six autres: Twer, Wladimir, Slobod-Oukrainskoi, Woronesch, Pensa et Orenbourg.

2. Un tableau plus ancien qui s'étend sur 23 Gouvernemens, mais qui n'indique que l'étendue de la surface. Il comprend outre les Gouvernemens sus-mentionnés (excepté Perme, Archangel et Orenbourg), les Gouvernemens de Plescou, Olonetz, Orel, Koursk, Toula, Tambow et Wologda.

3. Pour Kasan un tableau detaillé de toutes les terres, qui a servi en 1800 aux déliberations entre le Sénat et l'Amirauté sur l'administration des bois et forêts de la Couronne.

4. Pour la Finlande un tableau detaillé fait à la Commission pour les affaires de la Finlande en 1803.

5. Enfin pour la Tauride une donnée générale sur l'étendue de la surface tirée d'un manuscript au Depôt des Cartes.

6. Quant au bois de la Couronne on m'a communiqué le dernier tableau de 1807 fait au Departement des bois et forêts, il s'étend sur 47 Gouvernemens de la Russie européenne; par rapport aux bois des particuliers j'ai eu des renseignemens sur 27 Gouvernemens.

Donc les *données officielles* que j'ai pû rassembler s'étendent pour l'étendue de la surface sur 29 Gouvernemens, pour les terres labourées, prairies, jardins, cours, batisses et terres incultes sur 13, pour les bois de la Couronne sur 47 et pour ceux des particuliers sur 27 Gouvernemens.

Mais toutes ces données n'étoient qu'un fragment précieux. Pour suppléer à ce qui manquoit, pour composer un tableau géneral des terres de la Russie européenne j'ai consulté des *auteurs connus* et enfin j'ai du recourir à des *calculs hypothetiques*.

Les auteurs ne s'accordent pas sur l'étendue générale de l'Empire de Russie. Busching (1787) lui donne 309,000 milles carrés, Hermann (1790) 320,000, Krafft

330,506, Ebeling 350,000, Georgi (1797) se borne à dire que la Russie est au moins deux fois aussi grande que toute l'Europe.

Mr. l'Acad. Schubert a calculé en 1794 l'étendue de tous les Gouvernemens dans le tableau statistique des Gouvernemens de l'Empire de Russie par Mr. l'Academ. Storch (v. p. IV et 115.) Le resultat de ce calcul donne la moindre de toutes les sommes, savoir 303,586 milles carrés et s'accorde le plus avec les résultats des arpenteurs. En ajoutant au nombre indiqué les nouvelles aquisitions depuis 1794, calculées par le Géneral Oppermann [1]) à 6527 milles carrés, l'étendue de toute la Russie seroit de 310,113 milles.

La différence dans les calculs des mathematiciens géographes provient surtout de la différence des cartes dont ils se sont servis. Le voyage géographique de Mr. l'Acad. extraord. Wisniewski entrepris par ordre de l'Académie Impériale des Sciences en 1806 pour rectifier les cartes géographiques depuis les Gouvernemens ci-devant polonois jusqu'en Caucasie, décidera sur la justesse des cartes précédentes. La dernière qui a paru depuis 1800 au Depôt des Cartes en cent feuilles et qui n'est pas encore

---

[1]) Tableau historique et statistique de la Russie par Mr. l'Acad. Storch T. I. p. 551.

*

finie, n'a pas été calculée, calcul qui seroit fort à desirer.

Il suffit pour le but de ce mémoire que tous les auteurs s'accordent sur une étendue de 300,000 milles carrés, car il n'y a que les deux tiers de la Russie européenne qui soient éminement agricoles.

Le calcul que j'ai suivi, donne à toute la Russie une étendue de 310,113 milles carrés ou de 1,582,868,437 dessetines [1]) carrées, mesure que je dois suivre puisqu'elle est reçue à l'arpentage général; combien en faut-il compter pour la Russie, combien pour la Sibérie, ou comme l'on dit communement pour la Russie européenne et asiatique?

On n'est pas d'accord sur la partie méridionale de la limite naturelle que l'Oural fait entre ces deux pays, puisqu'il s'applatit vers le sud et se perd dans les Steppes elevées entre la mer caspienne et la mer noire. Selon Mr. Pallas et presque selon tous les auteurs anciens c'est le Don et la côte orientale de la mer d'Asow qui separent l'Europe et l'Asie, selon Mr. Inochotzow la Volga inférieure, selon Mr. Georgi le Obschei-Syrt entre la Volga et la rivière Oural avec la côte orientale de la

---

[1]) Le mille carré à $48\frac{1}{3}$ verstes et la verste carrée a $104\frac{1}{6}$ dessetines.

mer caspienne. On n'est aussi pas d'accord sur les Gouvernemens qui appartiennent à la Russie asiatique, les uns n'entendent par là que les Gouvernemens au delà de l'Oural, les autres y ajoutent encore ceux qui se trouvent sur le plateau occidental de cette chaine de montagnes. C'est dans le premier sens que Mr. Georgi ne comprend sous le nom de Sibérie que les trois Gouvernemens de Tobolsk d'Irkoutsk et de Kolywan, aujourd'hui Tomsk, et c'est dans le second que Mr. Storch (l. c. p. 115.) y ajoute Perme et Oufa, actuellement Orenbourg.

Je me suis decidé pour la première division, car la différence du climat, de la nature du sol, de l'inclinaison des plateaux devient plus sensible au de là de l'Oural. D'ailleurs ces Gouvernemens faisoient jusqu'en 1763 un seul Gouvernement nommé la Sibérie, et quoique divisés actuellement en trois Gouvernemens, ils sont gouvernés par un Gouverneur-général.

Tobolsk, Irkoutsk, Kolywan, Nowaja Zemla et les Iles de l'Océan oriental ont selon le calcul de Mr. l'Acad. Schubert 216,728 milles carrés ou 1,106,215,833 dessetines. Le reste est donc pour la Russie européenne, savoir 93,385 milles carrés ou 476,652,604 dessetines.

Elle aura sans doute moins d'étendue si l'on adopte une autre division politique.

Les Gouvernemens de Novgorod-Seversk, Isiaslaw et Brazlaw, que ce savant a calculé en 1794 font à-peu-près les Gouvernemens de Poltawa, de Podolie et de Volhynie. Vilna et Grodno ne se trouvent pas dans son tableau, j'ai donc pris pour leur étendue ce qui est revenu à la Russie en 1795 d'après le calcul du Général Oppermann (l. c.), enfin j'ai suivi pour la Courlande le même auteur.

Mr. l'Acad. Georgi a eu sur plusieurs Gouvernemens des données authentiques tirées des archives comme il le dit p. ex. T. III. p. 566. Je me suis servi de ces articles quand les résultats de l'arpentage me manquoient et partout ailleurs je les ai ajouté comme variantes.

Je devrois encore parler des calculs hypothetiques, mais on jugera mieux du degré de leur vraisemblance par l'application que j'en ferai en donnant les résultats de mes recherches.

De cette manière j'ai composé un tableau-général des terres pour la Russie européenne et quelques tableaux comparatifs. Dans le premier j'ai distingué les données authentiques de toutes les autres, ces dernières se trouvent imprimées en caractères italiques. Aux articles sur les-

quels j'avois plusieurs calculs différens, j'ai mis ces derniers sous le texte. Dans les tableaux comparatifs j'ai rassemblé les objets du même genre sous un seul point de vue pour faciliter les résultats dont je vais rendre compte. Ne pouvant atteindre l'exacte verité, j'ai taché de parvenir à un degré de vraisemblance qui suffiroit à éclaircir en quelque façon un objet aussi important que l'état de l'agriculture en Russie.

Les derniers *résultats* du tableau comparatif sur *l'étendue de la surface* de la Russie européenne sont:

1. Terres connues par l'arpentage et par d'autres notices de chancellerie 192,363,137 dessetines carrées.

2. Terres non mesurées, calculées d'après Mr. l'Acad. Schubert - 227,990,294 — —

Somme totale 420,353,431 — —

Cette somme est encore de 59,299,173 dessetines plus petite que celle du calcul général de ce savant.

La différence se trouve dans les Gouvernemens du Nord et du Sud, le milieu de la Russie s'accorde parfaitement et par cette raison je crois les cartes géographiques imparfaites vers ces deux points et surtout vers le Nord.

Les derniers résultats du tableau comparatif sur *l'étendue des terres labourées* sont:

1. Terres labourées connues par l'arpentage
21,519,716 dessetines carrées.

2. Étendue des champs cultivés estimée d'après le calcul hypothetique - 41,627,145 — —

Somme totale des terres labourées dans la Russie européenne - - 63,146,861 — —

Ce qui fait $\frac{3}{20}$ de l'étendue de la surface y compris les marais glacés du Nord et les Steppes du Sud tant arides que fertiles, mais toujours inhabitables pour des peuples agricoles, par le manque de bois et d'eau potable. En décomptant ces régions inaccessibles pour l'agriculture la proportion des champs cultivés aux terres labourables est beaucoup plus avantageuse, comme le prouve le tableau comparatif sur dix-sept Gouvernemens. Dans la plûpart des Gouvernemens du milieu les terres labourées occupent un tiers et plus d'un tiers de la surface. La Prusse avoit en 1804: 124,133,333 acres d'étendue, dont
23,130,390 de terres labourées.

La proportion étoit donc environ de $1 : 5\frac{7}{19}$ [1]). En Autriche l'étendue des terres labourées fut estimée en 1807 à $\frac{2}{9}$ de l'étendue de toute la surface.

---

1) Reflexions sur la richesse nationale de la Prusse par Leopold Krug. Berlin 1805. T. I. p. 51.

Le calcul hypothetique est fondé sur les sémailles d'automne. On divise ordinairement les terres cultivées en trois champs, excepté dans les Gouvernemens du Nord et du Sud où il y a outre la culture regulière des terres une culture que je nommerois sauvage, là en brûlant les bois, ici en cherchant toujours des nouvelles terres dans les prairies immenses ou dans les Steppes fertiles. À ces exceptions près on peut supposer les terres généralement divisées en trois champs.

Le premier de ces champs est pour les sémailles d'automne, seigle et froment, dont on compte un tschetwert sur une dessetine. C'est la proportion moïenne, car les sémailles varient selon la nature des terres de 8 à 12 pouds. Dans le cours de trois années tous les trois champs seront ensémencés de sémailles d'automne, d'où il s'ensuit que l'étendue vraisemblable des terres labourées sera égale au nombre de tschetwert de sémailles d'automne sémés en trois ans.

Les trois champs sont nécessairement inégaux selon des circonstances locales, donc il ne faut pas conclure sur les progrès ou sur la décadence de l'agriculture en comparant les sommes inégales des sémailles d'automne en trois ans consecutifs.

Les sémailles d'automne étoient dans toute la Russie:

en 1802	—	19,387,271	tschetwert.
- 1803	—	20,540,552	—
- 1804	—	20,586,957	—
		60,514,780	tschetwert [1]).

Elles étoient en Sibérie et nommement à Tobolsk et à Tomsk :

en 1802	—	267,281	tschetwert.
- 1803	—	306,545	—
- 1804	—	278,207	—

à Irkoutsk

en 1802	—	41,696	—
- 1803	—	47,004	—
- 1804	—	51,697	—
		992,430	—

Reste pour la Russie européenne 59,521,350 tschetwert de sémailles d'automne en trois ans consecutifs ou autant de dessetines de terres labourées, ce qui diffère des derniers résultats du tableau comparatif sur les champs cultivés de 3,625,511 dessetines ou de $\frac{1}{21}$ de la somme totale. Cette différence provient vraisemblablement de la culture sauvage.

La comparaison de l'étendue des terres labourées se-

[1]) Compte-rendus du Ministre de l'Intérieur de l'an 1803 et 1804. St. Petersbourg. 1804 et 1806.

lon l'arpentage avec le calcul hypothetique en quatorze Gouvernemens prouve que l'un portant l'autre la différence n'est pas grande, mais il est curieux de voir que le calcul hypothetique donne une somme moindre que celle des arpenteurs en cinq Gouvernemens du Nord, presque la même en cinq Gouvernemens du milieu et une somme beaucoup plus grande dans quatre Gouvernemens plus méridionaux. En devroit-on conclure que par la suite des tems les premiers ont eu moins et les autres plus de terres cultivées?

Latitude Nord.	Gouvernemens.	Etendue des terres labourées d'après l'arpentage.	Etend. des terr. labour. d'après les sémailles d'automne.	Plus.	Moins.
60	2. Gouvernemens: la Finlande et St. Petersbourg.	568,848	470,082	—	98,766
	3. Gouvernemens: L'Esthonie, Perme et la Livonie.	2,997,383	1,566,099	—	1,431,284
55	5 Gouvernemens: Vitebsk, Jaroslaw, Moscou, Kostroma, Nigegorod.	6,691,838	6,729,831	37,993	—
50	4 Gouvernemens: Smolensk, Mohilew, Kalouga, Pensa,	5,669,157	7,299,139	1,629,982	—
	en 14 Gouvernemens.	15,927,226	16,065,151	1,667,975	1,530,050

La différence sur seize millions de dessetines n'est que de 137,925 dessetines.

*

Quant aux *bois et forêts* de la Russie européenne les derniers résultats du tableau comparatif sont :

1. Bois de la Couronne dans tous les 47 Gouvernemens - - - - 109,402,186 dessetines.

2. Bois des particuliers

marqués en 29 Gouvernemens à	51,328,682	—
calculés en 18 Gouvernemens à	19,911,665	—
	180,642,533	—

Les bois occupent donc $\frac{4}{9}$ de l'étendue de la surface dans la Russie européenne, et l'on peut compter sur une dessetine de terres labourées $2\frac{6}{7}$ dessetines de bois.

C'est encore la proportion générale. Le tableau comparatif prouve que ce n'est que le Nord de la Russie inaccessible à l'agriculture, où les bois sont aux terres labourées comme 58 à 1, dans le milieu de la Russie l'étendue des champs cultivés est presque égale à l'étendue des bois, et la partie méridionale a sept fois plus de terres labourées que de bois.

J'ai reçu du Département des bois et forêts les renseignemens sur les bois des particuliers pour 27 Gouvernemens, j'y ai ajouté la donnée pour la Finlande prise

du tableau susmentionné et pour la Livonie celle que Georgi rapporte.

Le calcul hypothetique pour les 18 Gouvernemens où les matériaux me manquoient est fondé sur le nombre des paysans qui sont aux particuliers dans ces Gouvernemens. La loi accorde aux paysans de la Couronne $7\frac{4}{5}$ dessetines de bois par tête, mais comme les bois ont beaucoup souffert par les progrés de l'agriculture je n'ai pris que 5 dessetines comme le maximum pour ces Gouvernemens. Or il y a dans ces 18 Gouvernemens 3,982,333 paysans aux particuliers, parconsequent environ 19,911,665 dessetines de bois. Pour vérifier en quelque façon ce calcul hypothetique j'ai pris l'étendue connue des bois de la Couronne et j'ai calculé combien il en revenoit à un chacun, et ensuite j'ai donné la même proportion aux paysans des particuliers de ces Gouvernemens. J'ai étendu ce calcul sur 20 Gouvernemens y compris la Finlande et la Livonie, il m'a donné la somme de 20,194,913 dessetines, tandis que le premier par 5 dessetines donnoit dans ces mêmes Gouvernemens sur 4,226,147 paysans des particuliers 21,130,735 dessetines. La différence de 935,822 dessetines prouve que la proportion de 5 dessetines par tête est le plus qu'on puisse compter pour les bois des particuliers.

J'ai eu l'étendue des *prairies* pour 17 Gouvernemens, c'étoit trop peu pour évaluer cette étendue dans chaque Gouvernement en particulier, donc je n'ai marqué dans le tableau général que les données que j'avois. Mais j'ai essayé d'évaluer l'étendue des prairies en général par un calcul hypothetique. J'ai d'abord calculé les proportions moïennes qui se trouvoient entre les terres labourées et les prairies des Gouvernemens qui m'étoient connus de cinq à cinq degrés et j'ai pris cette proportion comme générale pour tous les Gouvernemens qui se trouvent sous la même latitude. Le Nord et le Sud m'ont paru presque incalculables, le premier par les glaces, l'autre par les Steppes fertiles, j'ai taché surtout à calculer les Gouvernemens du 50^{me} degré jusqu'au 60^{me} et voici les résultats.

La proportion moïenne dans les Gouvernemens du 55^{me} degré jusqu'au 60^{me} est 5, l'étendue des terres labourées est 18,279,536 dessetines, donc les quatorze Gouvernemens situés sous cette latitude auroient 3,655,907 dessetines de prairies.

La proportion pour les Gouvernemens situés entre le 50^{me} et le 55^{me} degré de latitude est 7, ils ont 34,828,400 dessetines de terres labourées, donc les vingt Gouvernemens de ce cercle auroient 4,975,485 dessetines de prai-

mes, somme totale 8,631,492 dessetines pour tous les Gouvernemens entre le 50 et le 60^{me} degré de latitude.

Pour verifier ce calcul hypothetique autant qu'il étoit possible, j'ai calculé la même étendue de terres labourées savoir 53,107,936 dessetines par la proportion marquée par la loi de l'Impératrice Catherine II qui ordonne de donner au paysan une dessetine de prairie sur six de terres labourables. Je suis persuadé qu'on a eu des données très vraisemblables pour faire cette loi qui regarde surtout les Gouvernemens les plus cultivés entre le 50 et le 60^{me} degré de latitude, puisque les glaces du Nord et les Steppes du Sud de la Russie ne permettent pas de faire une application générale de la loi dans ces contrées. L'étendue susmentionnée de terres cultivées, partagée par six donne 8,851,322, résultat qui s'accorde parfaitement avec le calcul hypothetique, car la différence de 219,830 dessetines peut être facilement expliquée par ce que la loi assure le plus de terrain possible au paysan pour l'augmentation de sa famille.

Quant au Nord de la Russie l'étendue des prairies en Finlande et dans le Gouvernement de Petersbourg est marquée à 232,590 dessetines. La Finlande a plus que le double de prairies en comparaison de ses champs cultivés, en admettant la même proportion pour Archangell

nous aurions 62,976 dessetines de prairies, et en calculant Olonetz et Vologda d'après la proportion de Petersbourg il y auroit 202,836 dessetines, somme totale pour le Nord de la Russie 435,426 dessetines en prairies.

La Podolie, Slobod-Oukrainskoi et Pultawa sont des Gouvernemens très agricoles, nous admettons pour eux la proportion légale d'une dessetine de prairie sur six de terres labourées, ce qui fait 789,851 dessetines de prairies.

Leur étendue est marquée pour les Gouvernemens de Catherinoslaw, Cherson et pour la Tauride à 2,449,679 dessetines. Astrachan et la Caucasie sont incalculables puisque des Steppes fertiles occupent presque la moitié de ces Gouvernemens. On peut hardiment compter autant de prairies que de champs cultivés, peut être même plus, comme aussi pour les terres assignées aux Cosaques du Don et aux milices de la mer noire, d'où il resulte au moins 485,609 dessetines de prairies sans compter les Steppes fertiles. On pourroit donc estimer les prairies des huit Gouvernemens entre le 45 et le 50me degré de latitude Nord à 3,725,139 dessetines carrées.

L'étendue des prairies dans la Russie européenne seroit donc de 12,792,057 dessetines, ce qui est par rapport des terres labourées presque un cinquième. Quand on refléchit que la Russie européenne, excepté les Step-

pes, n'est pas du tout riche en praïries, que l'agriculture a pris et prend encore journellement sur les prairies le plus de terrain possible, et que la loi marque le sixième comme le maximum, on trouvera la proportion 1 : 5 très vraisemblable.

L'étendue des *jardins, cours et batisses* des paysans est marquée pour onze Gouvernemens dans le tableau comparatif. La proportion moïenne aux terres labourées est 1 : 30, ce qui donne une étendue de 2,101,562 dessetines pour toute la Russie européenne. J'ai encore fait un autre calcul comparatif en calculant les Gouvernemens de cinq à cinq degrés par les proportions qui résultent des sommes qui se trouvent indiquées. On aura pour les cinq Gouvernemens du Nord d'après la proportion de Petersbourg 1 : 26 — 46,686 dessetines carrées, pour les quatorze Gouvernemens du 60 au 55 degré, où la proportion est 1 : 32 — 569,360 dessetines, pour les vingt Gouvernemens du 55^me^ au 50^me^ degré de latitude Nord par la proportion de 1 : 25 — 1,393,136 dessetines et pour les huit Gouvernemens du Sud où la proportion se trouve 1:45 — 196,113 dessetines carrées. Somme totale 2,205,295 dessetines carrées en jardins, cours et batisses, c'est-à-dire 103,233 dessetines de plus que le premier calcul général.

Ce dernier calcul me paroit plus vraisemblable puisqu'il est plus detaillé.

On comptoit 5 pour cent en Prusse pour les chemins, eaux et batisses. En admettant la même proportion pour la Russie européenne on auroit

21,017,671 dessetines carrées.

Il resulte de tous ces calculs le *tableau* suivant:

L'étendue de la Russie européenne est environ de

420,353,431 dessetines carrées, dont il y a:

terres labourées

63,146,861 — —

bois et forêts

180,642,532 — —

prairies: 12,792,057 — —

cours et jardins

2,205,295 — —

chemins, eaux et batisses

21,017,671 — —

279,804,416 dessetines carrées.

Reste pour les terres non employées de tout genre, marais, steppes, sables, et pour les terres encore labourables

140,549,015 dessetines.

Il seroit intéressant de savoir combien il y a de ter-

res labourables dans cette étendue? En Autriche on les estime à plus d'un cinquième. Les Gouvernemens du centre en Russie ont une proportion encore plus avantageuse comme le prouve le tableau comparatif sur dix-sept Gouvernemens, et le manque de terres labourables dans l'intérieur où les paysans s'en plaignent généralement. J'ai tout lieu de croire que l'étendue des terres labourables qui ne sont pas cultivées, n'est pas du tout si grande comme on l'imagine dans l'étranger. Les embaras du Gouvernement à fournir de terres les paysans de la Couronne en sont une preuve convaincante. Les terres absolument steriles occupent assurement les trois-quart de cette étendue.

De ces données sur l'étendue des terres résultent les proportions suivantes:

1) En supposant l'étendue de la Russie européenne égale à 1, il y a

de terres labourées -	0,15022	où $\frac{3}{20}$,
de bois et forêts - -	0,42973	— $\frac{4}{9}$,
de prairies - - -	0,03043	— $\frac{1}{33}$,
de cours et jardins -	0,00525	— $\frac{1}{190}$,
de chemins, eaux et batisses	0,05000	— $\frac{1}{20}$,
de terres non employées -	0,33436	— $\frac{1}{3}$.

2) De toutes les terres employées, supposées être égales à 1

les terres labourées font -	0,22568	où $\frac{2}{9}$,
les bois et forêts - -	0,64560	— $\frac{5}{8}$,
les prairies - - -	0,04572	— $\frac{1}{22}$,
les cours et jardins -	0,00788	— $\frac{1}{127}$,
les chemins, eaux et batisses	0,07512	— $\frac{1}{13}$,

3) La somme des terres labourées supposée être égale à 1, son rapport aux autres terres est :

aux bois et forêts -	2,86067	où $2\frac{6}{7}$,
aux prairies - - -	0,20258	— $\frac{1}{5}$,
aux cours et jardins -	0,03492	— $\frac{1}{29}$,
aux chemins, eaux et batisses	0,33284	— $\frac{1}{3}$,
aux terres non employées -	2,22575	— $2\frac{2}{9}$.

4) La somme des bois et forêts supposée être égale à 1, son rapport aux autres terres est :

aux terres labourées -	0,34957	où $\frac{6}{17}$,
aux prairies - - -	0,07081	— $\frac{1}{14}$,
aux cours et jardins -	0,01221	— $\frac{1}{82}$,
aux chemins, eaux et batisses	0,11689	— $\frac{2}{17}$,
aux terres incultes -	0,77805	— $\frac{7}{9}$.

La proportion des terres employées à toute l'étendue de la surface est égale à 0,66564 où presque $\frac{2}{3}$ à 1.

II. De la nature du sol.

Nous ne parlerons ici que de la richesse foncière de la Russie pour son agriculture actuelle, c'est-à-dire de la nature du sol dans la Russie européenne comme la partie la plus agricole de l'Empire. Malgré ces restrictions l'objet que nous traitons est si vaste que nous ne pourrons le caracteriser dans ce mémoire que par les traits les plus saillans et les plus généraux.

Les prolongations des montagnes de la Scandinavie, l'Océan septentrional, l'Oural et ses branches, les Steppes, le Caucase, les montagnes de la Tauride et la mer noire, les prolongations des Carpathes et l'élévation sur la Volga, autrefois le mont Alaunis, enfin la mer baltique entourent cette plaine immense que nos nommons la Russie européenne. Entourée de tant de mers et de montagnes elle doit-être composée de plusieurs plateaux, différens par leur situation, par les couches de terres qui y prédominent et par le degré de fertilité qu'elles ont pour les differens genres de culture.

Une telle étendue de terrain où ces différences sont toujours sensibles au milieu de variétés infinies, et que nous nommons *plateau*, est indépendante des degrés de l'équateur et elle peut avoir une forme quelconque. Les

divisions des Empires par degrés, même quand elles sont faites d'après des connoissances exactes sur la nature du sol, ne sauroient donner qu'une idée générale, car elles coupent arbitrairement des plateaux très différens, en bandes égales et uniformes. Une des meilleures divisions par degrés est assurement celle de la Russie en trois régions, division célèbre, généralement reçue et presque sanctionnée. Mais pourtant, que de terres différentes ne divise t-elle pas contre nature, que de plateaux bas et elevés, secs et marecageux, terres de tous les degrés de fertilité ne comprend t-elle pas dans une même région, surtout dans la partie du milieu? Et comment peut-on l'appliquer à la Sibérie où la nature n'a fait que deux grandes divisions en latitude mais plusieurs en longitude?

Nous distinguons *sept plateaux* différens *dans la Russie européenne* et nous leurs avons donné des noms pris des montagnes et des mers voisines puisqu'il falloit les designer par un nom quelconque, quoique nous ne croyons pas que ces plateaux dépendent nécessairement de ces montagnes ou de la nature des côtes, puisqu'il y a des chaines de montagnes trés élevées qui se trouvent sur des terres fort basses et des côtes beaucoup plus élevées que l'intérieur des terres, même dans la plaine que nous

decrivons, comme le prouvent l'Oural septentrional et les côtes de la mer noire. Enfin les denominations des plateaux sont arbitraires, mais leur division est fondée dans la nature du sol.

Le premier plateau nous l'avons nommé *scandinaviën.* Dans sa partie septentrionale il comprend les Gouvernemens d'Archangel, d'Olonetz et de Wologda, le nord de Waetka et de Perme; dans sa partie meridionale la Finlande, Petersbourg et le nord de Novgorod.

Le second plateau est *l'élévation sur la Volga* où se trouvent Twer, Plescou et Smolensk.

Le troisième comprend *les terres baltiques:* l'Esthlande, la Livonie et la Courlande.

Le quatrième plateau est le plus étendu, nous le nommerons le *plateau de l'Oural.* Sa partie orientale renferme le Sud de Waetka et de Perme, Kasan, Nigegorod, Simbirsk, Tambow, Orenbourg, Pensa et Saratow en deça de la Volga; sa partie occidentale Jaroslaw, Kostroma, Moscou, Wladimir, Kalouga, Toula, Resan, Orel, Koursk et Woronesch.

Le cinquième plateau nous l'avons nommé *les Basses-terres,* c'est Vitebsk et Mohilew, Vilna, Grodno et Minsk, ou la Russie blanche et la Lithuanie.

Le sixième est le *plateau des Carpathes*: Cherson, Catherinoslaw, Pultawa, Slobod-Oukrainskoi, Tschernigow, Kiew, la Podolie et la Volhynie.

Enfin le septième c'est *le pays des Steppes*: la Caucasie, Astrachan, Saratow au de là de la Volga, les pays appartenans aux milices de la mer noire, la Tauride et les terres des Cosaques du Don.

Si les bornes de ce mémoire me permettroient de faire la description detaillée de chaque plateau j'oserois me flatter de prouver que cette division de la Russie européenne est nullement arbitraire. Mais je ne puis donner que les derniers résultats de mes recherches, qui peut-être ne suffiront pas pour faire connoitre un objet qui demande un plus grand developpement.

1. Le plateau *scandinavien* a au Nord l'Océan septentrional, à l'Ouest les montagnes de la Scandinavie, à l'Est l'Oural. Les prolongations des montagnes de la Norwege s'étendent à l'Est jusqu'aux lacs Wig et Onega, d'où commencent les sables et les marais qui continuent jusqu'au pied de l'Oural. Ces prolongations s'étendent vers le Sud par la Finlande jusqu'à Petersbourg d'où le terrain s'éleve par Novgorod et vers le midi de Waetka et de Perme. C'est donc un plateau fortement incliné du coté de l'Oural, plus elevé entre la rivière Mesen et le lac Onega et encore affaissé vers Kola,

sa plus haute élevation est sur sa limite méridionale à Novgorod, Waetka et surtout à Perme.

C'est une terre noyée qui s'éleve avec peine de la mer blanche et de l'Océan septentrional, un sol marecageux et couvert de petits lacs entre lesquels des montagnes de moïenne hauteur se trouvent singulièrement eparpillées. Le terrain étant plus élevé depuis l'Onega jusqu'au Mesen est pierreux mais susceptible de culture, depuis cette riviére jusqu'au pied de l'Oural c'est une grande plaine inclinée vers la mer dans laquelle les terres se perdent imperceptiblement en marais et sur la quelle les marais dans les bas fonds et les sables sur les points plus élevés ne sont interrompus que par la chaine de montagnes sur la Petschora. La Finlande à trois regions, la plaine noyée, le milieu des montagnes qui est fertile et leurs sommets pierreux qui sont couverts de bois. Enfin les terres s'élevent depuis Wologda et les champs sont parsémés de cailloux, la terre est grisâtre, toujours beaucoup de lacs et de marais, toujours des sables sur les points plus élevés; les terres noires ne paroissent que vers la region des chênes comme des iles dans l'Océan.

L'intérieur des terres depuis l'Onega jusqu'à la mer blanche montre des couches de trapp melées de marbre et de quartz, c'est la prolongation des montagnes de la

Scandinavie. Mais depuis le lac Ilmen jusqu'au Golfe de Finlande les couches calcaires prédominent, c'est la prolongation du mont Alaunis dont les couches fondamentales s'étendent du coté opposé par Moscou jusqu'au delà de Toula.

Ce plateau a donc différentes terres, la terre pierreuse n'est pas précisement sterile, les pierres garantissent les jeunes plantes contre la fureur des vents et contre la sécheresse. Le meilleur terrain est celui où la terre grisâtre repose sur un fond de terre glaise, la plus mauvaise où elle se trouve melée de parties calcaires, la terre argileuse de la region du milieu en Finlande est fertile quand elle est bien cultivée. En général c'est du fumier et d'une culture soignée que dépend le degré de fertilité des terres sur ce plateau.

Le sapin, le pin et le larix y sont indigénes. Les premiers aux sommets des montagnes en Finlande sont d'une qualité superieure; tout le Nord de la Russie dans les endroits inaccessibles à l'agriculture est une grande forêt d'arbres à épingles entrecoupée de marais et de sables. Ces bois deperissent au delà du 64[me] degré et finissent entièrement au 67[me]. Le chêne se perd vers le 60[me] degré, ce climat froid et cette terre humide le détruisent malgré tous les efforts de l'art.

On séme le froment d'été jusqu'au 62^{me} degré dans les cercles de Schenkoursk et d'Onega au commencement du Mai et la récolte se fait vers la mi-Août, elle donne le troisième et même le cinquième, mais elle est peu sure. Le froment d'automne ne s'étend point aussi loin vers le nord, sa culture ne commence qu'à Wologda, mais on peut dire qu'elle est presque nulle sur ce plateau, pas tant par la stérilité du sol que par la rigueur du climat, car il arrive qu'on a le 8^{me} grain à Waetka et le 14^{me} à Perme. Le paysan s'occupe peu d'une culture dont la recolte est si douteuse, il s'applique particulièrement à celle du seigle d'automne qui est générale depuis le 67^{me} degré; le seigle d'été au contraire est peu cultivé et ne passe pas le 62^{me} degré, en général les recoltes des gros grains sont plus sûres et plus abondantes que celles des petits bleds, les premières donnent selon la nature des terres du 3^{me} jusqu'au 12^{me} grain. L'orge resiste bien au froid, mais les bonnes recoltes ne commencent que du 62^{me} degré, c'est la culture la plus sûre après celle du seigle d'automne. L'avoine est plus sensible au froid et ses recoltes sont mois abondantes. Le chanvre reussit assez bien à Olonetz, mais la recolte manque quelquefois, Wologda et surtout Perme le cultivent avec plus de succès, même le lin y reussit. Ce plateau est donc surtout

propre à la culture du seigle d'automne et de l'orge.

2. *L'élévation sur la Volga* peut avoir environ 150 toises au dessus du niveau de la mer, car ses hauteurs s'élevent jusqu'à 200 toises et ses monticules à 50. On monte insensiblement du plateau de l'Oural, qui dans ses bas fonds à Kalouga n'a que deux pieds d'élevation, jusqu'à la partie occidentale de Twer qui est le point le plus élevé de la Russie européenne, et on descend par Plescou qui est une plaine inclinée vers les terres baltiques et la Russie-blanche, ou par Smolensk qui se trouve sur la pente meridionale de cette hauteur. La Volga, le Dnepr et la Duna decoulent de ce terrain élevé vers la mer caspienne, la mer noire et la mer baltique.

Twer comme le point le plus élevé a peu de marais et quoique bien arrosé c'est toujours une terre séche. Plusieurs chaines de collines s'étendent jusqu'au lac Ilmen dans une distance de 150 verstes sur 60 en large. Le sol est très melé, ici c'est un terrain sabloneux, là une bonne terre noire, mais en géneral c'est la terre grise qui prédomine. La partie orientale de cette élévation est la plus fertile, à l'Ouest la terre est froide et marecageuse, au Sud elle devient plus sabloneuse.

Toute cette élevation repose sur des couches calcaires parmi lesquelles le granit perce aux bords des lacs,

comme à celui de Seligersk. Dans la partie orientale de cette élevation paroissent les couches argileuses qui se retrouvent partout dans le plateau de l'Oural.

Le degré de fertilité de ce plateau est médiocre. Twer dans sa partie orientale a encore les meilleures terres, puis Smolensk, enfin Plescou qui a le terrain le moins fertile.

Cette élevation n'est plus comme autrefois une forêt impenétrable dont on ignore les limites. Les progrés de l'agriculture ont été si rapides qu'on n'a trouvé à Twer en 1807 que le tiers des bois, indiqués par l'arpentage en 1766, Plescou a encore moins de bois que Twer, Smolensk tient un rang très inférieur parmi les Gouvernemens riches en bois. On rencontre le chêne mais rarement, les bois sont melés, les arbres à épingles prédominent.

Smolensk dont le terrain tient deja de la nature du sol en Lithuanie cultive surtout le froment d'automne, les recoltes donnent du 4^me au 8^me grain, les autres Gouvernemens le cultivent peu et encore moins le froment d'été. La culture la plus sûre et qui est parconsequent la plus générale est celle du seigle d'automne, de l'orge et de l'avoine, le seigle d'été est peu cultivé car ses recoltes sont incertaines et peu abondantes. Pour le

chanvre Plescou est une des meilleures terres en Russie, on le cultive aussi beaucoup à Smolensk, de même que le lin. Il y a dans ce dernier Gouvernement des plantations de tabac.

Donc la culture du seigle d'automne, de l'orge et de l'avoine sont les cultures naturelles à ce plateau, outre cela le chanvre et le froment d'automne reussissent très bien sur la pente occidentale et méridionale de cette élevation.

3. Les *terres baltiques* s'élevent sur un fond de schiste. La différence du rivage septentrional et méridional du Golfe de Finlande est sensible. Là nous voions une terre singulièrement coupée et des Archipels de petits ilots presque steriles, ici c'est un rivage arrondi, couvert de bancs de sables que la mer accumule et change encore aujourd'hui, enfin des iles en petit nombre mais grandes et très fertiles. Il n'est pas du ressort de la Statistique de faire des conjectures sur les révolutions de la nature dans les siècles qui ont precedés l'histoire, mais en considerant la surface des terres et la configuration des côtes depuis la mer blanche jusqu'à l'élevation sur la Volga on est tenté de croire à une inondation partielle, où les eaux se sont précipitées du Nord au Sud-Ouest, ont noyé la partie occidentale d'Archangel, creusé le Golfe de Finlande bien au

delà de son lit actuel, peut-être jusqu'au lac d'Ilmen, ont charrié des terres sur le mont Alaunis et ayant été arretées par le plateau élevé des Carpathes elles découlerent par les Basses-terres de la Russie-blanche dans la mer baltique. Quoiqu'il en soit une pareille révolution explique parfaitement la configuration des côtes et l'état actuel des terres.

L'Esthonie est un pays plat sans être marecageux, le fond est schisteux et paroit en plusieurs endroits à la surface, ailleurs il est couvert de terre grise à un pied et demi de profondeur, les terres noires et plus fertiles commencent vers Dorpat, mais en général c'est un pays mediocrement fertile. La Livonie a des sables sur la côte depuis Riga jusqu'à Pernau et sur les bords de la Duna jusqu'à Friedrichstadt. Une terre rougeâtre et argileuse succede à cette mer de sable, là où elle est trop forte elle éclate pendant les chaleurs de l'été et rompt les racines des plantes, mais là où elle se trouve assez melée de sable, elle est fertile surtout pour le froment. La Duna roule sur un fond de pierre depuis Friedrichstadt jusqu'à Jacobstadt et ce terrain pierreux s'étend en demi-cercle jusqu'en Lithuanie; autour du lac Peipus encore des sables et puis une infinité de petits lacs, il y a des villages très mediocres qui en ont jusqu'à quinze,

et la pêche nourrit ici le paysan en partie; plusieurs de ces petits lacs sont devenus marais. Il y a aussi des terres presque steriles dans le genre des landes ou des steppes. La Courlande a d'abord des sables, puis des terres rougeâtres et argileuses, enfin des terres grises et noires vers la partie orientale qui est ondulée. En général les terres baltiques sont d'une fertilité mediocre, les iles ont le meilleur terrain et de beaux paturages. Mais une culture très soignée a vaincu la nature.

Autrefois ce plateau etoit couvert de bois de sapin, comme le prouvent les restes sur le lac Peipus, il avoit de belles forêts d'arbres en feuilles en Courlande, mais la culture sauvage, les novales qu'on augmente toujours ont detruit les bois, l'Esthonie en manque deja et dans les autres Gouvernemens ils sont très inégalement distribués.

La Livonie cultive le froment d'été et d'automne dans ses meilleures terres, la Courlande moins et l'Esthonie très peu. Le seigle d'automne, l'orge et l'avoine sont aussi sur ce plateau la culture générale, on cultive peu le seigle d'été. Le chanvre de la Courlande est reputé, le lin réussit de même, l'un et l'autre moins en Livonie et encore moins en Esthonie.

4. *Le plateau de l'Oural* merite surtout notre attention, car c'est le plateau le plus étendu, le plus fertile

et le plus cultivé. Il forme une grande plaine qui est sensiblement inclinée depuis l'Oural jusqu'à Oufa et de là jusqu'à la hauteur de la Volga par une pente plus douce. Les expériences faites à Saratow et à Kalouga, dont nous aurons occasion de parler, les couches de terre glaise impenétrable qui forment le fond de ce plateau et qui paroissent presque à la surface à Moscou et surtout à Toula prouvent la réalité de cette pente. Il en résulte une grande différence du sol qui nous oblige à diviser ce plateau en oriental et en occidental.

Le premier est la region des chênes, qui s'y trouvent en grandes forêts, mais toujours melés d'autres arbres à feuilles. Le chêne qui croit dans les plaines, demande une bonne terre et un climat temperé, le froid et la chaleur, les changemens rapides de la temperature de l'air, les ouragans et l'humidité du sol lui sont également pernicieux, il prouve donc que le terrain est fertile et élevé et que le climat est doux et constant dans les Gouvernemens où il est indigéne. La partie occidentale de ce plateau n'ayant pas tous ces avantages, le chêne ne predomine plus dans les forêts, il n'y fait pas même le tiers des autres arbres. Il se perd également vers le plateau des steppes que vers le plateau que nous avons nommé scandinavien.

Les Gouvernemens où le chêne est indigéne et forme de grandes forêts sont au nombre de huit, savoir: la partie méridionale de Waetka, Kasan, Nigegorod, Simbirsk, Tambow, Orenbourg, Pensa et Saratow en deça de la Volga.

Orenbourg a les plus belles terres noires, terre grasse et facile à cultiver, elle n'a pas besoin de fumier, mais vers la mer caspienne cette terre devient argileuse et sêche. Saratow en deça de la Volga a dans sa partie septentrionale le même terrain noir et extremement fertile, au Sud des terres sèches et moins fertiles. Pensa est une surface ondulée qui a des terres melées. Simbirsk est divisé par la Volga en deux parties, la partie occidentale est très fertile, la partie orientale l'est beaucoup moins et tient de la nature du sol dans les steppes. Kasan est une bonne terre là où les forêts de chênes se trouvent, mais il y a aussi des landes et beaucoup de terres qui demandent du fumier ou du repos. Nigegorod est un pays extremement plat, les rivières debordent et donnent les plus beaux paturages; quoiqu'il y ait quelques contrées dans le genre des steppes, c'est pourtant en général une terre extremement fertile. La partie septentrionale de Tambow est sabloneuse, le milieu, surtout vers Saratow, tient des steppes, mais la partie meridionale est extremement fertile, c'est une plaine élévée couverte des plus

beaux champs de bleds et des plus belles prairies. Une grande fertilité, des terres noires, des prairies qui ressemblent aux steppes fertiles, des paturages engraissés par le debordement des rivières, voilà les traits caracteristiques dans la description de ce plateau.

Des expériences faites près de la ville de Saratow sur l'intérieur des terres ont donné les résultats suivans: terre noire à deux pieds de profondeur, terre glaise jaunâtre 4 à 5 arschines, puis une couche calcaire très legère, ensuite encore cette terre glaise jusqu'à 40 arschines, après cela de l'argile feuilleté une arschine, puis une argile forte et noire à deux arschines et encore une couche calcaire et des coquillages dans cette profondeur considerable. On repeta ces expériences à Achmat, à cinq verstes de la Volga, et on trouva deux pieds de terre noire, deux arschines de terre grisâtre et calcaire et puis une argile rougeâtre et impénetrable. Malheureusement l'élévation du terrain au dessus du niveau de la mer n'a pas été observée, mais on voit par la nature des couches qu'elle doit être considerable, car ces couches d'argile impénetrables aux plantes et même à l'eau sont ici fortement couvertes de terre noire, tandis qu'elles paroissent presque à la surface dans la partie occidentale de ce plateau et ne sont couvertes que d'une couche legère de terre grise.

On cultive plus de froment d'été que d'automne à Saratow et à Simbirsk, preuve d'un bon terrain et d'un climat doux et constant, à Tambow on cultive l'un et l'autre également. Les recoltes donnent jusqu'au 10^{me} et 12^{me} grain dans les bonnes années. Le seigle d'automne est la culture générale, il donne selon la différence des terres et des soins employés du 3^{me} jusqu'au 12^{me} grain. On cultive peu le seigle d'été, l'orge presque généralement, le chanvre de preférence à Nigegorod, Kasan et Tambow, le lin surtout dans le premier de ces Gouvernemens; les tatares y ont quelques plantations de tabac.

Il y a une grande différence de ce terrain généralement fertile à celui de la partie occidentale de ce plateau. Moscou au pied de la hauteur sur la Volga a dans sa partie occidentale des couches calcaires qui lui viennent du mont Alaunis et qui se prolongent bien au de là de Toula, ces couches légerement recouvertes de terre grisâtre rendent le sol moins fertile. La partie orientale a dejà les couches de terre glaise qui sont ici, au pied d'une élevation, plus couvertes de terre qu'ailleurs. Ce terrain bien cultivé donne de bonnes récoltes. Les bords élevés de l'Occa sont sabloneux, mais encore ce terrain est plus fertile que ces terres argileuses de Toula où les

couches steriles d'argile ne sont que légerement couvertes de terre grise. Elles font la désolation du laboureur, car pendant le tems des pluïes les champs deviennent boueux, l'eau ne pouvant penétrer dans ce sol se fraye des chemins par les champs et couvre cette pauvre terre encore de parties argileuses; par les tems secs au contraire c'est un terrain difficile à travailler et qui eclate. Kalouga a le même sol mais la terre est moins élevée, il y a plus de bas fonds et plus d'hauteurs, les bonnes terres se trouvent entre les marais des terres basses et les sables des points élevés. Wladimir et Resan si vantés par Herberstein, Nogaret et Guagnino pour leur fertilité surprenante ne meritent pas généralement ces louanges. Il y a à la verité quelques terres extremement fertiles, mais en général l'argile impenetrable n'est que légérement couverte de terre grise.

Des expériences faites à Kalouga sur la nature du sol en 1806 à neuf endroits différens pour connoitre le terrain où le chêne réussit le mieux, ont eu les résultats suivans: sur les points les plus élevés de la surface, à 35 pieds au dessus du niveau de la mer, on trouva 6 pouces de terre noire, 2 pieds 9 pouces de sable fin, 1 pied 4 pouces de gravier, 10 pouces de gravier melé d'argile, et 9 pouces d'argile rougeâtre, sous lequel on

rencontra du schiste. À 22 pieds d'élévation on trouva 7 pouces de terre noire, 1 pied 4 pouces d'argile blanche, 1 pied d'argile rougeâtre et enfin l'argile rouge a une profondeur inconnue. À 14 pieds d'élévation on trouva 1 pied 3 pouces de terre noire, 7 pieds 5 pouces d'argile rougeâtre et puis l'argile impenétrable. Les mêmes couches paroissoient partout jusqu'à deux pieds d'élevation, avec la différence que dans les terres basses l'argile sous lequel on trouvoit de l'eau, étoit bleuâtre.

La fertilité est plus grande dans les trois Gouvernemens du Sud: Orel, Koursk et Woronesch, car ils tiennent beaucoup du caractère de la partie orientale de ce plateau. Les couches d'argile sont fortement couvertes d'une bonne terre noire à Woronesch, elle n'a pas besoin de fumier en beaucoup d'endroits, les plaines sont étendues et sêches et dans le genre des steppes. Dans les Gouvernemens de Koursk et d'Orel la surface devient ondulée, les plaines sont bien couvertes de terre noire, les basses terres ont peu de marais, les fleuves debordent et donnent une herbe fine et succulente, en un mot c'est le plus heureux mélange de terre noire, de sable et d'argile qui rend ce sol extremement fertile.

La partie méridionale de Perme et de Waetka, Kostroma et Jaroslaw reunissent le plateau de l'Oural à ce-

lui de Scandinavie. Perme vers le Sud est assurement plus fertile que vers le nord, surtout dans sa partie occidentale, mais toujours c'est un terrain sabloneux et un climat variable où le chêne ne reussit pas, les arbres a épingles s'y trouvent en forêts considerables. Waetka sur la Kama est plus fertile, la terre noire paroit et avec elle le chêne. Kostroma est marecageux au Nord et porte encore le caractère du plateau scandinavien, vers le midi ses terres sont plus fertiles. Jaroslaw du coté droit de la Volga, où cette rivière tourne vers le Sud, est un terrain pierreux, puis sabloneux le long de la rivière, enfin argileux au milieu, avec des hauteurs de sables à Poschechonie et avec des marais à Rostow. Le cercle de Mologa au coté gauche de la Volga est encore une terre noyée, mais les autres cercles sur ce coté ont une terre très forte et argileuse. En général la terre grise prédomine et la fertilité est médiocre.

Les bois dans tous ces Gouvernemens sont melés, le chêne n'y forme plus de grandes forêts. L'agriculture, les brasseries d'eau de vie et la persuasion que les bois ne finiroient jamais les a tellement retrécis qu'on en manque en plusieurs cercles.

Quant à la culture des grains, Moscou cultive également le froment d'été et d'automne, surtout dans la partie

orientale, Wladimir et Kalouga cultivent plus de froment d'été, les autres Gouvernemens peu. La culture du seigle d'automne, de l'orge et de l'avoine est générale, celle du seigle d'été est petite. Resan, Kalouga, Orel et Koursk cultivent surtout le chanvre, les deux premiers Gouvernemens particulièrement le lin. On a fait quelques plantations de tabac à Toula, Koursk, Orel et Woronesch, mais c'est une culture nouvelle en Russie qui trouve plus de difficultés par le peu de connoissance que le paysan en a encore que par la nature du sol.

5. Au Sud-Ouest de l'élévation sur la Volga se trouve une terre marecageuse, la Russie-blanche, et une terre tant soit peu plus élevée, la Lithuanie. Nous avons nommé ce plateau *les Basses-terres*, puisqu'il se trouve entre la hauteur sur la Volga et le plateau élevé des Carpathes.

Les descriptions que les voyageurs anciens font des chemins par lesquels ils ont passé dans ces contrées sont terribles. Herberstein dit qu'il y a trouvé tant de marais, de lacs et de rivières, que les habitans du pays auroient de la peine d'en retenir les noms et qu'il lui étoit impossible de les nommer ou d'en faire la description. Goeteeris assure que les loups et les brigands étoient moins à craindre dans ce pays que les mauvais chemins, qu'il avoit passé

non sine gravi horrore, que les marais s'étendoient d'une mille jusqu'à 10 et 14 et qu'on avoit dû rassembler les habitans des cantons voisins pour lui frayer un chemin. Il n'est pas douteux que les grandes routes ont été beaucoup ameliorées, il est sûr qu'une culture des terres plus étendue et en partie au moins plus soignée a saigné bien de marais, mais pourtant Lloyd dit encore que ce n'est qu'un pays un peu meilleur que la Finlande, plein de lacs, de forêts, de marais etc. et où il y a parconsequent peu de culture et de population (Histoire de la guerre d'Allemagne T. I. p. 339.)

La Russie blanche est une terre très marecageuse vers le Nord, sabloneuse et argileuse vers le Sud, mais toujours couverte de lacs. La Lithuanie est un pays coupé par une infinité de petites rivières et encore couvert de lacs et de marais, ceux de Brzesk ressemblent à des lacs, mais les champs sont plus élevés, comme le prouve leur terrain sabloneux, heureusement melé de terre glaise qui le rend fertile. La partie septentrionale de la Lithuanie l'est moins que la partie meridionale, mais toujours plus que le Nord de la Russie blanche. En général c'est un pays plat qui a pourtant quelques points élevés comme à Brazlau et à Polotzk. Le degré de fer-

tilité est assez grand sur toutes les terres qui ont une certaine élevation.

Ces provinces sont très boisées, le pin et le sâpin regnent dans les forêts. Le mélange heureux de sable, d'argile et de terre noire rend ce terrain très propre à la culture du froment d'automne en Lithuanie et à Minsk comme la partie la plus élevée de ce plateau, il l'est moins dans la Russie blanche à cause du terrain marecageux, on y sème plus de froment d'été. Le premier donne dans les bonnes années le 10me grain, le second le 6me. Le seigle d'hiver, l'orge et l'avoine sont la culture générale et donnent du 5me au 8me grain. On cultive peu le froment d'été, mais beaucoup le chanvre et le lin, les recoltes sont riches et le chanvre surtout de fort bonne qualité.

6. Les prolongations des monts Carpathes s'étendent par les Gouvernemens situés sur le Dnepr et jusqu'à la mer noire. Un fond de roche paroit en plusieurs endroits, comme aux cataractes du Dnepr, à l'Ingouletz et au Boug. Le granit ne s'élève pas ici en montagnes, mais il se prolonge en couches horizontales sur lesquelles on voit d'autres couches calcaires et des coquillages dans la plaine entre l'Ingoul et l'Ingouletz, ces couches calcaires se prolongent jusqu'au Kouban. Des charbons de terre, des salives, des monti-

cules de craïe caracterisent encore le *plateau des Carpathes*. On a estimé son élévation à Cherson et Elisabethgrad de 30 à 40 toises au dessus du niveau de la mer et les côtes de la mer noire entre le Dnepr et le Dnestre ont 40 à 43 toises.

Nous distinguons la partie méridionale de ce plateau, Cherson et Catherinoslaw, de la partie septentrionale, Pultawa, Slobod - Oukrainskoi, Kiew, Tschernigow, la Podolie et la Volhynie.

La partie méridionale est une terre élevée, ouverte, sêche, quoique arrosée par un grand nombre de ruisseaux et de petites rivières. Les cercles vers le nord ont un terrain sabloneux, melé d'argile et de terre noire, terrain facile à cultiver et assez fertile, les cantons du midi ont une terre forte et argileuse d'une fertilité étonnante; pourtant les landes et les steppes salineuses occupent un tiers de la surface du pays. Les bords des rivières offrent d'excellens paturages. La Steppe d'Otschakow est presque sterile au Sud, c'est une terre rougeâtre, ferrugineuse et salineuse, mais le nord, ou la Steppe de Koduma, est une terre grisâtre d'une fertilité surprenante.

Les terres des Cosaques du Don forment une plaine élevée où l'on ne voit de collines qu'aux bords des rivières, terre sêche et d'une fertilité mediocre pour l'agricul-

ture. La partie septentrionale est encore la meilleure et assez fertile par un tems humide, mais plus que les terres se prolongent vers le Sud, plus elles deviennent sabloneuses et salineuses et il n'y a que les ravins, dont le nombre n'est pas grand, qui aïent une bonne terre. Elle se trouve en général autour des grandes rivières dont les bords et les ilots sont aussi couverts de bois ailleurs très rares.

La partie septentrionale de ce plateau est d'une grande fertilité. Pultawa a une terre noire et de belles prairies, le pays est plat, ouvert, presque sans bois. Slobod - Oukrainskoi terrain sec et noir mélé de sable et d'argile, excepté dans le cercle d'Achturka où le sol est sabloneux et devient ensuite marecageux. Il y a bien encore quelques cantons argileux et sabloneux, mais en général c'est une terre extremement fertile. Kiew a un terrain bien arrosé sans être marecageux, la terre noire, l'argile et le sable se trouvent différement melés, mais presque partout heureusement. Le nord de Tschernigow est sabloneux, le milieu d'une fertilité mediocre, le sud est très fertile.

Le plateau des Carpathes qui s'incline vers les Basses terres se termine à l'Ouest par une terre ondulée en Podolie et en Volhynie. Le même sol quoique impregné

de parties calcaires est extremement fertile, les paturages de Podolie sont celebres, la Volhynie quoique très ondulée est généralement très fertile.

Les restes des bois de sapin qui se trouvent à Kiew, le tronc d'un chêne énorme qu'on trouve souvent sur les champs de Slobod-Oukrainskoi, les églises et les cercueils de bois de chêne dans des contrées denuées de bois prouvent que ce plateau a eu les plus belles forêts melées d'arbres à épingles et d'arbres à feuilles. L'agriculture, les nomades et les brasseries les ont détruit. Aprésent il n'y a que le nord de Tschernigow qui est riche en bois, Kiew a encore quelques forêts, Slobod-Oukrainskoi et Pultawa manquent de bois.

Le froment d'automne et d'été sont également cultivés à Cherson et à Catherinoslaw, le premier surtout a Slobod-Oukrainskoi et en Volhynie, à Pultawa et à Kiew, peu à Tschernigow; les bonnes récoltes donnent le 15^{me} et le 20^{me} grain. Le seigle d'automne et d'été est généralement cultivé à Cherson, Catherinoslaw et Pultawa le premier plus en Podolie, en Volhynie, Slobod-Oukrainskoi et Tschernigow, les recoltes qui sont deja très riches le seroient encore davantage par une culture plus soignée. Cherson et Catherinoslaw cultivent plus d'orge que d'avoine, les autres Gouvernemens cultivent ces grains

également. Le chanvre est une des principales cultures de Slobod-Oukrainskoi, Kiew, Tschernigow et de la Volhynie, il est d'une finesse rare, la Podolie le cultive moins, Cherson et Catherinoslaw encore moins. Le lin reussit surtout à Tschernigow, en Volhynie et à Kiew, le tabac est cultivé en grand à Kiew, Tschernigow et surtout à Slobod-Oukrainskoi, beaucoup moins en Podolie à Cherson et à Catherinoslaw.

7. Il nous reste à parler *des pays des steppes.* Les steppes sont ou fertiles ou arrides; les premières sont couvertes de terre noire à plus d'une arschine de profondeur, mais le manque de bois et d'eau pôtable les rendent inhabitables pour des peuples agricoles. Les secondes sont ou steppes pierreuses, ou couvertes d'un gravier qui paroit être le résidu des montagnes de granit, ou enfin salineuses. La sterilité n'est donc pas le caractère distinctif des steppes en général. Encore ce n'est pas toujours l'immensité des plaines, car il y a des steppes où les prolongations des chaines de montagnes voisines s'étendent fort au loin. Le caractère distinctif de ce plateau est le manque d'eau et surtout de bois.

Comme nous ne parlons que de la nature du sol actuellement en culture, nous ne parlerons point de ces contrées qui sont à la verité très fertiles, mais où la cul-

ture est toujours fort petite, comme dans les riches plaines au pied du Caucase, sur l'île de Tmoutarakan et dans la partie montagneuse de la Tauride; nous observerons seulement en général que partout où ce terrain est suffisament arrosé il est très fertile. Ces terres se trouvent ordinairement au pied des montagnes et dans les vallées heureuses qui les traversent. Il est vraisemblable que l'agriculture a été autrefois plus grande en Caucasie, à Astrachan et surtout en Tauride, mais actuellement ces pays sont habités par des peuples qui aiment encore trop la vie pastorale pour s'occuper principalement de l'agriculture.

Le froment d'automne et d'été sont cultivés sur le Terek, à Astrachan et en Tauride, surtout le dernier; les bonnes recoltes donnent le 30^me^, le seigle d'été et d'automne partout en Tauride, peu dans les autres Gouvernemens. L'orge est généralement cultivée et remplace en grande partie l'avoine. Le lin et le chanvre se trouvent sauvages sur ce plateau et pourtant leur culture est petite.

C'est le pays des arbres fruitiers, le jardin de la Russie, mais nous nous bornons ici à l'état actuel de l'agriculture et nous n'en parlerons point, comme aussi pas des differentes cultures possibles mais jusqu'àprésent peu considerables.

III. Des sémailles et des recoltes.

Sur cette étendue de 63,146,861 dessetines carrées de terres labourées on a semé des quatre espéces de bleds d'aprés les Compte-rendus du Ministre de l'intérieur

	en 1802	19,387,271	tschetwerts de sémailles
d'automne	— 1803	20,540,552	— —
	— 1804	20,586,957	— —
		60,514,780	tschetwerts.

Les sémailles des petits bleds étoient

en 1802	27,252,442	tschetwerts
— 1803	27,854,838	—
— 1804	28,232,709	—
	83,339,989	tschetwerts.

Somme totale des sémailles en trois ans 143,854,769 tschetwerts.

Les recoltes ont été pour les gros grains

en 1802	74,653,681	tschetwerts
— 1803	77,237,482	—
— 1804	87,358,975	—
	239,250,138	tschetwerts ou presque

le quatrieme grain.

Les recoltes des petits bleds ont été

en	1802	81,116,474	tschetwerts
—	1803	88,927,421	—
—	1804	98,265,063	—
		268,308,958	

268,308,958 tschetwerts, environ le troisième grain et demi.

Somme totale des recoltes: 507,559,096 tschetwerts, d'après quoi la fertilité moïenne seroit environ du $3\frac{1}{2}$.

On a semé plus de petits bleds que de sémailles d'automne, savoir 22,825,209 tschetwerts, ou environ un sixième de la somme générale des sémailles, et on n'a recueilli que 29,058,138 de plus que les recoltes des gros grains ont donné.

Il nous paroit que ces données, toutes précieuses qu'elles sont, car ce sont les premières qui aïent été publiées en Russie, n'ont pas encore atteint le degré de perfection dont elles sont susceptibles. Nous observons d'abord que l'agriculture est peu considerable au nord et au sud de la Russie et que la fertilité moïenne de tous les autres Gouvernemens est pour le seigle d'automne du 4me au 8me grain et plus, pour le seigle d'été du 2me au 10me; l'orge donne du 3me jusqu'au 10me et plus, l'avoine du 3me au 7me grain, le froment d'automne du 3me au 8me et plus,

le froment d'été un peu moins. Donc on pourra attendre sans balancer le cinquième grain dans la somme générale des recoltes. Ensuite le surplus des recoltes augmente avec trop de rapidité. Après avoir decompté de la recolte générale les sémailles pour l'année suivante et ce qu'on a jugé nécessaire pour la consommation, il est resté un surplus, qui étoit

en 1802 de 43,007,122 tschetwerts,
— 1803 — 48,378,474 —
— 1804 — 64,647,004 —

L'augmentation est en 1803 de 5,371,352 tschetwerts, ce qui paroit bien assez pour une année abondante, mais le surplus de 1804 est trois fois plus grand, savoir de 16,268,530 tschetwerts et la différence de l'année 1802 à l'année 1804 est de 21,639,782 tschetwerts. Les sémailles au contraire n'ont gagné en comparaison des recoltes, que 2,177,953 tschetwerts, dont 1,198,686 de sémailles d'automne et 979,267 de sémailles de mars. Deux millions de sémailles de plus auroient parconsequent rendu 21 millions et demi, plus que le dixième grain, tandis que le tableau général accorde à peine à la Russie une fertilité moienne du quatrième grain.

Enfin le surplus des sémailles des petits bleds étoit de 22 millions et la recolte n'en auroit rendu que 29 millions.

Il n'y a pas d'exemple d'une stérilité aussi générale dans toute la Russie.

Nous n'expliquerons pas ces résultats contradictoires par des années heureuses ou par des recoltes manquées, par l'inégalité des trois champs, par les progrès ou par la décadence de l'agriculture, mais plutôt par une expérience faite en Hongrie [1]), en Angleterre [2]), en Prusse [3]) et je crois par tout ailleurs, savoir: que tout denombrement fait par le Gouvernement est pendant les premières années fort au dessous de la réalité. Partout les officiers subalternes qui doivent exécuter les ordres du Gouvernement et les capitalistes [4]) auxquels on demande des renseignemens sur l'état de leurs capitaux, conviennent tacitement d'abrèger un travail qui paroit inutile aux uns et dangereux aux autres. Cette verité se trouve aussi énoncée dans une note au tableau sur la recolte de Tobolsk en 1803 [5]) où il est dit „Il est difficile de savoir des

---

[1]) Schwartner Statistique de la Hongrie p. 70.

[2]) Arthur Young Arithmetique politique. Liv. I. Chap. 7.

[3]) L. Krug sur la richesse nationale de la Prusse T. I. pag. 14. seq. cf. Gazette lit. de Halle 1805. Nr. 265 — 267.

[4]) Par capitaliste j'entends un possesseur de choses accumulées; ainsi le propriétaire de terres, le fermier, le manufacturier, le marchand sont en ce sens des capitalistes.

[5]) J'ai eu le bonheur d'avoir pû me servir des rapports faits au Ministère de l'Intérieur par les Gouverneurs.

*

habitans la veritable quantité de leur provision en bled, comme il est évident par leur déposition pour l'an 1795. Selon eux la recolte avoit été mauvaise et pourtant ils n'ont pas eu besoin de recourir aux secours du Gouvernement ni dans cette année ni en d'autres pour suppléer aux besoins ordinaires pour la consommation des habitans, pour les brasseries d'eau-de-vie, ou pour l'entretien du militaire. Au contraire ils ont fait sortir du bled pour Perme, Orenbourg et Irkoutzk. "

C'est l'esprit du capitaliste de cacher l'état veritable de son capital productif et de son produit net, il en augmente la somme aux yeux du public pour avoir plus de credit, il tache de la diminuer pour le Gouvernement puisqu'il craint les impôts. Ce mysticisme augmente à mesure que son profit depend de circonstances imprévues. Le degré de confiance que meritent ses declarations dépend de la grandeur des risques qu'il court. Le fermier est encore le plus veridique, l'entrepreneur de manufactures l'est deja moins, et tout ce que le marchand nous dit de son capital et de son profit doit être soumis à la critique la plus sevére. Ce n'est donc que sur les données où le capitaliste croit risquer le moins par ses déclarations qu'on est autorisé de fonder des calculs vraisemblables qui donneront ordinairement des résultats bien différens.

Les sémailles sont la donnée la plus véridique, l'intérêt s'y méle le moins, il n'y a que l'insouciance ou le prejugé assez commun parmi les paysans que le bled non mesuré vient mieux que le bled mesuré qui pourroit nuire à l'exactitude de cette donnée. Mais le plus grand nombre de terres appartient à des propriétaires plus instruits, qui connoissent très bien la quantité de leurs sémailles et qui ont mêmequelque interêt à les marquer aussi grandes que possible pour donner plus de prix à la terre en cas de vente. L'un portant l'autre les données sur les sémailles sont les plus véridiques et c'est pour cela qu'elles ont peu gagné par les dénombremens repetés pendant trois ans.

Si le Gouvernement fait repéter ces dénombremens pendant une suite d'années, s'il met du prix à l'exactitude des rapports, s'il n'en resulte aucune innovation pour les redévances des propriétaires des terres : alors les commissaires tacheront de rendre leurs rapports plus exacts, les propriétaires s'accoutumeront peu à peu à indiquer des sommes qui approchent plus de la verité et l'effet en sera que dans le tableau général sur les sémailles et les recoltes, ces dernières doubleront sans que l'on en puisse conclure aux progrés de l'agriculture. Le surplus montera en Russie à cent millions, surplus qui doit réel-

lement exister actuellement si les terres d'aprés les semailles indiquées rendent le cinquième grain.

La fertilité des terres en Russie est telle qu'il n'y a que quelques Gouvernemens au nord et au sud où les recoltes ordinaires ne suffisent pas. Ces Gouvernemens sont :

Archangel où il manquoit en 1803:	170,000	tschetw.
Vologda - - - - -	60,000	—
Olonetz - - - - -	26,000	—
Perme - - - - -	575,000	—
la Finlande - - - -	140,000	—
Irkoutzk - - - - -	215,000	—
Cherson - - - - -	265,000	—
la Tauride - - - -	320,000	—
les Cosaques de la mer noire -	12,000	—
Astrachan - - - - -	80,000	—
	1,806,000	tschetw.

Le déficit dans ces Gouvernemens différe encore beaucoup selon les recoltes. En 1802 il étoit de 4,369,891 tschetwerts et en 1804 seulement de 817,514.

Tous les autres Gouvernemens, exepté Jaroslaw qui achête aussi une partie de ses provisions sur la Volga, mais qui avoit en 1804 du bled de reste, ont ordinairement

un surplus qui selon la donnée sur les récoltes en 1804; que je crois être le minimum, passoit 65 millions de tschetwerts.

Le plus grand surplus se trouvoit dans les Gouvernemens suivans:

à Tambow il étoit de	6,626,214	tschetwerts
- Pultawa - -	4,654,350	—
- Orel - -	3,878,667	—
- Saratow - -	3,853,081	—
- Slobod-Oukrainskoi -	3,360,112	—
- Woronesch -	3,429,187	—
- Koursk - -	3,282,139	—
- Toula - -	3,067,384	—

Si l'on avoit des rapports détaillés sur les différentes espéces de bled cultivées dans chaque Gouvernement on pourroit en tirer des résultats sur l'état de la culture de chaque espèce. Ces données existent, car plusieurs Gouverneurs les ont donné, mais comme le plus grand nombre n'a marqué que les sémailles d'automne et de mars en général, on ne sauroit faire un tableau aussi intéressant qu'instructif comme Mr. Krug l'a fait pour la Prusse [1]).

Voici pourtant quelques données:

---

[1]) l. c. T. I. p. 54. seq.

Latitude Nord.	Gouvernemens.	Recolte moïenne.			
		seigle.	froment.	Orge.	avoine.
		tschetwerts.	tschetwerts.	tschetw.	tschetwerts.
	Olonetz	83,182	—	30,823	135,927
				recolte des sém. de mars.	
60	la Finlande,	138,385	—	197,433	
	l'Esthlande,	372,382	55,340	335,432	168,754
	Plescou,	1,445,612	121,695 - 3304	345,755	1,738,810
55			sém. d'aut. sém. d. m		
	Vilna,	3,064,860	84,127 - 42,286	486,474	886,938
	Grodno,	1,790,080	35,062 - 22,302	368,873	670,961
	Kiew,	2,009,281	474,091	440,825	860,589
50	la Volhynie,	1,117,199	253,018	246,238	572,923
	Catherinoslaw,	710,871 - 40,598	708,443	278,730	255,445
45		sém. d aut. sém. d. m.			

III. Du rapport des terres labourées au nombre des paysans.

Le nombre des paysans marqués par la cinquième révision de 1795, qui a été la dernière, est de 15,718,083.

Les dénombremens annuels faits par les Gouverneurs et calculées au Ministère de l'intérieur marquoient

en	1800	15,707,781	paysans.
-	1801	15,747,379	—
-	1802	15,895,609	—

en 1803	15,824,287	paysans.
- 1804	15,806,778	—

Il est dit dans une remarque à ce calcul que le nombre des révisionaires devroit être invariable, mais que les migrations fréquentes des paysans paroissent être la cause des différences dans les sommes indiquées.

J'ai pû comparer à ces données un autre tableau du Ministère des Finances qui donne:

aux particuliers - -	9,202,635	paysans.
à la Couronne - -	4,474,185	—
à la Cour et aux appanages	508,791	—
Odnoworzi [1]) et Cosaques -	1,466,058	—
Gens appartenans aux Odnodworzi, Tepteri, Bobilei [2]) -	71,561	—
Paysans assignés aux fabriques	389,554	—
	16,112,784	paysans.

Prenons le nombre rond de seize millions de paysans et de 48 millions de tschetwerts de sémailles d'automne et de mars, ou celui de 60 millions de dessetines de terres labourables, et voions combien de laboureurs doivent

[1]) Odnodworzi: Métayers.

[2]) Tepteri: peuple melé de race finoise et tatare, Bobilei: paysans sans terre.

avoir été necessairement occupés à la culture de ces terres.

Les champs situés au nord de la Russie exigent plus de travail que ceux du milieu et du sud, excepté les steppes qui donnent ordinairement beaucoup d'ouvrage. J'ai donc taché de recueillir, autant qu'il m'a été possible les sentimens de plusieurs proprietaires de terres qui s'occupent eux mêmes de l'agriculture pour savoir à peu près combien il faudroit de bras pour un tschetwert de sémailles, ou pour une dessetine de terre, depuis le commencement des travaux du laboureur jusqu'à la fin? Je n'ai pû avoir des renseignemens que sur le nord et sur le milieu de la Russie européenne.

Un propriétaire du Gouvernement de St. Petersbourg disoit que sur ses terres 12 dessetines démandoient 5 hommes et 7 femmes. En supposant 60 millions de dessetines, donc deux tiers ou 40 millions en culture, il faudroit 16 millions et environ un tiers pour cette étendue de terrain. Il paroit par là que les terres situées au nord de la Russie demandent beaucoup d'ouvriers. Un proprietaire de la Courlande comptoit qu'un homme et une femme suffiroient aux travaux qu'exigent quatre tschetwerts de sémailles, s'ils sont très laborieux. Dans ce cas il faudroit 12 millions de paysans pour 48 millions

de tschetwert de sémailles. Selon lui la dessetine demandoit 36 jours de travail pendant l'année. Enfin un proprietaire de Toula disoit qu'il falloit 37 journées pour la dessetine en supposant que la terre ne donna pas plus que le cinquième. Il resulte de ces données que les 48 millions de sémailles ont occupé vraisemblablement douze millions de paysans, en comptant plus d'ouvriers pour les terres du nord et moins pour les terres du sud.

Mais il n'y a que 16 millions de paysans en tout, parmi lesquels il y aura à peine neuf millions de travailleurs. Donc si tous auroient été occupés à l'agriculture, ce qui n'est pas, ils auroient fait un grand travail.

Il est vrai que l'habitude de cultiver les champs par commune, qui est reçue en Russie, d'ailleurs contraire à l'amélioration des terres, facilite pourtant un plus grand travail pour l'étendue, il est vrai encore que les vieillards, les femmes et les jeunes garçons sont d'un grand secours, mais toujours il faudra avouer que les paysans russes doivent être très laborieux pour avoir suffi aux travaux qu'exigent 48 millions de sémailles et que les plaintes sur le grand nombre de bras qui sont enlevés à l'agriculture par des occupations étrangéres ne doivent pas être bien fondées.

Il résulteroit de là que le rapport des terres labourées au nombre des paysans est très heureux, puisque les paysans doivent avoir suffisamment de terres labourables; mais l'experience prouve le contraire.

Les Sénateurs qui avoient visité les Gouvernemens de Kasan et de Waetka firent le 27 Mai 1800 le rapport suivant au Sénat: „le manque de terres labourables à Kasan force beaucoup de villages à vivre des bois. Quand on leur ôta la liberté de couper les bois de la Couronne, ils devinrent si pauvres qu'ils furent obligés de vendre le bled destiné aux sémailles, et jusqu'à leur bétail. A Waetka les paysans manquent également de terres labourables."

Le manque de terres labourables devenoit si sensible en nombre de Gouvernemens qu'on étoit obligé assigner aux paysans des terres de l'enceinte des bois. L'organisation des commissions foréstières pour Petersbourg, Olonetz et Kasan le 18 Août 1803, et pour Novgorod, Kostromà, Nigegorod, Waetka, Wologda et Archangel le 8 de Mai 1804, étoit une des premières mésures du Gouvernement sous le régne actuel. Ces commissions doivent prendre sur les bois autant de terrain labourable qu'il est possible sans ruiner les forêts, pour le distribuer parmi les paysans qui manquent de terres labourables. Et jusqu'en

1806 ils avoient deja distribué 188,611 dessetines de ces terres parmi 42,350 paysans.

A Kostroma le paysan n'a pas même 6 dessetines, tandis que la loi lui assure 15, et il n'y a plus de terrain à distribuer. On a même voulu faire émigrer ceux qui en manquoient pour les Gouvernemens du midi où il y a encore des terres labourables incultes, mais ils préferoient plutôt un autre genre d'industrie et il n'y eut que 1096 qui émigrerent.

Ces migrations du nord et du milieu de la Russie vers les Gouvernemens du midi sont si frequentes que plusieurs de ces derniers Gouvernemens paroissent deja suffisament peuplés. Le Gouverneur de Saratow rapporta en 1804 qu'il faudroit encore 256,000 dessetines pour donner aux paysans qui se trouvoient deja dans ce Gouvernement la portion légale de 15 dessetines et qu'il n'y avoit que 255,492 dessetines à distribuer au coté droit de la Volga. En plusieurs cercles, comme dans celui de Kousnezk, de Chwalinsk et de Volgsk, qui sont des plus fertiles, il n'y avoit plus moïen de donner 15 dessetines au paysan et une Oukase du 12 Juillet 1800 ordonna de faire émigrer ceux qui manquoient de terres pour les autres Gouvernemens.

La Tauride même a peu de terres à la Couronne de reste. Il y a bien encore assez de terres labourables incultes dans ce Gouvernement, mais elles ont été données à des particuliers à condition d'y établir des paysans. Ces terres auront bientôt un prix considerable, car la Couronne elle même a du acheter de ces terres pour établir ses colons.

Et ces migrctions du nord et du centre vers le midi de la Russie continuent toujours. En 1804 et en 1805 arriverent à Saratow 1386 paysans russes de Tambow, Moscou, Toula, Resan, Simbirsk, Kalouga et Woronesch. En 1804 arriverent en Tauride 1325 paysans russes de Slobod-Oukrainskoi, Pultawa, Cherson et Catherinoslaw et en 1805 : 2379. Ces migrations sont ou involontaires ou volontaires. Les premières sont celles où le propriétaire de terres dans un Gouvernement de l'intérieur fait passer un certain nombre de ses paysans sur des terres propres au labourage, qu'il possede dans un Gouvernement du Sud. Mais comme on a remarqué que le changement du climat, et l'abondance des fruits, joints au travail sur une nouvelle terre et aux exhalaisons des novales dans les Steppes, qu'on dit pernicieuses, font mourir nombre de ces colons, ces transplantations deviennent plus rares et on doit les faire avec précaution. Les migrations vo-

lontaires sont les plus frequentes, elles se font par les paysans de la Couronne, gens presque libres et qui n'y gagnent rien pour leur existence politique. Ce ne sont presque jamais les paysans les plus laborieux, mais toujours des pauvres, ou par accident, ou par leur faute, qui cherchent à faire fortune. Le Gouvernement permet ces migrations des contrées où il est impossible de leur assigner la proportion légale de terres, et on a pris dans ces derniers tems des précautions pour les faire arriver heureusement.

D'où vient ce manque de terres labourables sur une étendue de terrain où il y en devroit avoir assez? Il provient de causes fort naturelles, d'une population très inégalement distribuée et de la situation des villages prise d'après des circonstances locales.

Une si grande étendue de terrain comme la Russie européenne ne saurait être également peuplée, mais on peut dire en général que la meilleure partie de la Russie est très bien peuplée et beaucoup mieux qu'on ne le croit en jugeant simplement d'après la Carte. Nous nous reservons de traiter cette matière dans un autre mémoire sur la population de la Russie.

Quant à l'emplacement des villages il est tout naturel qu'on a dû abandonner pendant très long tems le soin

de le choisir aux proprietaires des terres et aux colons russes. Ils ont nécessairement choisi les meilleures terres aux bords des fleuves navigables. Ensuite les forêts de bois de chêne où se trouvent les meilleures terres; ils se sont établis au milieu de ces bois dans un tems où il n'avoit aucun prix et les bois tombèrent sous la hache du laboureur. Mais quand l'emplacement sur les rivières étoit pris, quand les bois eurent un prix considerable par les progrès de l'industrie et qu'on en defendit la destruction totale, quand la population augmenta, alors un manque de terres labourables se fit sentir qui n'est qu'apparent en considerant l'étendue de la surface, mais qui est très réel vu l'emplacement actuel des villages en nombre de Gouvernemens.

On peut donc assurer que la grande moitié des paysans russes sont loin d'avoir 15 dessetines de terres labourables; en plusieurs Gouvernemens il n'y a plus moïen de la leur donner et il y a sans contredit beaucoup de paysans qui ont une très petite étendue de terres.

Mais cette disproportion n'est pas un malheur, car la proportion de 15 dessetines est plus qu'il ne faut pour le paysan le plus laborieux, les plaintes sur le peu d'étendue des terres labourables sont générales et presque toujours injustes. Il y a bien d'autres causes qui font que

les recoltes ne suffisent pas, on manque de moïens pour améliorer les terres qu'on a, et on veut toujours gagner en étendue. Enfin les paysans qui manquent réellement de terres labourables sont devenus très nécessaires pour les autres branches de l'industrie nationale.

La proportion des terres que l'Impératrice Catherine II. fixa en 1766 pour chaque individu mâle consigné dans la révision est de 8 dessetines pour les terres labourables, les prairies, les bois, le jardin, la cour et la maison. On comptoit quatre individus mâles par maison, ce qui fait 32 dessetines. Mais où le terrain le permet on doit ajouter sept dessetines par tête pour le cas possible de l'agrandissement de la famille, ce qui fait 60 dessetines par cabane et 15 par tête [1]).

Les Oukases postérieures [2]) confirment non seulement cette proportion, mais elles ajoutent encore la distribution des terres, savoir: 6 dessetines de terres labourables, 1 dessetine de praïrie, un cinquième pour le jardin et la cour et $7\frac{4}{5}$ de bois.

Mais cette proportion légale donne beaucoup plus de terres au paysan qu'il n'est en état de cultiver, quatre

---

[1]) Instruction pour les Chancelleries du Departement des Arpentages. Ch. XIII. 5. XIX. 2 XXIV. 1. XXXII. 9.

[2]) Oukase du 3. d'Août 1783 et du 11. Novembre 1791.

dessetines de terres labourables paroissent pleinement suffire à une famille. La grande Impératrice considerant les progrès de la population et de la culture a voulu assurer le sort du paysan par la loi, lui donner autant de terrain qu'il étoit possible et favoriser la culture particulière, enfin elle a voulu augmenter le nombre des habitans aisés par leur richesse foncière.

Tab. I.

des paysans, et sur celle des terres

	Prairies.	Jardins, cours et batisses.	Terres incultes.
	D'après.	l'Arpentage	général.
rr.	Desset. carrées.	Dess. carrées.	Dessetines carr.
int	53,658	3,632	2,049,043 [1])
8	67,396	—	195,916
	—	—	—
	—	—	—
	—	—	—
	—	—	—
	[1]) 274,583 [2]) 150,916		[1]) Données reçues après l'impression de ce Mémoire, comme aussi sur Resan.

Tableau général

sur l'étendue de la surface, des terres labourées, des bois, prairies, jardins, cours et batisses des paysans, et sur celle des terres incultes de la Russie européenne en 1807.

Latitude Nord.	Gouvernemens.	Étendue de la surface. D'après l'arpentage général. Dessetines carrées.	Étendue de la surface. D'après Mr. l'Acad. Schubert. Dessetines carr.	Terres labourées. D'après l'arpentage général. Dessetines carrées.	Terres labourées. D'après les sém. d'automne. Desset. carrées.	Bois de la Couronne. Dessetines carrées.	Bois des particuliers. Dessetines carr.	Prairies. D'après Desset. carrées.	Jardins, cours et batisses. l'Arpentage Dess. carrées.	Terres incultes. général. Dessetines carr.
	1. Archangel.	—	61,102,194	170 277	36,458[1])	18,747,773[1])	Il n'y en a point	53,658	3,632	2,049,043[1])
	2. La Finlande.	3,162,439[1])	3,989,008	25,300[1])	99,024	833,110	647,018	67,396	—	195,910
	3. St. Petersbourg.	3,898.686[2])	4,332,518	543,548	371,059	422,759	2,336,992	165,194	21,585	417,608
	4. Olonetz.	15,851,021	17,829,258	—	148 944	8,956,791	985,998	—	—	—
60	5. Wologda.	35,327,342	42,908,245	—	459,565	29,349,455	3,563,028	—	—	—
	6. l'Esthonie.	1,6[illegible]3 437	1,554,473	312,500	222,879	6,773	514,060	408,750	—	260 417 avec les marais
	7. Novgorod.	10.392,554	13,160,522	(2,212,763)[2])	662,027	2,73[illegible],737	4,694,293	—	—	1,123,052 avec les marais
	8. Waetka.	—	11,325,122	—	1,537,775	11,533,546	—	—	—	—
	9. Perme.	25,381,034	30,394,193	1,643,217	945,161	17,149,684	2.919,869	634,195	60,995	2,973,074
	10. La Livonie.	—	4,800,362	1,041,060	398,059	231,623	1,028,271	833,333	—	—
	11. Plescou.	4,002,459	5,335,946	—	1,542,879	137,519	2,088,904	—	—	—
	12. Witebsk.	2,770,307[3])	4,055,923	1,239,242	1,120,909	121,604	1,104,031	77,523	29,382	198,525
	13. Twer.	5,401,335	5,795,276	—	1,858,894	276,861	3,129,342			—
	14. Jaroslaw.	3,053,224[4])	3,328,408	1,047,568	1,097 952	196,185	1,449,756	206,151	34,295	119,266
	15. Moscou.	2,727,820[5])	2,421,564	1,022,245[3])	1,576,114	318,859	910,750	260 421[1])	48,664	166,881
	16. Kostroma.	7,359,508[6])	9,233,226	1,514,957	1,175,060	2,027,521	3 299 575	307,017	38,235	172,202
	17. Wladimir.	4,038,275	4,491,054	—	677,240	677,237	1,435,298	—	—	—
	18. Nigegorod.	5,075,807[7])	4,907,[illegible]01	1,867,826	1,849,796	1,198,053	1,490,406	271,678	60,354	187,491
55	19. Kasan.	4,852,646	5,353,156	—	1,973,527	2,669,618	—			
	20. La Courlande.	1,695,104	—	—	375,376	371,096	—	—	—	—
	21. Wilna.	—	(9,858 854)	—	2,228,454	60,126	—	—	—	—
	22. Grodno.	—		—	1,666,673	43,356	—	—	—	—
	23. Minsk.	—	8,837,762	—	1,694,143	456,637	—	—	—	—
	24. La Volhynie.	—	5,703,804	—	1,472,426	44,856	—	—	—	—
	25. Smolensk.	4,870,928[8])	5,148,470	1,844,667	2,160,758	92,975	2,418,345	233,055	64,105	217,781
	26. Mohilew.	3,440,738[9])	4,429,753	1,441,072	1,971,461	51,588	1,621,553	145,342	55,594	125,588
	27. Tschernigow.	—	2,359,503	—	2,191,228	207,138	—	—	—	—
	28. Kiew.	—	2,985,733	—	1,345,613	178,597	—	—	—	—
	29. Kalouga.	2,787,612[10])	2,017,115	1,224 668[4])	1,064,337	215,293	1,050,606	149,189[2])	63,141	84,605
	30. Orel.	4,040,544	3,854,717	—	2,493,533	444,989	137,890	—	—	—
	31. Koursk.	3.469 377	2,537,219	—	2,175,150	81,950		—	—	—
	32. Resan.	3,656,765	3,129,874	1,689,969	1 807,132	427,098	985,098	288,069	55,991	240,540
	33. Toula.	2,719,780	2,546,009	—	2 070,467	65,665	—	—	—	—
	34. Woronesch.	6,824 252	7,324,428	—	1,623 377	446,389	168,473	—	—	—
	35. Tambow.	5,896,066	5,476,262	—	2 672 939	625,573		—	—	—
	36. Pensa.	3,492,531	3,965,567	1,158,750	2,102,583	743 683	623,671	908,750	—	—
	37. Simbirsk.	—	7,155,756	—	1,727,519	1,314,829	—	—	—	—
	38. Saratow.	—	21,910, 45	—	2,048,661	418,541	—	—	—	—
50	39. Orenbourg.	—	25,716,807	—	1,566,522	5,157,168	6,333 464		—	—
	40. La Podolie.	—	6,680 305	—	1,335,639	95,8[illegible]7	—	—	—	—
	41. Slobod-Oukrainskoi.	2,996,098[11])	3,032,130	1,674,988[5])	1,126,278	236 [illegible]	6,069, 99	—	—	143,493
	42. Pultawa.	—	3,014 487	—	2,276,191	13,253	—	—	—	—
	43. Catherinoslaw.				435,212	28,195			—	—
	44. Cherson.	7.363.058	12,589,733	2,917,502	223,040	41,409	294,993	2,449,679	64,160	1,523,460
	45. La Tauride.	4,184,783	5,235,037		165,151	43,599			—	
	46. Astrachan.	—		—	24,894	23,377	—	—	—	—
	47. La Caucasie.	—	29,308.981	—	118,202	47,159	—	—	—	—
	Pays aux Cosaques du Don.	—	18.433,085	—	325,588	—	—	—	—	—
45	Aux Cosaques de la mer noire.	—	5,191.396	—	16,925	—	—	—	—	—
	Variantes	1) 3,700,000 2) 3,550,166 3) 3,593,650 4) 3,049,965 5) 2,935 720 6) 7,426,706 7) 4,467,464 8) 4,868,662 9) 3,778,886 10) 2,783,106 11) 2,951,914		1) Sur l'étendue mesurée de 1,8[illegible] 918 dess. carr. 25,300 étoient cultivées et 438,400 labourabl. 2) terres labourées, prairies, jardins et batisses des paysans. 3) 1,102,812 4) 1,259,976 5) [illegible]	1) Les semailles de mars sont plus considérables au nord et au sud de la Russie que les semailles d'automne.	1) Mesurés par le Departement des bois et forets. La chambre des finances marque 34,369,369 dessetines carr.		1) 274.583 2) 150,916		1) Données reçues après l'impression de ce Memoire, comme aussi sur Resan.

nparatiır les bois et forêts de la Russi

Tableau comparatif sur l'étendue de la Russie européenne. Tab. II.

Latitude nord.	Nombre des Gouvernemens.	Gouvernemens mesurés. d'après les arpenteurs et autres notices officielles. Dessetines.	Calcul de Mr. l'Académic. Schubert. Dessetines.	Comparaison. plus.	Comparaison. moins.	Gouv. non mesurés. d'apr. le calcul de Mr. l'Ac. Schubert. Dessetines.	Somme totale. Dessetines.
	4 Gouvernemens arpentés	58,239,488	69,059,029	10,819,541	—	—	—
60	1 Gouvernement non arpenté	—	—	—	—	61,102,194	119,341,682
	12 Gouvernemens arpentés	76,708,406	90,030,842	13,322,436	—	—	—
55	2 Gouvernemens non arpentés	—	—	—	—	16,125,484	92,833,890
	19 Gouvernemens arpentés.	41,169,499	40,429,712	—	739,787	—	—
	1 Gouvernement d'après Mr. le Général Oppermann	1,695,104	—	—	—	—	—
50	9 Gouvernemens non arpentés	—	—	—	—	87,528,304	130,392,967
	4 Gouvernemens arpentés.	14,543,944	20,856,900	6,312,956	—	—	—
45	4 Gouvernemens non arpentés.	—	—	—	—	39,609,771	54,153,715
Les Cosaques.		—	—	—	—	23,624,481	23,624,481
—	31 Gouvernemens actuellement connus 16 Gouvernemens calculés.	connus par l'arpentage 192,356,441 dessetines.				calculés 227,990,294 dessetines.	Somme totale 420,346,735 dessetines.

Tableau comparatif sur les terres labourées de la Russie européenne. Tab. III.

Gouvernemens.	Noms.	Sur une étend. de Dessetines.	Il y a des terres labourées. d'après l'arpentage. Dessetines.	Calcul hypothétique d'après les semailles d'automne. Dessetines.	Somme totale de l'étendue, Dessetines.	Somme totale des terres labourées. Dessetines.	Proportion des terr. labour.	à l'étend.
Les la... sur ... per... 36 ...	St. Pétersbourg, la Finlande et Archangel, Olonetz, Wologda,	7,061,125 61,102,194 51,184,363	568,848 179,?77 —	— — 608,509	— — 119,347,682	— — 1,347,634	1 1 1	12 353 8
arpentés	l'Esthonie, Perme, la Livonie,	31,834,833	2,997,363	—	—	—	1	10
	Witebsk, Jaroslaw, Moscou, Kostroma, Nigegorod,	20,686,666	6,691,838	—	—	—	1	3
	Novgorod,	10,392,554	1,000,000 environ	—	—	—	1	10
calculés	Waetka, Plescou, Twer, Wladimir, Kasan,	29,619,837	—	7,590,315	92,833,890	18,279,536	1	4
arpentés	Smolensk, Mohilew,	18,076,374	7,359,126	—	—	—	1	5
calculés	Kalouga, Resan Pensa, la Courlande Wilna et Grodno, Minsk, la Volhynie, Tschernigow, Kiew, Orel, Koursk, Toula, Woronesch, Tambow, Simbirsk, Saratow, Orenbourg,	112,115,089	—	27,352,111	130,393,463	34,711,237	1	4
arpentés	Slobod-Oukramskoi, Catherinoslaw, Cherson,	10,359,156	4,592,490	—	—	—	1	3
calculés	la Podolie, Poltawa, la Tauride, Astrachan, la Caucasie,	43,794,559	—	3,890,077	54,153,715	8,482,513	1	14
Districts calculés	les Cosaques,	23,624,481	—	342,513	23,624,481	342,567	1	70
Gouv. arpentés Gouv. calculés	—	—	connues par l'arpentage 23,379,962 Dessetines.	estimées par le calcul hypothétique 39,783,525 Dessetines.	étendue de la surface 420,353,231 Dessetines.	terres labourées. 63,163,487 Dessetines.	1	6¾

Tableau comparatif sur les bois et forêts de la Russie européenne. Tab. IV.

Latitude nord.	Nombre des G.	Noms des Gouvernemens où les bois sont. mesurés.	calculés.	Etendue des bois mesurés. Bois de la Couronne. Dessetines.	Bois des particuliers. Dessetines.	Somme Dessetines.	Etendue des bois calculés appartenans aux particuliers. Dessetines.	Sommes. des bois de la Cour. Dess.	Sommes. des b. aux particul. Dess.	Somme générale de tous les bois. Dessetines.	Proportions. des bois de la Cour. aux	bois des particuliers.	De l'étend. de tous les bois.	aux terres labourées.
	1	1. Archangel.	- -	18,747,773 [1]	[illegible]	18,747,773	- -							
	2	2. La Finlande.	- -	833,110	647,018	1,480,128 [2]	- -							
	3	3. St. Petersbourg.	- -	422,759	2,336,992	2,759,087	- -							
	4	4. Olonetz.	- -	8,926,791	985,998	9,912,789	- -							
60	5	5. Wologda.	- -	29,346,455	3,563,028	32,912,483	- -	58,309,888	mesures 7,533,036	65,842,924	8	1	54	1
	6	6. l'Esthonie.	- -	6,773	514,060	520,833	- -							
	7	7. Novgorod.	- -	2,730,737	4,694,293	7,425,030	- -							
	8	- -	1. Waetka.	11,533,546	- -	- -	22,673							
	9	8. Perme.	- -	17,149,684	2,919,869	20,069,553	- -							
	10	9. La Livonie.	- -	231,623	1,028,271	1,259,000	- -							
	11	10. Plescou.	- -	137,519	2,088,904	2,226,423	- -							
	12	11. Witebsk.	- -	121,604	1,104,031	1,225,635	- -							
	13	12. Twer.	- -	272,546	3,129,342	3,406,203	- -							
	14	13. Jaroslaw.	- -	194,845	1,449,756	1,645,941	- -							
	15	14. Moscou	- -	318,859	910,750	1,229,609	- -							
	16	15. Kostroma.	- -	2,027,521	3,299,575	5,327,096	- -							
	17	16. Wladimir.	- -	677,237	1,435,298	2,102,535	- -							
	18	17. Nigegorod.	- -	1,198,052	1,490,406	2,688,458	- -							
55	19	- -	2. Kasan.	2,669,618	- -	- -	667,380	39,276,819	total 24,754,708 calculés 690,053 mesures 24,064,655	64,031,527	1½	1	3½	1
	20	- -	3. La Courlande.	371,096	- -	- -	269,665							
	21	- -	4. Wilna.	60,126	- -	- -	inconnus [4]							
	22	- -	5. Grodno.	43,800	- -	- -								
	23	- -	6. Minsk.	486,027	- -	- -	10,219,377							
	24	- -	7. La Volhynie.	44,636	- -	- -	403,704							
	25	18. Smolensk.	- -	92,975	2,418,345	2,511,320	- -							
	26	19. Mohilew.	- -	51,263	1,621,553	1,073,142	- -							
	27	- -	8. Tschernigow.	207,124	- -	- -	(avec Pultawa 420,257)							
	28	- -	9. Kiew.	178,507	- -	- -	892,535							
	29	20. Kalouga.	- -	215,293	1,050,606	1,265,809	- -							
	30	21. Orel.	- -	414,069	137,690	582,879	- -							
	31	- -	10. Koursk.	61,010	- -	- -	80,548							
	32	22. Resan.	- -	427,098	985,098	1,412,196	- -							
	33	- -	11. Toula.	65,096	- -	- -	393,978							
	34	23. Woronesch.	- -	456,389	168,473	614,862	- -							
	35	- -	12. Tambow.	625,573	- -	- -	998,524							
	36	24. Pensa.	- -	748,683	623,671	1,372,354	- -							
	37	- -	13. Simbirsk.	1,314,829	- -	- -	1,256,619							
	38	- -	14. Saratow.	418,541	- -	- -	627,811							
50	39	25. Orenbourg.	- -	5,157,168	6,333,464	11,490,632	- -	10,989,288	total 29,902,118 calculés 16,563,018 mesures 13,339,100	40,891,406	1	2½	1½	1
	40	- -	15. La Podolie.	98,807	- -	- -	2,640,834							
	41	26. Slobod-Oukramskoi.	- -	236,000	6,069,899	6,306,099	- -							
	42	- -	16. Pultawa.	13,253	- -	(Tschernigow)	- -							
	43	27. Catherinoslaw.	- -	28,195			- -							
	44	28. Cherson.	- -	41,301	294,992	408,195	- -							
	45	29. La Tauride.	- -	43,599			- -							
	46	- -	17. Astrachan.	23,377	- -	- -	17,759							
45	47	- -	18. La Caucasie.	47,159	- -	- -		532,504	mesures calculés total [illegible]	9,582,988	1	17	1½	1
		29 Gouvernemens mesurés.	18 Gouvernemens calculés.	109,402,186 Bois de la Couronne, mesurés.	51,328,682 Bois aux particuliers mesurés.	—	19,911,664 Bois aux particuliers calculés.	—	—	180,642,532 Desset. étend. de tous les bois de la Russie.	—	—	—	—

Bois mesurés 160,730,708 Dessetines. Bois aux particuliers 71,240,346 Dessetines.

[1]) Ce sont les bois connus et mesurés jusqu'à présent par le Département des bois et forêts. La chambre des finances à Archangel marque 34,36?,3?9 Dessetines.

[2]) Données reçues ailleurs que du Département des bois et forêts.

[3]) Le nombre des paysans aux particuliers ne se trouvant pas dans mon tableau, je ne pouvois pas calculer les bois des particuliers.

[4]) Se trouvent réunis.

Ta[...]s, jardins et terres incultes

La[...] tu[...] no[...]	[...]rdins, [...]urs et [...]tisses.	Proportion.		terres incultes.	Proportion.	
		terres lab.	jardins.		terres lab.	terres inc.
	3,632	46 8/9	1	2,049,043	1	12
	- -	-	-	195,916	1	78
	1,585	26	1	417,608	1½	1
6[...]	- -	-	-	260,417	1½	1
	0,995	27	1	2,973,074	1	2
	- -	-	-	- -	-	-
	9,382	42	1	198,525	6	1
	4,295	31	1	119,266	8	1
	8,664	21	1	166,881	6	1
	8,235	39	1	172,202	9	1
	0,354	31	1	187,491	9	1
	4,105	29	1	217,781	8	1
	5,594	26	1	125,588	11	1
	3,141	20	1	84,605	13	1
	5,991	30⅓	1	240,540	7	1
	- -	-	-	- -	-	-
	4,160	45	1	1,523,460	2	1

Tableau comparatif sur l'étendue des terres labourées, des bois, des prairies, jardins et terres incultes de dix-neuf Gouvernemens.

Latitude nord.	Gouvernemens.	Etendue de la surface.	terres labourées.	Proportion.		Bois.	Proportion.		Prairies.	Proportion.		Jardins, cours et batisses.	Proportion.		terres incultes.	Proportion.	
				terres lab.	surface.		terres lab.	Bois.		terres lab.	Prairies.		terres lab.	jardins.		terres lab.	terres inc.
	1. Archangel.	- -	170,277	-	-	34,369,369	1	201½	53,658	3⅙	1	3,632	$46\frac{8}{9}$	1	2,049,043	1	12
	2. La Finlande.	3,162,439	25,300	1	125	1,480,128	1	58	67,396	1	2½	- -	-	-	195,916	1	78
60	3. St. Pétersbourg.	3,898,686	543,248	1	7½	2,759,751	1	5	165,194	3	1	21,585	26	1	417,608	1½	1
	4. l'Esthonie.	1,653,437	312,500	1	5½	520,833	1	1½	468,750	1	1½	- -	-	-	260,417	1½	1
	5. Perme.	25,381,034	1,643,217	1	15	18,094,845	1	12	634,195	2½	1	60,995	27	1	2,973,074	1	2
	6. La Livonie.	- -	1,041,666	-	-	1,259,894	1	1½	833,333	1½	1	- -	-	-	- -	-	-
	7. Witebsk.	2,770,307	1,239,242	1	2½	1,225,635	1	1	77,523	15	1	29,382	42	1	198,525	6	1
	8. Jaroslaw.	3,053,224	1,047,568	1	3	1,645,941	1	1½	206,151	5	1	34,295	31	1	119,266	8	1
	9. Moscou.	2,727,820	1,022,245	1	2½	1,229,609	1	1½	260,421	4	1	48,664	21	1	166,881	6	1
	10. Kostroma.	7,359,508	1,514,957	1	4½	5,327,096	1	3½	307,017	5	1	38,235	39	1	172,202	9	1
55	11. Nigegorod.	5,075,807	1,867,826	1	2⅓	2,688,458	1	1½	271,678	6½	1	60,354	31	1	187,491	9	1
	12. Smolensk.	4,870,928	1,844,667	1	2½	2,511,320	1	1½	233,055	7½	1	64,105	29	1	217,781	8	1
	13. Mohilew.	3,440,738	1,441,072	1	2½	1,673,141	1	1½	145,342	9	1	55,594	26	1	125,588	11	1
	14. Kalouga.	2,787,612	1,224,668	1	2½	1,265,899	1	1	149,189	8	1	63,141	20	1	84,605	13	1
	15. Resan.	3,686,765	1,689,969	1	2⅓	1,412,196	1⅛	1	288,069	$5\frac{3}{7}$	1	55,991	30⅙	1	240,540	7	1
50	16. Pensa.	3,492,531	1,158,750	1	3	1,372,354	1½	1	908,750	1½	1	- -	-	-	- -	-	-
45	17. Catherinoslaw. 18. Cherson. 19. Tauride.	11,547,846	2,917,502	1	4	408,195	7	1	2,449,679	1½	1	64,160	45	1	1,523,460	2	1

РОСПИСЬ

Родамъ растѣній, помѣщеннымъ въ первой и второй части критическаго разсмотрѣнія Линнеевой Системы.

Fig. 2.
C
x'
y
b
a
o
o
A
B
Y'
Y
X'
X

Fig. 4.
C
x
y
o
X
B

Fig. 6.
Y
N
X
C
A
D
R

Fig. 8.
Y
T
A
C
R

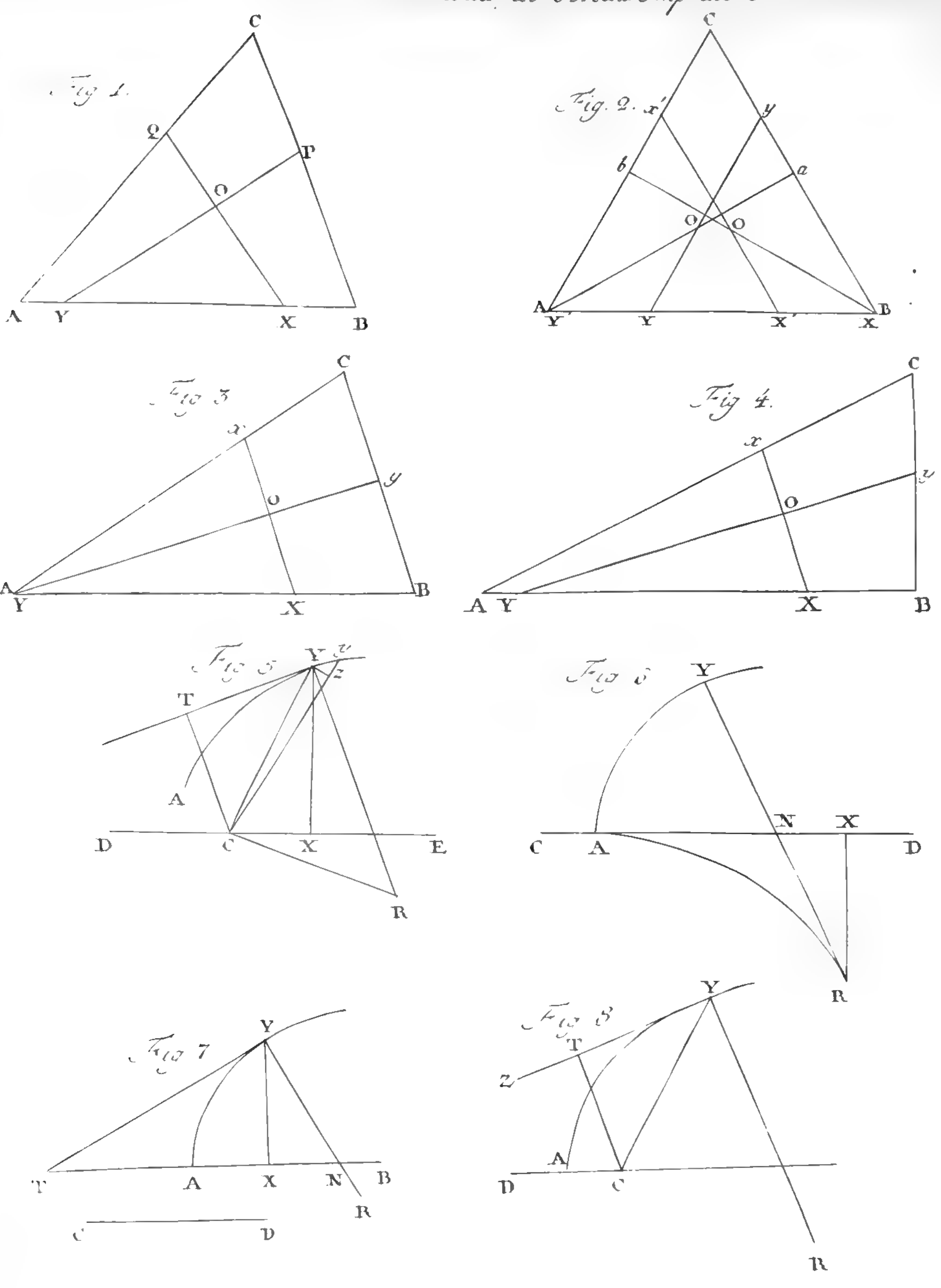


Fig. 1.
C
Q
P
O
A
Y
X
B
Fig. 2.
C
x'
y
b
a
O
O
A
B
Y'
Y
X'
X
Fig. 3
C
x
y
O
A
Y
X
B
Fig. 4.
C
x
y
O
A
Y
X
B
Fig. 5
Y
v
z
T
A
D
C
X
E
R
Fig. 6
Y
C
A
N
X
D
R
Fig. 7
Y
T
A
X
N
B
R
C
D
Fig. 8
Y
T
Z
A
D
C
R

Fig. 2.

C x y O A Y X B

Fig. 4.

X B

Fig. 6.

F Y H G A X C B

E A B C M R

Fig. 8.

C y x O A Y X B

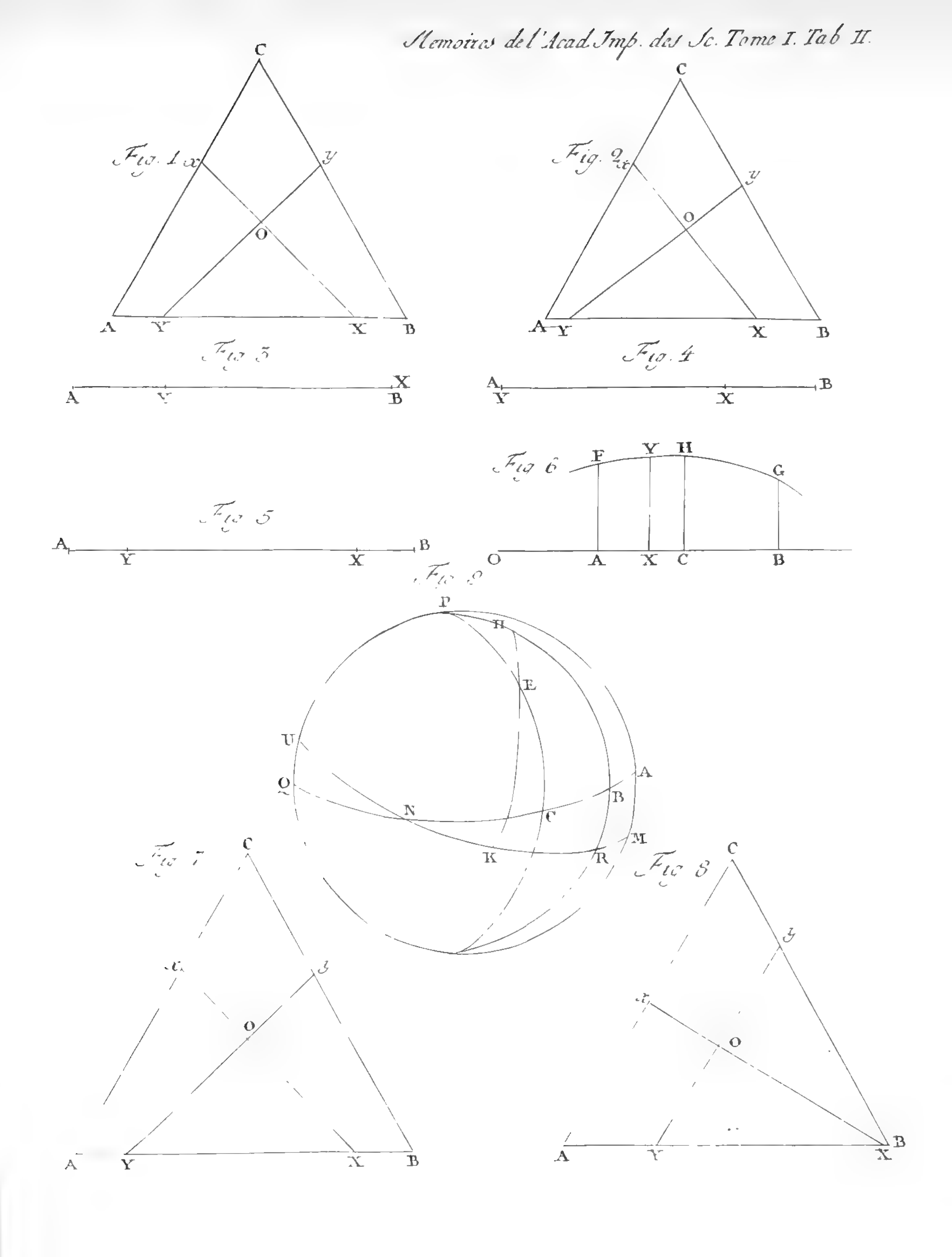

Memoires de l'Acad. Imp. des Sc. Tome I. Tab II.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9

Fig. 2.

Fig. 5.

Fig. 8.

Fig. 6.

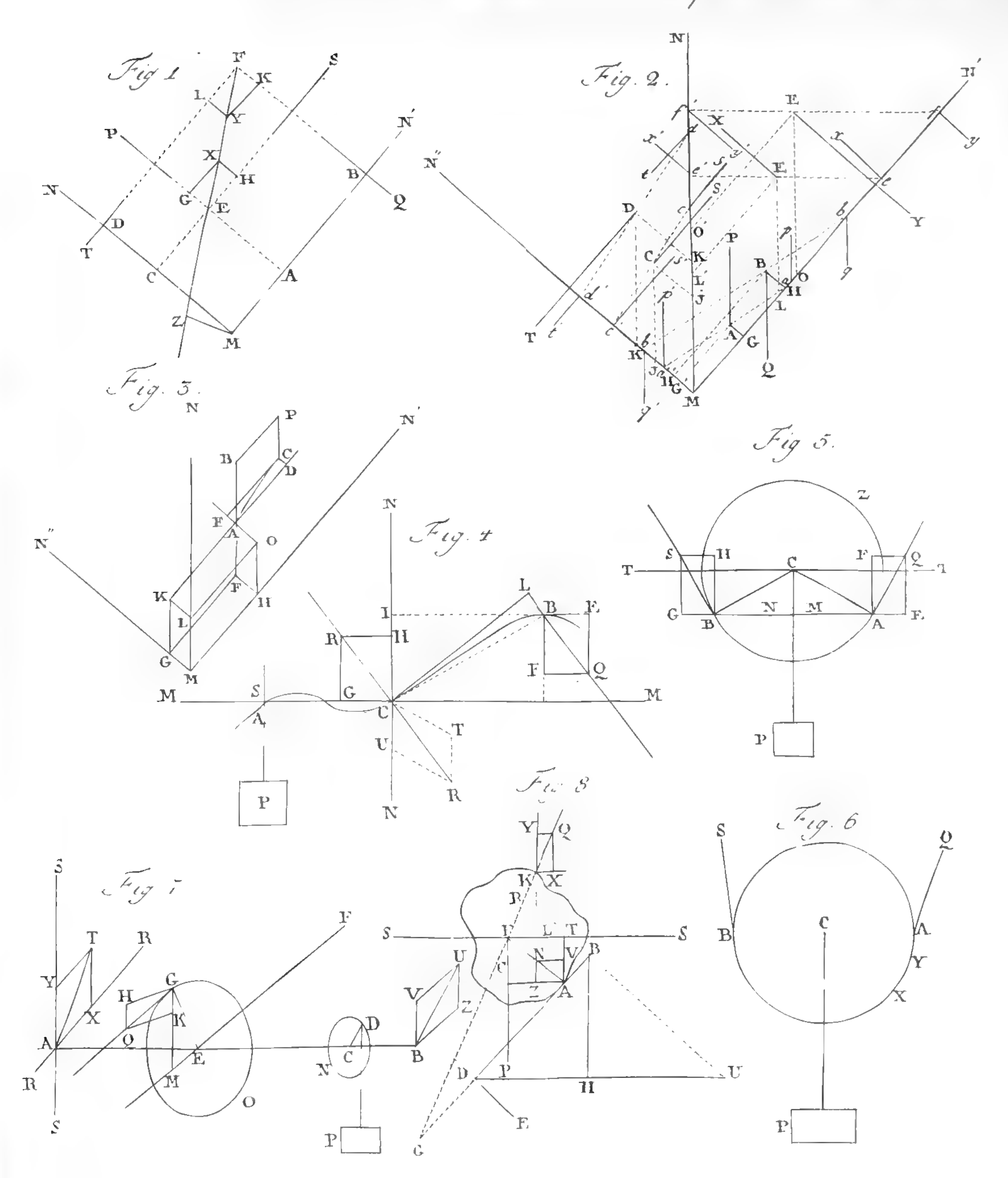
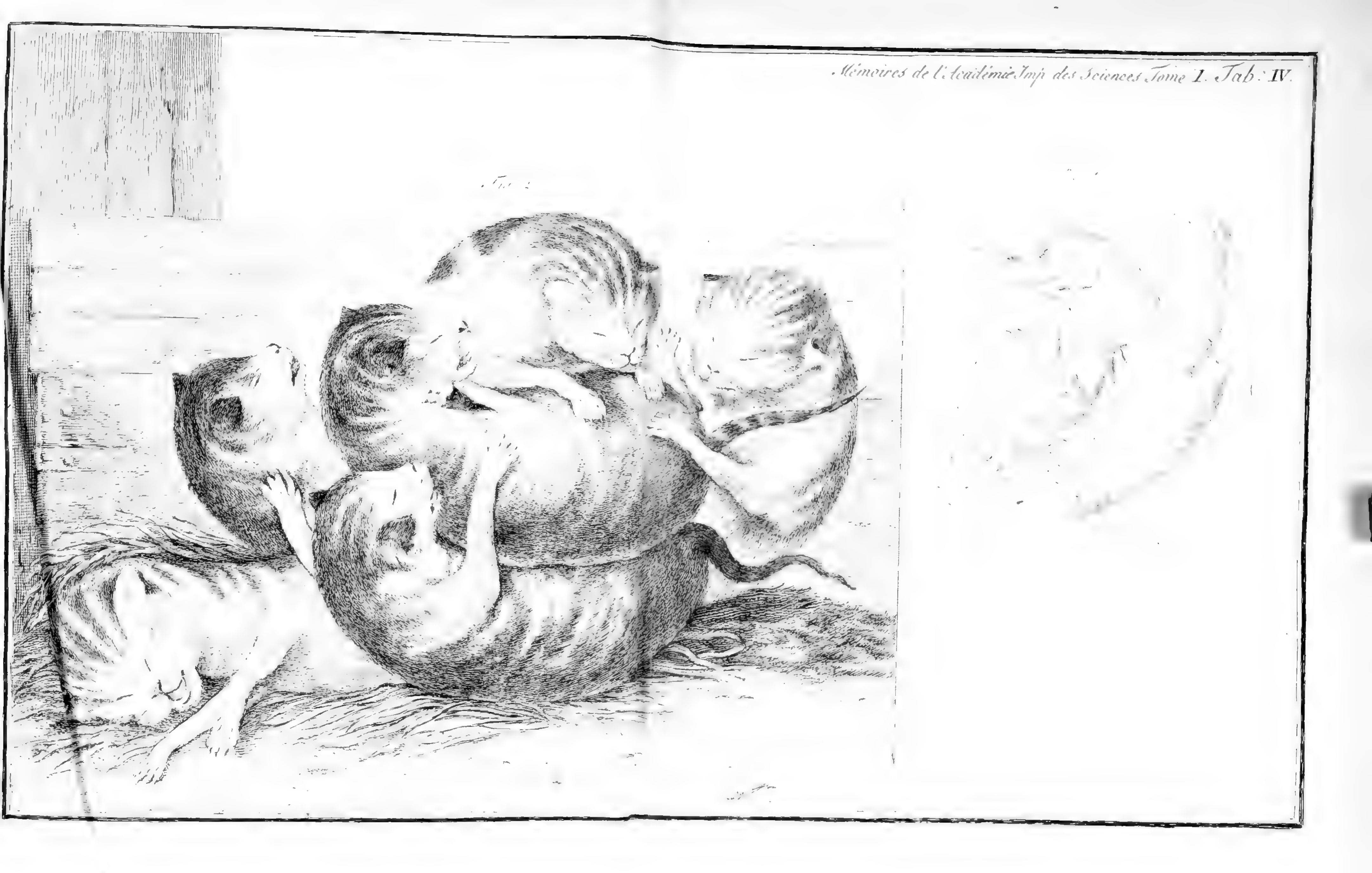
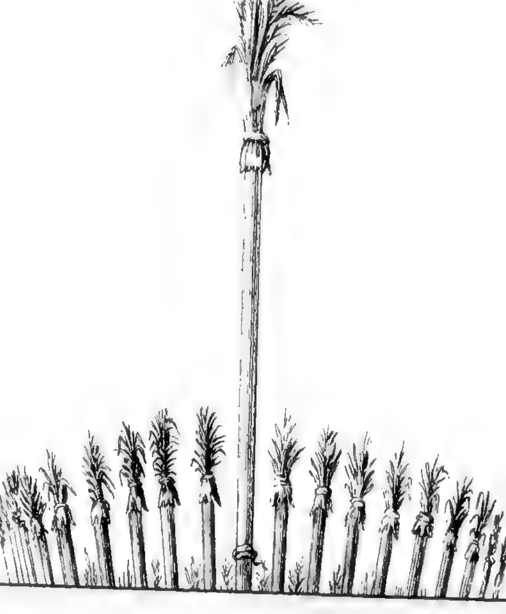
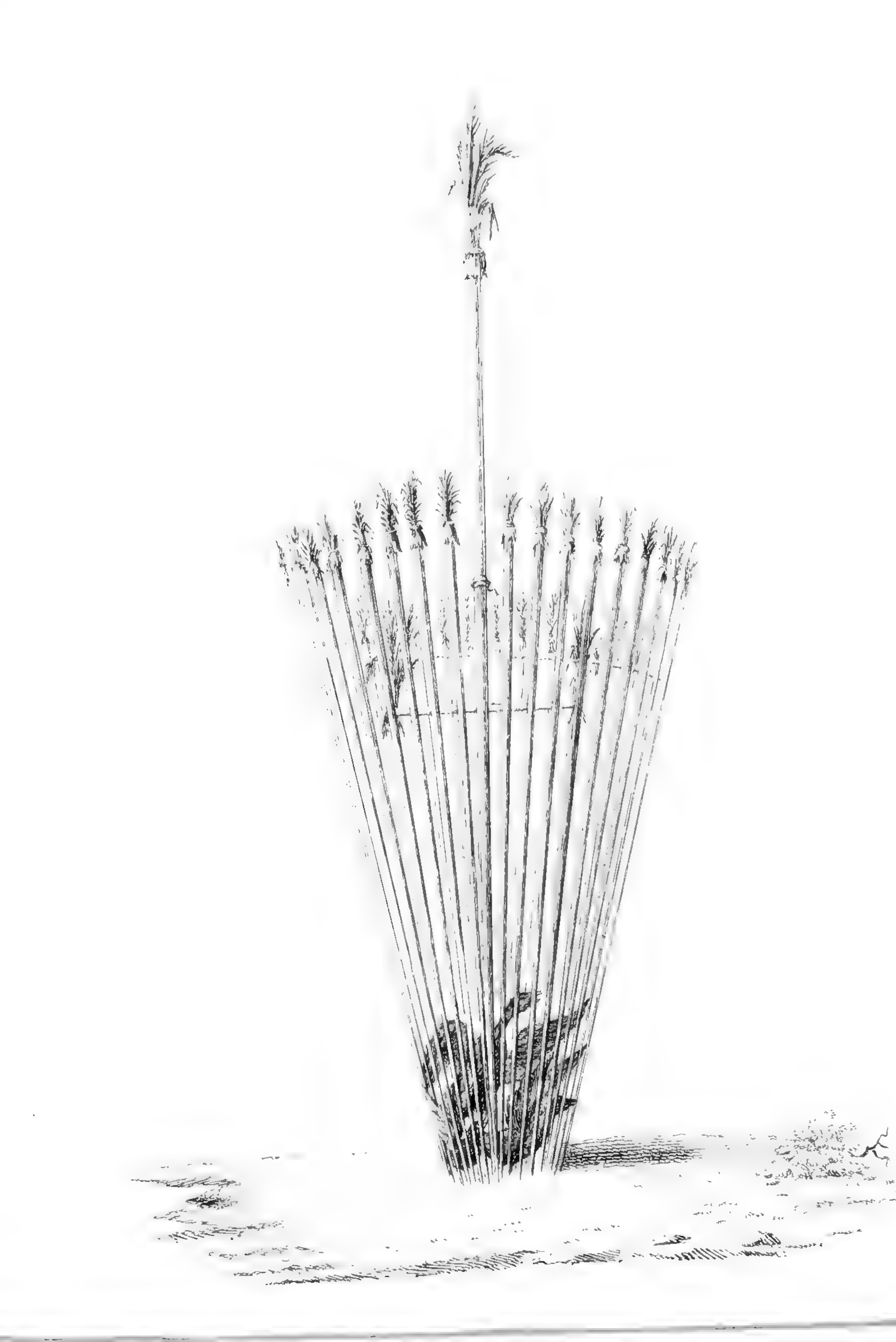


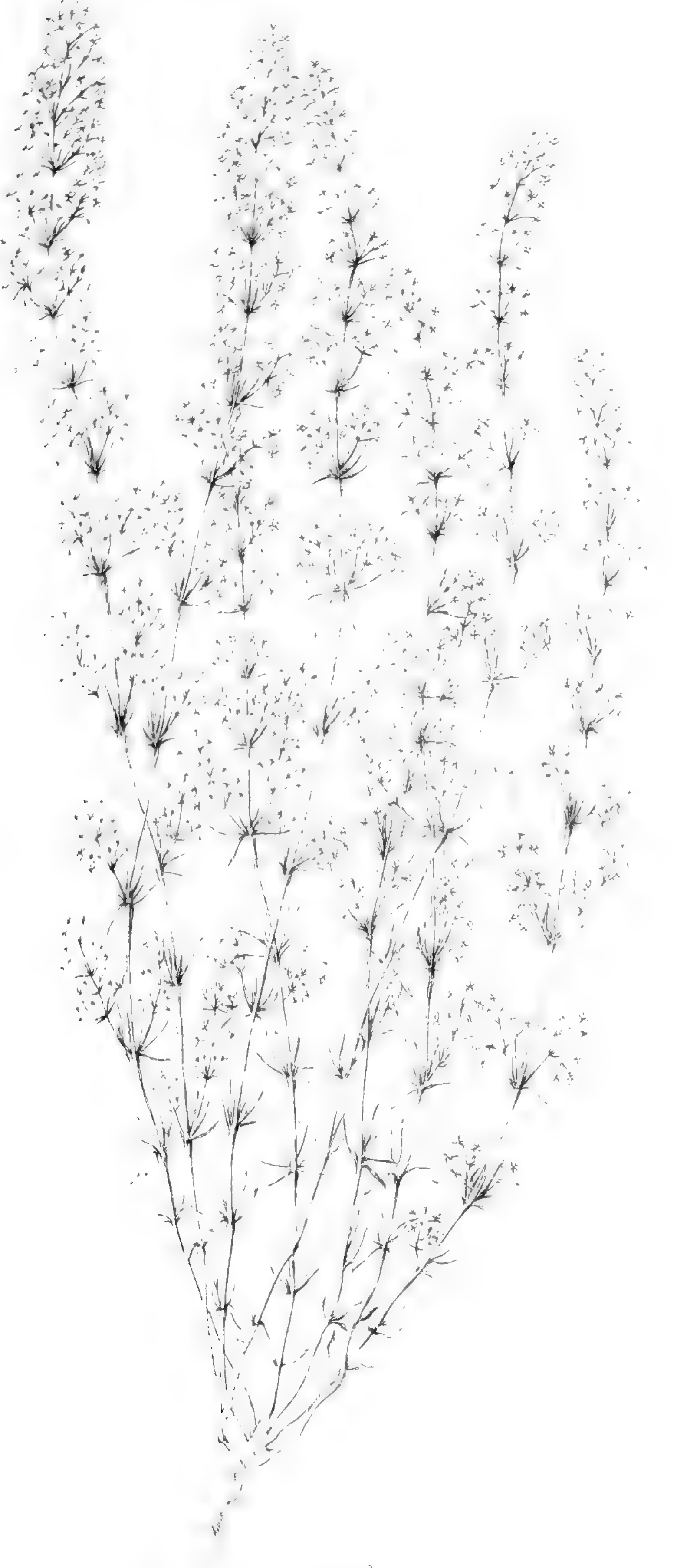
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8



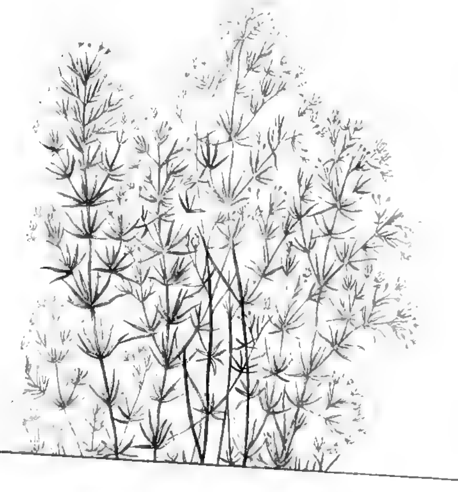
Equisetum arvense



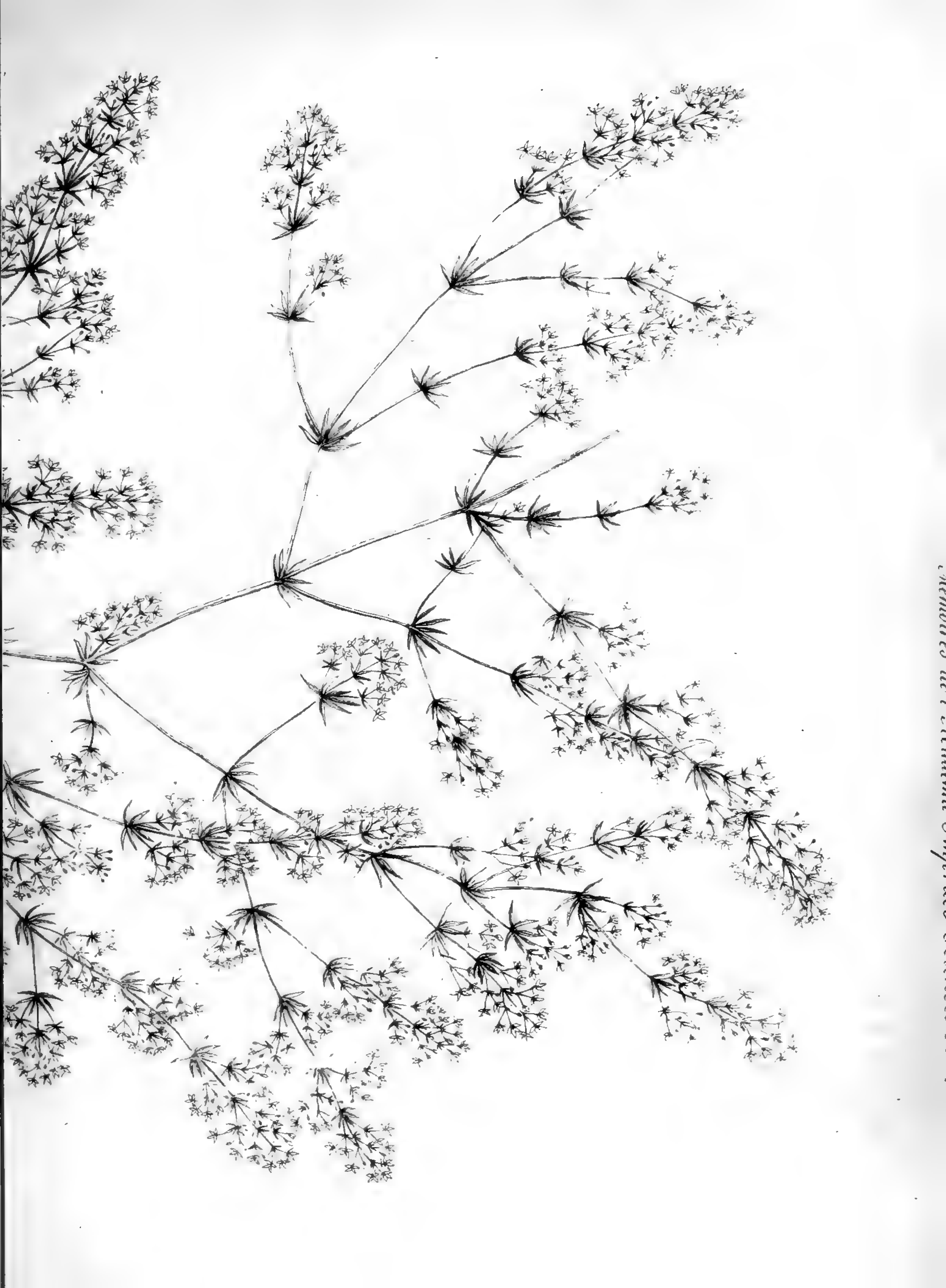


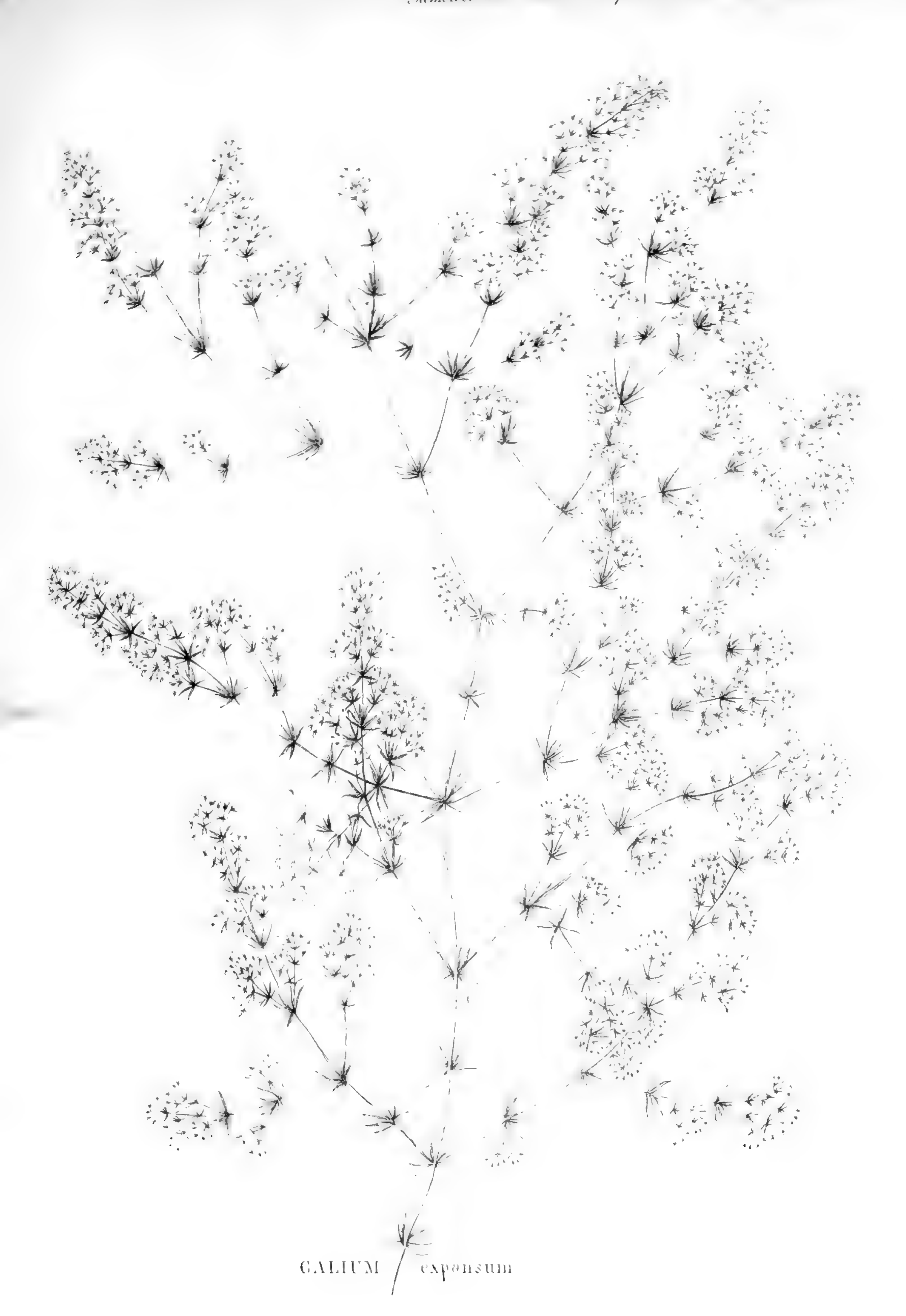


GALIUM capenſe



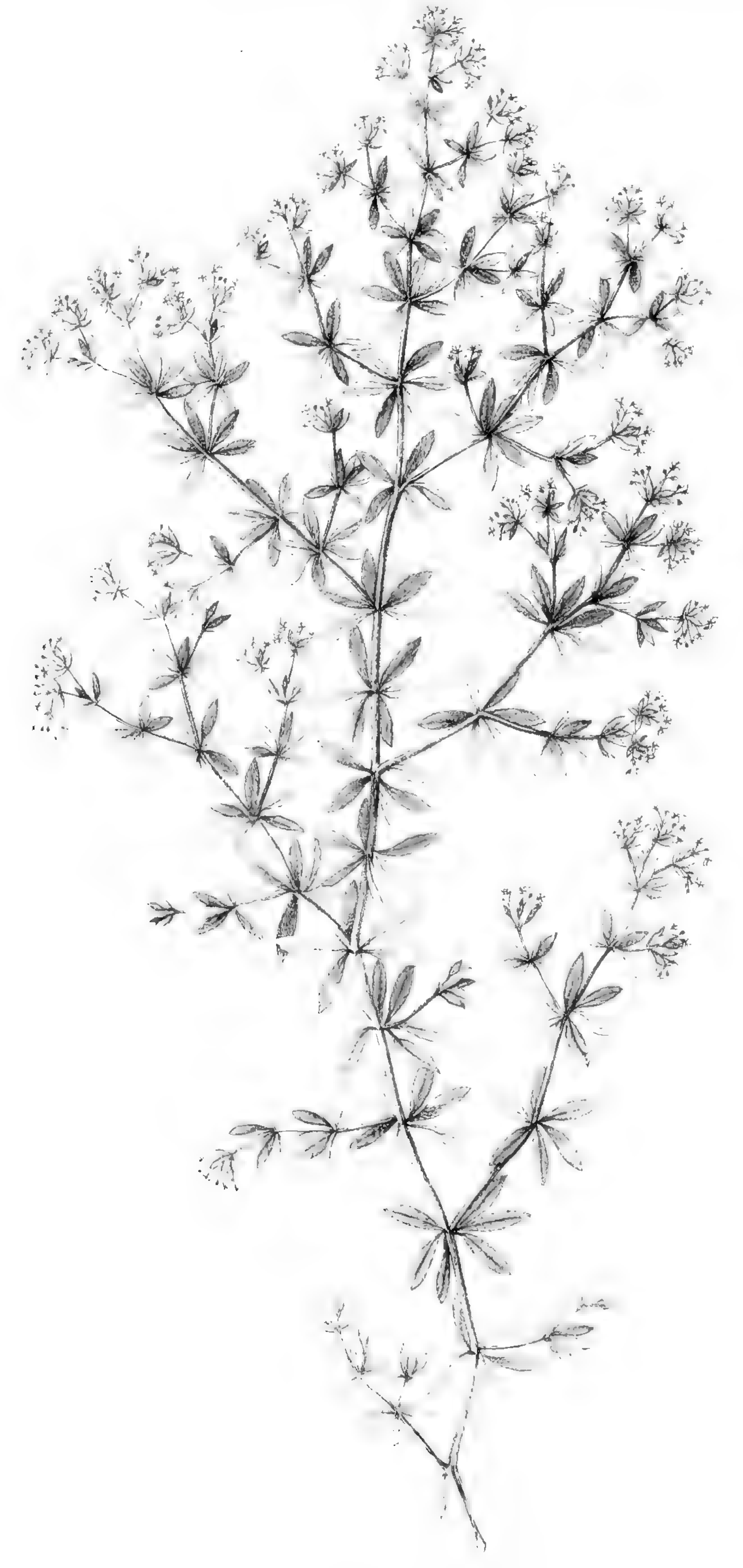
GALIUM mucronatum





GALIUM expansum

NATURAL HISTORY



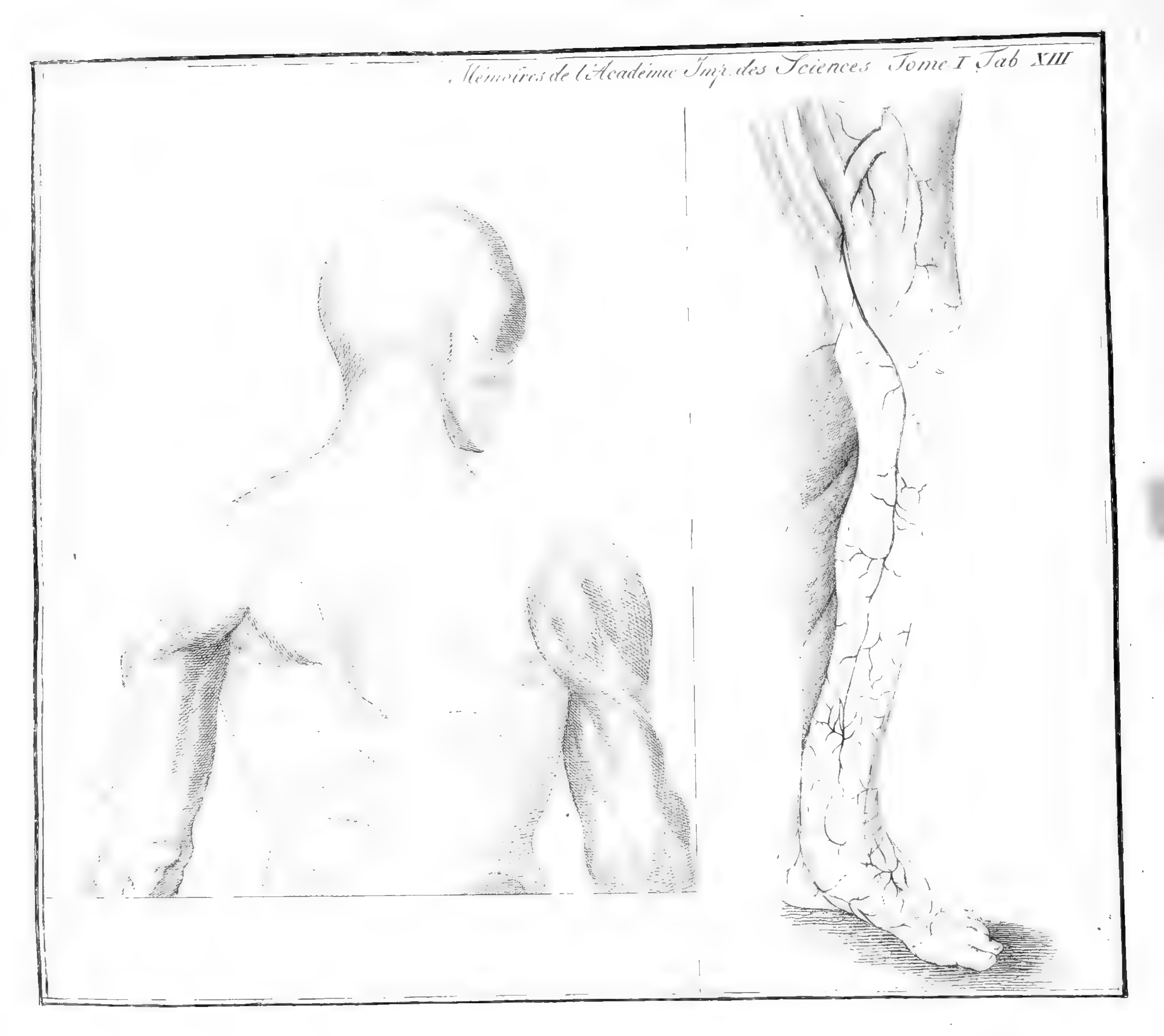
GALIUM asperum

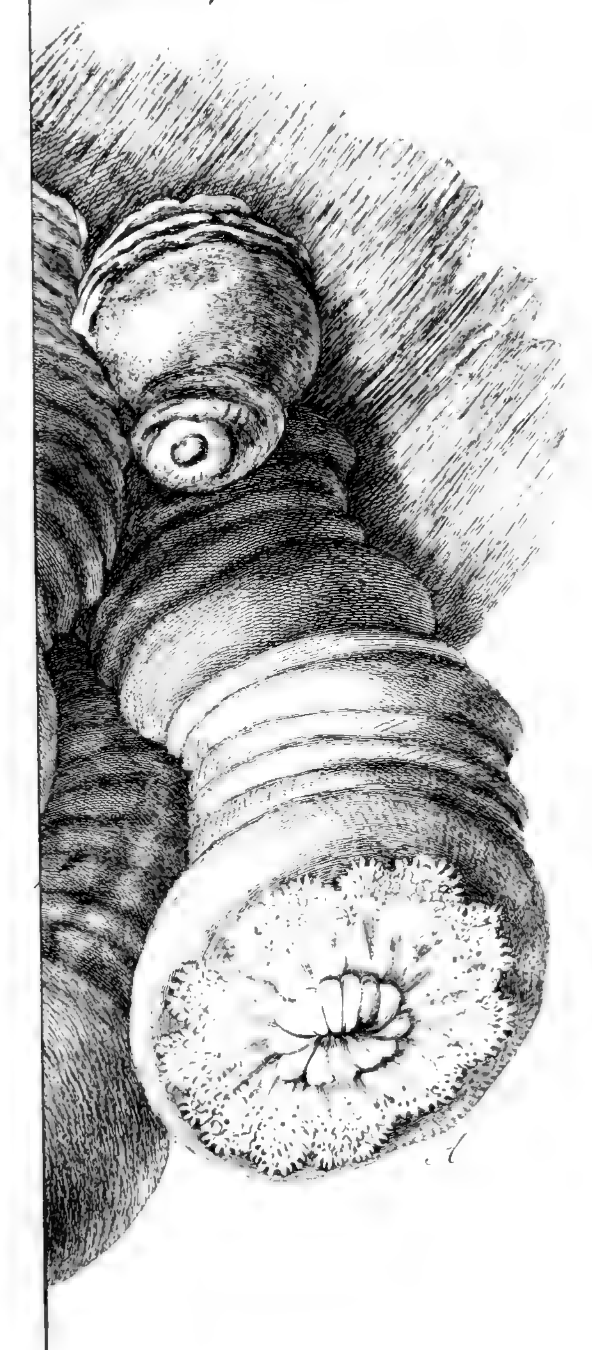
A
B. 1.
B. 2.
a
a
C
D
a

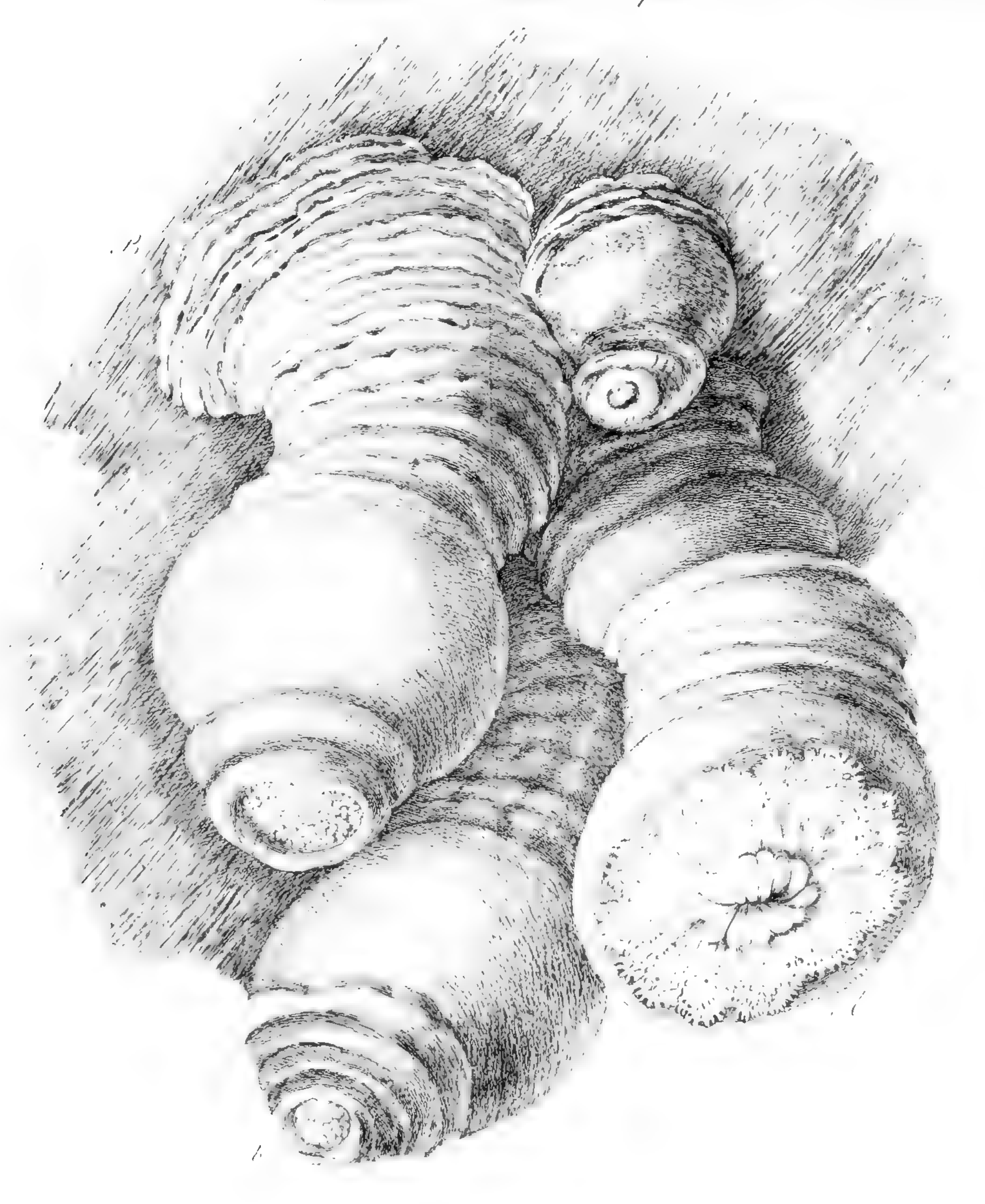
Myosotis ciliata.
Spec. nova

Ad naturam delin. Rudolph

Haas sc.







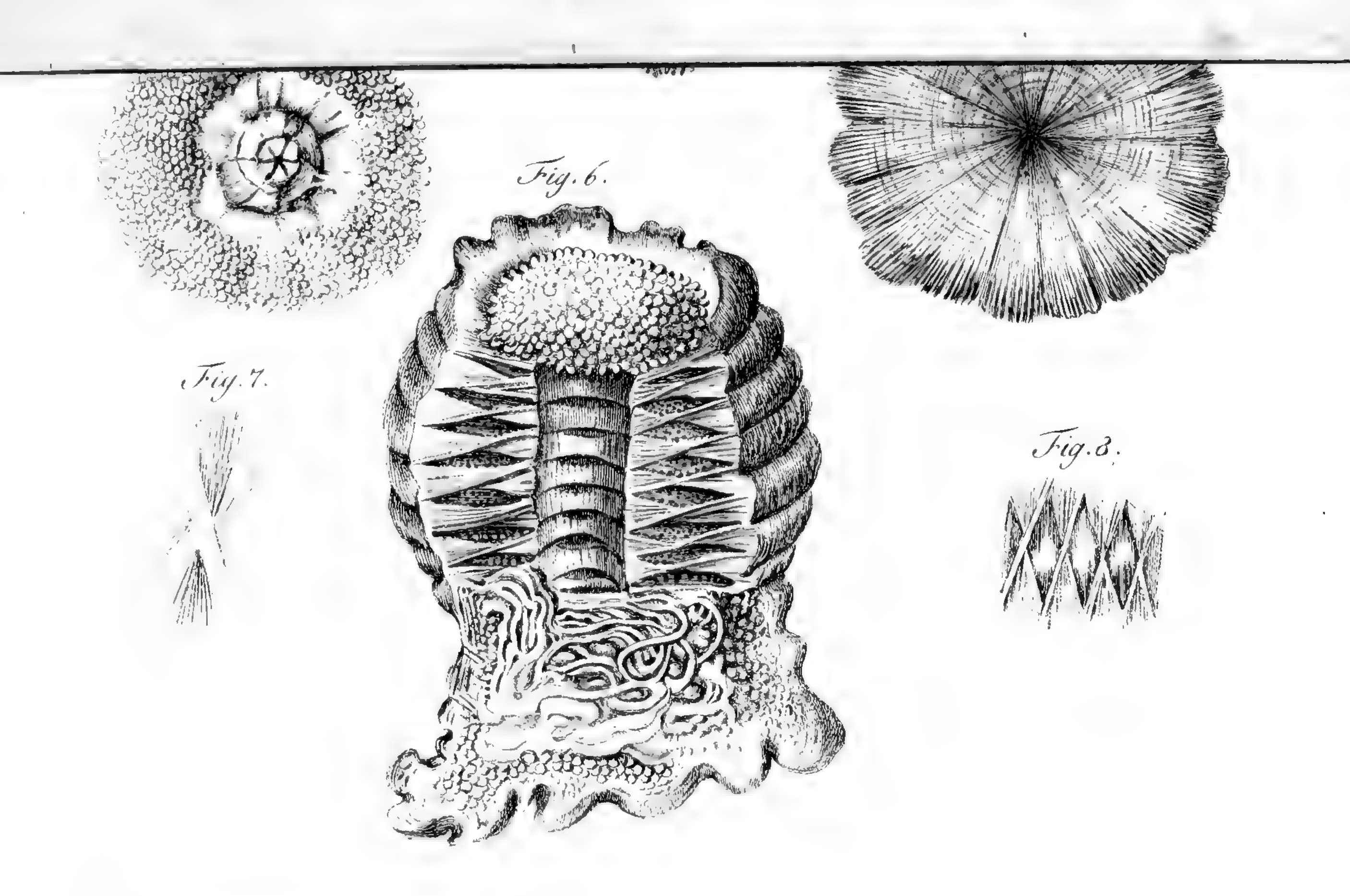


Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

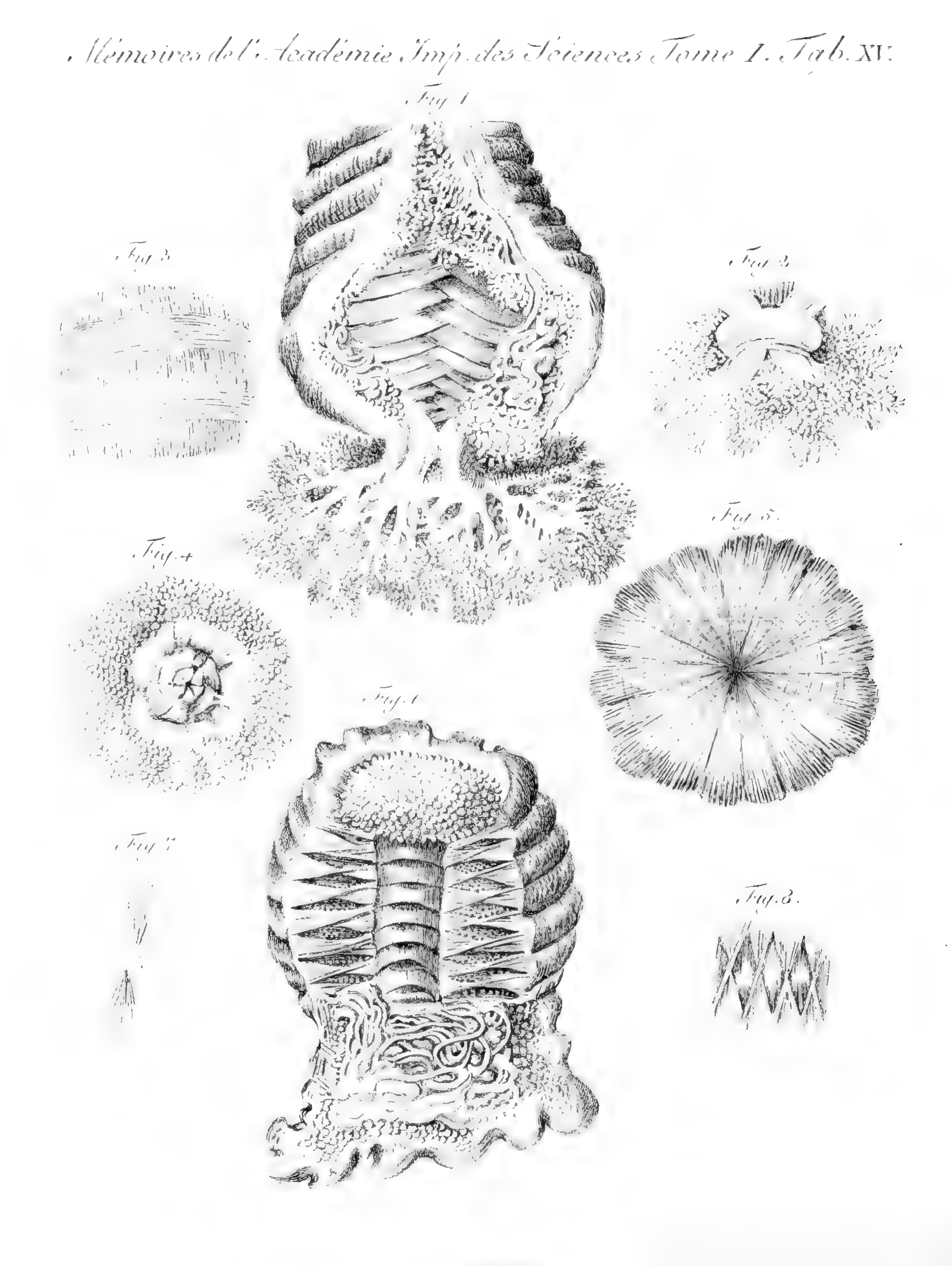
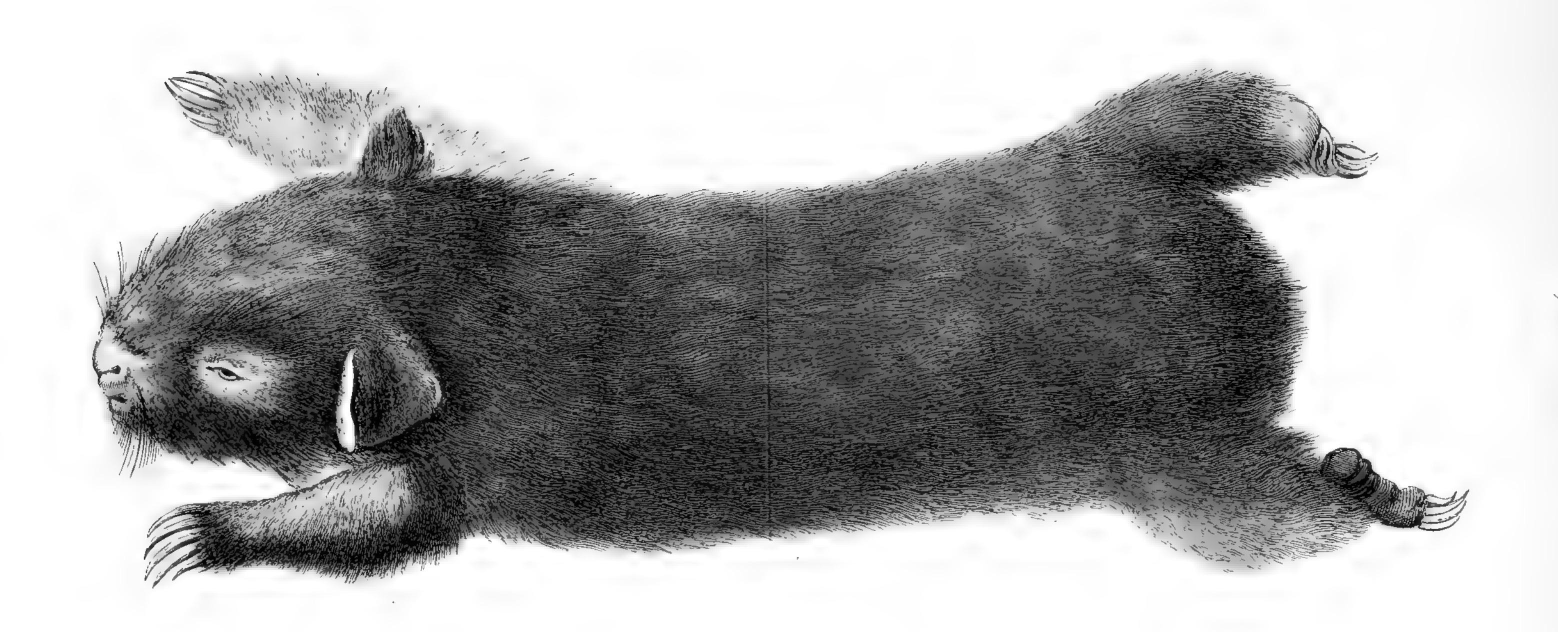


Fig. 1
Fig. 3
Fig. 2
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 7
Fig. 8.

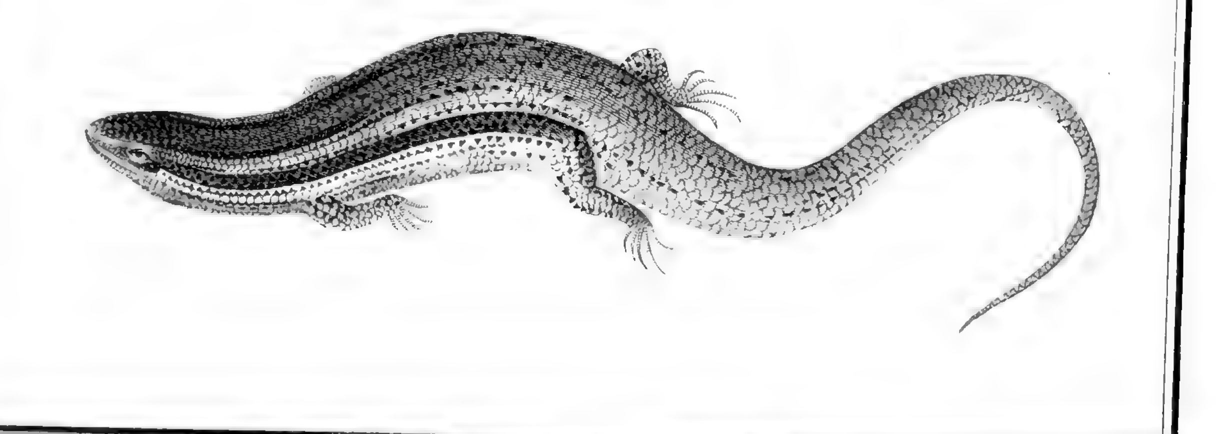
Imp. des Scien

fossor

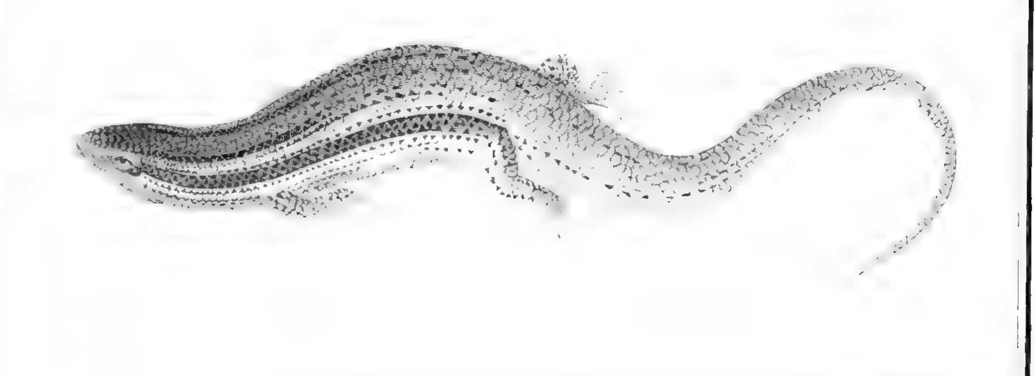


Vombatus fossor

Lacerta interrupto lineata



Lacerta interrupto lineata



Chaetodon Quadrifasciatus

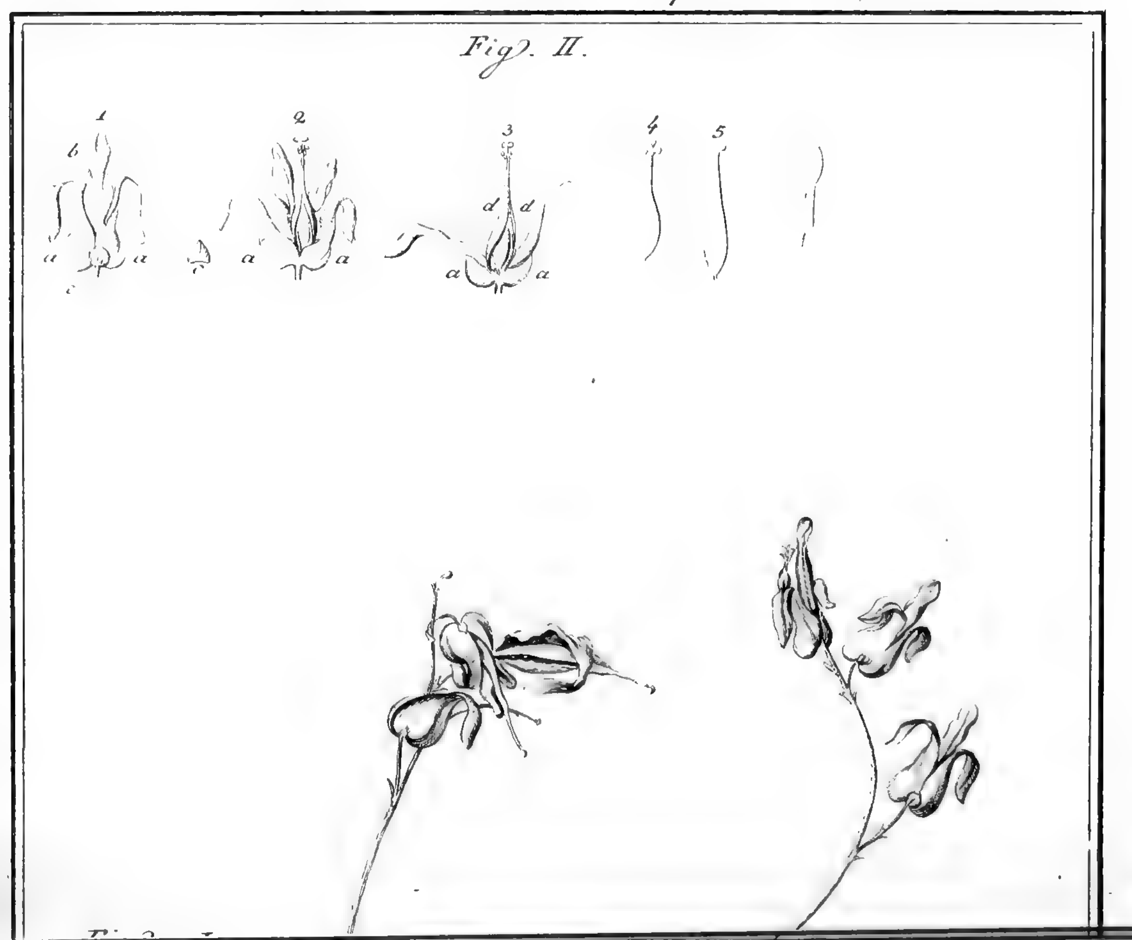


Fig. II.
1
b
a
a
2
a
a
3
d
d
a
a
4
5

Fig. II.
1
2
3
4
5
Fig. I.
Fumaria peregrina.
J. H. Rudolph ad naturam delineavit